Digitization by eGangotri South Center

कृष्णदास संस्कृत सीरीज १३५

लीलावती

सान्वय-सोपपत्ति-सोदाहरण-'तत्त्वचन्द्रिका'
संस्कृत-हिन्दी-व्याख्योपेता

सम्पादकोऽनुवादकश्च
प्रो० रामचन्द्रपाण्डेयः

वाराणसी

कृष्णदास अकादमी, वाराणसी

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

95/-

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रकाशक : कृष्णदास अकादमी, वाराणसी
मुद्रक : चौखम्बा प्रेस, वाराणसी
संस्करण : प्रथम, वि० सं० २०५०
मूल्य : रु० [redacted] 95/-

© कृष्णदास अकादमी

पो० बा० नं० ११९८
चौक, (चित्रा सिनेमा बिल्डिंग), वाराणसी-२२१००१ (भारत)
फोन : ५२३५८

अपरञ्च प्राप्तिस्थानम्

चौखम्बा संस्कृत सीरीज आफिस

के० ३७/९९, गोपाल मन्दिर लेन
पो० बा० १००८, वाराणसी-२२१००१ (भारत)
फोन : ३३३४५८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

KRISHNADAS SANSKRIT SERIES

135

LĪLĀVATĪ

Of

SHRI BHĀSKARĀCHARYA

[First Part of Siddhant Shiromani Introduced as a PĀṬĪGANITA The Mathematics]

With Interpretation, Proof, Example, Illustration and 'Tattvachandrika' Sanskrit Hindi Commentaries

By

Prof. RAMCHANDRA PANDEY

Head of the Department of Jyotish

Faculty of Sanskrit Learning and Theology

Banaras Hindu University

Krishnadas Academy

VARANASI – 221001

1993

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

Publisher : Krishnadas Academy, Varanasi
Printer : Chowkhamba Press, Varanasi
Edition : First, 1993
Price : Rs. [redacted]

© KRISHNADAS ACADEMY

Oriental Publishers and Distributors
Post Box No. 1118
Chowk (Chitra Cinema Building), Varanasi-221001
(INDIA)
Phone : 52358

Also can be had from :

Chowkhamba Sanskrit Series Office

K. 37/99, Gopal Mandir Lane
Post Box No. 1008, Varanasi-221001 (India)
Phone : 333458

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भूमिका

त्रिस्कन्ध ज्योतिष शास्त्र में सिद्धान्त के अपर पर्याय के रूप में गणित शास्त्र का व्याख्यान किया गया है। वस्तुतः गणितशास्त्र एक अत्यन्त गम्भीर एवं विस्तृत शास्त्र है। यद्यपि गणित शास्त्र के बीज वैदिक साहित्य में ही विद्यमान हैं किन्तु इनका मूर्त रूप देने एवं शास्त्र को परिष्कृत कर सर्वजन सुलभ कराने का श्रेय आर्यभट-ब्रह्मगुप्त-भास्कर प्रभृति भारतीय मनीषियों को जाता है। इन आचार्यों के सत्प्रयासों से गणित को व्यावहारिक रूप प्राप्त हुआ, तथा गणित को व्यवस्थित रूप से प्रतिपादित कर पठन-पाठन योग्य बनाया गया। प्रस्तुत ग्रन्थ "लीलावती" उक्त आचार्यों द्वारा ग्रथित गणित मणिमाला की एक मणि है। जिसका समादर विद्वद् वृन्द आज भी उसी प्रकार कर रहा है जैसा पूर्वाचार्यों ने किया था। आज गणित शास्त्र को प्रारम्भिक कक्षाओं में जिस रूप से प्रस्तुत किया गया है वह प्राचीन परम्परा के पूर्णतः विपरीत है। यद्यपि आधुनिक परिपाटी एक दूरगामी महत्वपूर्ण लक्ष्य को दृष्टिगत रखते हुये प्रचलित की गई थी किन्तु व्यावहारिक दृष्टि से उतनी उपयोगी नहीं सिद्ध हुई जितनी अपेक्षा थी। प्राचीन परिपाटी के अन्तर्गत जो पाठ्यक्रम बनाये गये थे उनमें गणित के व्यावहारिक पक्ष को ही प्रस्तुत किया गया था।

आचार्य भास्कर द्वारा निर्मित "लीलावती" एक सुव्यस्थित प्रारम्भिक पाठ्यक्रम है। आचार्य भास्कर ने ज्योतिष शास्त्र के प्रतिनिधि ग्रन्थ "सिद्धान्तशिरोमणि" की रचना शक १०७३ में की थी। उस समय उनकी अवस्था ३६ वर्ष की थी। इस अल्प वय में ही इस प्रकार के अद्भुत ग्रन्थ रत्न को निर्मित कर आचार्य भास्कर ज्योतिष जगत् में भास्कर की तरह ही पूजित हुये तथा आज भी पूजित हो रहे हैं।

सिद्धान्तशिरोमणि के प्रमुख चार विभाग हैं। १—व्यक्त गणित या पाटी गणित (लीलावती), २—अव्यक्त गणित (बीजगणित), ३—गणिताध्याय, ४—गोलाध्याय। चारों विभाग ज्योतिष-जगत् में अपनी-अपनी विशेषताओं के लिए विख्यात हैं तथा ज्योतिष के मानक ग्रन्थ के रूप में प्रतिष्ठित हैं।

सिद्धान्तशिरोमणि का प्रथम भाग पाटी गणित जो लीलावती नाम से विख्यात है, आज के परिवर्तित युग में भी अपनी प्रासङ्गिकता एवं उपयोगिता अक्षुण्ण रखे हुये हैं। आचार्य भास्कर ने इस लघु ग्रन्थ में गहन गणित शास्त्र को अत्यन्त सरस ढंग से प्रस्तुत कर गागर में सागर की उक्ति को प्रत्यक्षतः चरितार्थ किया है। इकाई आदि अङ्क स्थानों के परिचय से आरम्भ कर अङ्कपाश तक की गणित में प्रायः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लिखीं। आचार्य शंकर एवं नारायण द्वारा लिखित "क्रियाकर्मकरी" नामक संस्कृत टीका अत्यन्त महत्त्वपूर्ण है तथा अन्य टीकाओं से पूर्णतः भिन्न है। इनके अतिरिक्त अनेक अन्य टीकायें हैं नवीन टीकाओं का क्रम अभी भी चल रहा है। ये टीकायें इस ग्रन्थ की लोकप्रियता की परिचायिका हैं।

प्रातः स्मरणीय जगद्गुरु शंकराचार्य श्री भारती कृष्णातीर्थ महाराज ने वेद एवं गणित शास्त्र के गहन अध्ययन एवं मनन के अनन्तर जिन १६ सूत्रों एवं १३ उप सूत्रों की रचना की, वे सभी वैदिक एवं भारतीय गणित के आधार पर हैं। यद्यपि शंकराचार्य जी के सूत्र उनकी मौलिक कल्पना एवं अन्तःप्रेरणा के प्रतिफल हैं तथा जगद्गुरु शंकराचार्य जी की प्रतिभा के परिचायक हैं। ये सूत्र आज भी गणितज्ञों के लिए मार्गदर्शक हैं। इन सूत्रों में प्रदर्शित विधियाँ आर्यभट भास्कर तथा अन्य आचार्यों के विधियों में अनेक स्थलों पर साम्य है। दोनों में आधार परम्परा लगभग समान है। अतः 'समस्त भारतीय गणित शास्त्र वैदिक परम्परा से अनुप्राणित है' यह तथ्य सहर्ष स्वीकार किया जा सकता है।

आचार्य भास्कर—इस ग्रन्थ के लेखक आचार्य भास्कर का जन्म महाराष्ट्र प्रान्त में सह्याद्रि के निकट विज्जडविड नामक ग्राम में १०३६ शकाब्द में हुआ था। ये शाण्डिल्य गोत्र के ब्राह्मण कुल में उत्पन्न हुये थे। इनके पिता का नाम महेश्वर था तथा वे ही इनके गुरु भी थे। इन्होंने ३६ वर्ष की आयु (१०७६ शकाब्द) में सिद्धान्तशिरोमणि जैसे प्रौढ ग्रन्थ की रचना की। तथा ६९ वर्ष की आयु में (११०५ शकाब्द में) करणकुतूहल नामक ग्रन्थ की रचना की। दोनों ही ग्रन्थ भारतीय ज्यौतिष शास्त्र के मानक ग्रन्थ माने जाते हैं। वर्तमान समय में सिद्धान्तशिरोमणि केवल गणिताध्याय तथा गोलाध्याय के रूप में ही प्रसिद्ध है। इसके प्रारम्भिक दोनों भाग लीलावती और बीजगणित पृथक्-पृथक् ग्रन्थ के रूप में प्रचलित हो चुके है। जब कि ये सभी सिद्धान्तशिरोमणि के ही अङ्ग है।

आचार्य भास्कर और लीलावती के सम्बन्ध में अनेक दन्त कथायें प्रचलित हैं कुछ लोगों ने लीलावती को भास्कराचार्य की पुत्री तथा कुछ लोगों ने पत्नी कहा है। किन्तु दोनों सम्बन्धों की पुष्टि हेतु कोई पुष्ट प्रमाण कहीं देखने को नहीं मिला है। लीलावती में किये गये सम्बोधनों से ज्ञात होता है कि लीलावती भास्कराचार्य की पत्नी रही होगी। लीलावती नाम से किसी का अस्तित्व तो प्रमाणित होता है। क्योंकि लीलावती को सम्बोधित करते हुये प्रश्न पूछे गये हैं। कहीं-कहीं पर लीलावती से ही प्रश्न किये हैं। यथा—'अयि बाले लीलावति' "बाले बाल-

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

कुरङ्गलोलनयने लीलावती प्रोच्यताम्" इस प्रकार के सम्बोधन पुत्री के लिए सम्भव नहीं है। अतः पत्नी होना ही प्रमाणित होता है। इस सन्दर्भ में भास्कराचार्य ने अपनी तरफ से कोई संकेत नहीं दिया है।

लीलावती के प्रस्तुत संस्करण में प्रयास किया गया है कि छात्रों को अत्यन्त सरल ढंग से गणित की प्रक्रिया समझाई जा सके। स्वतन्त्र रूप से भी यदि कोई जिज्ञासु लीलावती का अध्ययन करना चाहे तो यह संस्करण उसका पूर्ण रूपेण मार्ग-दर्शन करने मे सक्षम है। पूर्वाचार्यों द्वारा निर्दिष्ट विधि से सूत्रों की उपपत्ति भी दी गई है। आधुनिकता के प्रवाह में आधुनिक ग्रन्थों के आधार पर अभ्यासार्थ कुछ उदाहरण भी देने की योजना थी। प्रारम्भिक प्रकरणों में कुछ उदाहरण दिये भी गये। किन्तु ग्रन्थ की गरिमा उसके मौलिक रूप में ही सुरक्षित रहती है। यह सोचकर उक्त योजना में आकस्मिक परिवर्तन कर केवल मौलिक सूत्र और उदाहरणों को ही प्रस्तुत करने का प्रयास किया गया है। आशान्वित हूँ पाठक गण मेरे इस प्रयास से लाभान्वित होंगे।

मैं उन आचार्यों एवं गुरुवृन्द के चरणों में श्रद्धावनत होते हुए उन्हें शतशः प्रणाम करता हूँ जिनकी ज्ञानप्रभा में लेखनकार्य में प्रवृत्त हुआ।

इस ग्रन्थ के सम्पादन एवं मुद्रण प्रति तैयार करने में मेरे शिष्य श्री देवी प्रसाद त्रिपाठी S.R.F. का अत्यधिक सहयोग प्राप्त हुआ है। इसके लिए त्रिपाठी को हृदय से आशीष प्रदान करता हूँ तथा इन्हें भी सतत लेखन कार्य में प्रवृत्त रहने की कामना करता हूँ। ग्रन्थ के मुद्रणकार्य मे मेरी प्रिय पुत्री कु० मीनाक्षी पाण्डेय का सराहनीय योगदान प्राप्त हुआ है। अतः इसे स्नेहसिक्त आशीष प्रदान करते हुए उज्ज्वल भविष्य की कामना करता हूँ।

ग्रन्थ के प्रकाशक कृष्णदास अकादमी के प्रबन्ध सञ्चालक श्री कमलेश कुमार गुप्त एवं चौखम्बा संस्कृत सीरीज आफिस के निदेशक-द्वय श्री विट्ठलदास गुप्त एवं श्री व्रजमोहन दास गुप्त को भी हृदय से साधुवाद देता हूँ क्योंकि इन्होंने अत्यन्त व्यस्तता के क्षणों में भी मुझे प्रेरित कर तथा धैर्यपूर्वक प्रतीक्षा कर इस कार्य को पूर्ण कराया।

अनेक व्यस्तताओं में किये गये कार्य में त्रुटि की सम्भावनायें अधिक रहती है किन्तु सज्जन लोग केवल गुणग्राही होते हैं अतः त्रुटियों का मार्जन करते हुए ग्रन्थ के गुणों का ही अवलोकन करेगें। विद्वानों की सन्तुष्टि ही सफलता का निकष है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

विषय	पृष्ठांक	विषय	पृष्ठांक
क्रय-विक्रय सूत्र	९५	विषम चतुर्भुज का फलानयन	१९०
रत्न मूल्य ज्ञान	१००	समलम्ब क्षेत्र के आवाधा आदि का साधन	१९१
स्वर्णगणित	१०३	ब्रह्मगुप्तोक्त कर्णानयन	१९६
स्वर्ण वर्ण ज्ञान	१०५	सूची क्षेत्रोदाहरण	२०४
छन्द भेद ज्ञान	११०	सन्ध्यादि का आनयन	२०४
श्रेढी व्यवहार	११४	कर्णों के योग से अधोलम्ब साधन	२०६
संकलित	११४	लम्ब आवाधा भुज साधन	२०८
संकलितैक्य	११६	वृत्त क्षेत्र में परिधि ज्ञान	२१६
वर्गादि संकलित	११७	वृत्त और गोल का क्षेत्रफल साधन	२१८
अन्त्य-मध्य-सर्वधन ज्ञान विधि	१२०	प्रकारान्तर से क्षेत्रफल साधन	२२३
गुणोत्तर श्रेणी ज्ञान	१२०	वृत्त के अन्तर्गत त्रिभुजादि का भुजमानानयन	२२७
अनुष्टुवादि वृत्त ज्ञान	१३१	स्थूल जीवासाधन	२३२
क्षेत्रव्यवहार		चाप साधन	२४२
भुजकोटि परिभाषा	१३४	खात का घनफल साधन	२५१
भुजकोटिकर्णज्ञान	१३४	खात घनफल सूची घनफल	२५२
आसन्नमूल साधन	१३७	चितिका धन	२५८
भुज से वर्ण ज्ञान	१३९	क्रकच व्यवहार	२६१
इष्टकर्ण से भुजकोटि ज्ञान	१४२	राशिव्यवहार	२६४
इष्ट द्वारा भुजकोटि-कर्ण साधन	१४५	भित्ति के साथ राशि का साधन	२६७
कर्ण कोटि के योग एवं भुज ज्ञान में कर्ण कोटि ज्ञान	१४७	छाया व्यवहार	२७२
कोटि कर्णान्तर एवं भुज द्वारा कर्ण कोटि ज्ञान	१५१	छायान्तर में सूत्र	२७६
कोटि के एक देश से युक्त कर्ण और भुज द्वारा कर्ण-कोटि का ज्ञान	१५४	दीप की उच्छ्रिति का साधन	२७७
भुज-कोटि के योग और कर्ण ज्ञान से भुजादिज्ञान	१५६	प्रदीप शंक्वन्तरादि साधन	२७९
लम्ब आबाधा साधन	१६०	कुट्टक-प्रकरण	२८४
अक्षक्षेत्र लक्षण	१६३	कुट्टक ज्ञानार्थं सूत्र	२८४
आवाधा आदिका साधन एवं क्षेत्रफल	१६३	धनात्मक क्षेप में विशेष सूत्र	२९६
त्रिभुज चतुर्भुज का क्षेत्रफल साधन	१६८	कुट्टक द्वारा अनेक गुण लब्धि साधन	३०४
स्थूलत्व निरूपण	१७६	स्थिर कुट्टक	३०५
चतुर्भुज का क्षेत्रफल साधन	१७७	कुट्टक का ग्रह गणित में प्रयोग	३०६
लम्ब-कर्ण ज्ञान	१८४	संश्लिष्ट कुट्टक	३१२
द्वितीय कर्ण ज्ञान	१८६	अङ्कपाश	३१४
इष्ट कल्पना में विशेष सूत्र	१८८	अनियतांक अंकों का संख्या भेद ज्ञान	३२१
		निर्दिष्टांक द्वारा संख्या भेद ज्ञान	
		लीलावती प्रशंसा	३२४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

॥ श्रीः ॥

लीलावती

सान्वय-'तत्त्वचन्द्रिका'-संस्कृतहिन्दीव्याख्योपेता

— ० —

मङ्गलाचरणम्

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृत-
स्तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां
संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैर्लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥

अन्वयः—यः स्मृतः भक्तजनस्य विघ्नं विनिघ्नन् प्रीतिं जनयते, तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं मतङ्गाननं नत्वा (अहं भास्कराचार्यः) चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः लालित्यलीलावतीं सद्गणितस्य पाटीं वच्मि ॥१॥

जो स्मरण करने मात्र से विघ्नों का विनाश करते हुए भक्त-जनों में अनुराग उत्पन्न करते हैं तथा देवताओं के समूह से वन्दित चरणों वाले उन गजानन श्रीगणेश जी को प्रणाम कर विद्वानों को प्रीति (प्रसन्नता) प्रदान करने वाली सुस्पष्ट, संक्षिप्त अक्षरों वाली, कोमल, निर्दोष पदों से युक्त लालित्यगुणसम्पन्न 'लीलावती' नाम से पाटी (अङ्कगणित) नामक सुन्दर व्यक्त गणित की प्रक्रिया को कह रहा हूँ ॥ १ ॥

अथ परिभाषा

मुद्रापरिभाषा

वराटकानां दशकद्वयं यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः ।
ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥२॥

अन्वयः—वराटकानां दशकद्वयं यत् सा काकिणी भवति । ताः चतस्रः पणः, ते षोडश पणाः द्रम्मः, तथा इह षोडशभिः द्रम्मैः निष्कः अवगम्यः ॥२॥

बीस वराटक (कौड़ी) की एक काकिणी, चार काकिणी का एक पण, सोलह

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

पण का एक द्रम्म तथा सोलह द्रम्म का १ निष्क होता है। इस प्रकार मुद्रा की परिभाषा का ज्ञान करना चाहिए ॥ २ ॥

भारपरिभाषा

तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र गुञ्जा बल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ।
गद्याणकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यैर्वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः ॥ ३ ॥

अन्वयः—अत्र यवाभ्यां तुल्या गुञ्जा कथिता, त्रिगुञ्जः बल्लः, तेऽष्टौ धरणं, तद्द्वयं (धरणद्वयं) गद्याणकः, तथा इन्द्रतुल्यैः वल्लैः एकः धटकः च प्रदिष्टः ॥ ३ ॥

दो यव के तुल्य १ गुञ्जा (२ यव=१ गुञ्जा), तीन गुञ्जा का एक बल्ल, आठ बल्ल का एक धरण, दो धरण का एक गद्याणक तथा चौदह बल्ल का एक धटक होता है। इस प्रकार यह परिभाषा कही गई है ॥ ३ ॥

माषादिमानम्

दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं माषाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम्।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥ ४ ॥

अन्वयः—तुलाज्ञाः दशार्धगुञ्जं माषं, षोडशभिः माषाह्वयैः कर्षं, चतुर्भिः कर्षैश्च पलं प्रवदन्ति। सुवर्णस्य कर्षं सुवर्णसंज्ञं भवतीति ॥ ४ ॥

दश का आधा अर्थात् पाँच गुञ्जा का एक माषा, सोलह माषा का एक कर्ष तथा चार कर्ष का एक पल तुलामान विशेषज्ञों के अनुसार होता है। स्वर्ण के माप में कर्ष की सुवर्ण संज्ञा होती है। (अर्थात् १ कर्ष=१ सुवर्ण) ॥ ४ ॥

दैर्घ्यमापकपरिभाषा

यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥ ५ ॥

अन्वयः—इह अष्टसंख्यैः यवोदरैः अंगुलं, षड्गुणितैश्चतुर्भिरंगुलैः हस्तः, चतुर्भिर्हस्तैः दण्डः, तेषां सहस्रद्वितयेन च क्रोशः भवति ॥ ५ ॥

आठ यवोदर (छिलकारहित यव) का एक अंगुल, छः गुणित चार, अर्थात् २४ अंगुल का एक हाथ, चार हाथ का एक दण्ड तथा दो हजार दण्ड का एक क्रोश होता है ॥ ५ ॥

स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः।
निवर्तनं विंशतिवंशसंख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ ६ ॥

अन्वयः—क्रोशचतुष्टयेन योजनं, तथा दशकेन कराणां वंशः, विंशतिवंशसंख्यैः चतुर्भिः भुजैः निबद्धं क्षेत्रं च निवर्तनं स्यात् ॥ ६ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

चार क्रोश का एक योजन होता है। दश हाथ का एक वंश तथा २०-२० वंश की चार भुजाओं से आवृत्त चतुर्भुज क्षेत्र (२० वंश लम्बा × २० वंश चौड़ा = ४०० वर्गवंश) को निवर्त्तन कहते हैं ॥ ६ ॥

घनहस्तादिपरिभाषा

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्ध्यपिण्डैर्यद् द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम् ।
धान्यादिके यद् घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ ७ ॥

अन्वयः--हस्तोन्मितैः विस्तृतिदैर्ध्यपिण्डैः यत् द्वादशास्रं (तत्) घनहस्तसंज्ञम् (भवति)। धान्यादिके यद् घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका (भवति) ॥ ७ ॥

एक हाथ ऊँचे, एक हाथ लम्बे तथा एक हाथ चौड़े ($1 \times 1 \times 1 = 1^3$) बारह कोणों वाले पात्र को घनहस्त कहा जाता है। इसका उपयोग धान्य (अन्न) के माप में किया जाता हैं। इसी घनहस्त को मगध देश में खारी कहते हैं ॥ ७ ॥

द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः ।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थांघ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥ ८ ॥

अन्वयः—इह खलु खार्याः षोडशांशः द्रोणः, द्रोणचतुर्थभागः आढकः स्यात्। आढकस्य चतुर्थांशः प्रस्थः, प्रस्थांघ्रिः आद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥ ८ ॥

एक खारी के सोलहवें भाग ($\frac{1}{16}$ खारी) को एक द्रोण, द्रोण के चतुर्थांश $\left(\frac{\text{द्रोण}}{४}\right)$ को आढक, आढक के चतुर्थांश $\left(\frac{\text{आढक}}{४}\right)$ को प्रस्थ तथा प्रस्थ के चतुर्थांश $\left(\frac{\text{प्रस्थ}}{४}\right)$ को कुडव पूर्वाचार्यों ने बतलाया है ॥ ८ ॥

यावनवाटपरिभाषा

पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः ।
मणाभिधानं खयुगैश्च सेरैर्धान्यादितौल्येषु तुरुष्कसंज्ञा ॥ ९ ॥

अन्वयः—अत्र द्विसप्ततुल्यैः पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैः सेरः कथितः खयुगैः च सेरैः मणाभिधानं (कथितम्)। धान्यादितौल्येषु (एषा) तुरुष्कसंज्ञा ॥ ९ ॥

चतुर्थांश-रहित अर्थात् $\frac{3}{4}$ गद्याणक का एक टङ्क, बहत्तर टङ्क का एक सेर तथा ४० सेर का एक मन होता है। धान्य आदि के तौल के लिए वाटों की ये तुर्की (तुर्कों में प्रचलित) संज्ञाएँ हैं ॥ ९ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

द्व्यङ्केन्दु-संख्यैर्धटकैश्च सेरस्तैः पञ्चभिः स्याद्धटिका च ताभिः ।
मणोऽष्टभि'स्त्वालमगीरशाह' कृताऽत्र संज्ञा निजराज्यपूर्षु ॥१०॥

अन्वयः—द्व्यङ्केन्दुसंख्यैः धटकैः सेरः, तैः पञ्चभिः धटिका च स्यात् । ताभिः अष्टभिः मणः (स्यात्) । अत्र तु निजराज्यपूर्षु आलमगीरशाहकृता संज्ञा (कथिता) ॥ १० ॥

१९२ धटक का १ सेर, ५ सेर की एक धटिका तथा आठ धटिका का एक मण होता है । यह परिभाषा आलमगीरशाह ने अपने राज्य के पुरुषों में प्रचलित की थी ॥ १० ॥

कालपरिभाषा

शेषाः कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्धा ज्ञेयाः ॥

शेष काल आदि की परिभाषा लोक में प्रसिद्ध व्यवहार से समझनी चाहिए । यथा—

काल की प्राचीन परिभाषा

सूची से कमलपत्र भेदनकाल = १ त्रुटि

६० त्रुटि	= १ रेणु	६० रेणु	= १ लव
६० लव	= १ लीक्षक	६० लीक्षक	= १ प्राण

स्थूल काल-परिभाषा

१ गुरु (दीर्घ) अक्षर का उच्चारण काल	= १ विपल	= $\frac{2}{5}$ सेकेण्ड
१० विपल (६० लीक्षक)	= १ प्राण	= ४ सेकेण्ड
६ प्राण	= १ पल	= २४ सेकेण्ड
६० पल	= १ घटी	= १४४० सेकेण्ड (२४ मिनट)
६० घटी	= १ अहोरात्र (नाक्षत्र) = १४४० मिनट (२४ घण्टा)	

आधुनिक काल-परिभाषा

६० सेकेण्ड = १ मिनट

६० मिनट = १ घण्टा

२४ घण्टा = १ अहोरात्र

ग्रन्थोक्त विभिन्न परिभाषा

मुद्रा—

२० कौड़ी	= १ काकिणी	४ काकिणी	= १ पण
१६ पण	= १ द्रम्म	१६ द्रम्म	= १ निष्क

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वाट—

२ यव = १ गुञ्जा (रत्ती)   ३ गुञ्जा = १ वल्ल
८ वल्ल = १ धरण   २ धरण = १ गद्याणक
१४ वल्ल = १ धटक

स्वर्ण वाट—

५ गुञ्जा = १ माषा   १६ माषा = १ कर्ष
४ कर्ष = १ पल   स्वर्ण माप में १ कर्ष = १ सुवर्ण

दैर्घ्यमाप—

८ यवोदर = १ अंगुल   २४ अंगुल = १ हाथ
४ हाथ = १ दण्ड   २०० दण्ड = १ क्रोश (लगभग दो मील)
४ क्रोश = १ योजन   १० हाथ = १ वंश

२० वंश × २० वंश = ४०० वर्गवंश = १ निवर्त्तन । (निवर्तन को बीघा भी कहा जाता है ।)

धान्यमापक पात्र—

१ घनहस्त (१ हाथ लम्बा, १ हाथ चौड़ा, १ हाथ गहरा)
१२ कोणों वाला पात्र = १ खारी (मगध देश में प्रचलित)
१/१६ खारी = १ द्रोण   १/४ द्रोण = १ आढक
१/४ आढक = १ प्रस्थ   १/४ प्रस्थ = १ कुडव

वाट—

१९२ धटक = १ सेर   ५ सेर = १ धटिका
८ धटिका = १ मण

उत्तर प्रदेश में प्रचलित प्राचीन वाट—

८ खस खस = १ चावल   ८ चावल = १ रत्ती
८ रत्ती = १ माषा   १२ माषा = १ तोला
५ तोला = १ छटाँक   ४ छटाँक = १ पाव
४ पाव = १ सेर   ४० सेर = १ मन

भारत में प्रचलित प्राचीन मुद्रा—

४ पाई = १ पैसा   ४ पैसा = १ आना
१६ आना = १ रुपया

वर्तमान मुद्रा—

१०० पैसा = १ रुपया

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लम्बाई मापक इकाई—

१२ इञ्च	=	१ फुट	३ फुट	=	१ गज
२२० गज	=	१ फर्लांग	८ फर्लांग (१७६० गज)	=	१ मील

मीटरिक इकाई—

१० मिलीमीटर = १ सेन्टीमीटर		१० सेन्टीमीटर = १ डेसीमीटर	
१० डेसीमीटर = १ मीटर		१० मीटर = १ डेकामीटर	
१० डेकामीटर = १ हेक्टोमीटर		१० हेक्टोमीटर = १ किलोमीटर	

आधुनिक वाट-माप इकाई—

१० मिलीग्राम = १ सेन्टीग्राम	१० सेन्टीग्राम = १ डेसीग्राम
१० डेसीग्राम = १ ग्राम	१० ग्राम = १ डेकाग्राम
१० डेकाग्राम = १ हेक्टोग्राम	१० हेक्टोग्राम = १ किलोग्राम = (१००० ग्राम)

तरल पदार्थों के लिए प्रचलित माप—

१० मिलीलीटर = १ सेन्टीलीटर	१० सेन्टीलीटर = १ डेसीलीटर
१० डेसीलीटर = १ लीटर	१० लीटर = १ डेकालीटर
१० डेकालीटर = १ हेक्टोलीटर	१० हेक्टोलीटर = १ किलोलीटर

भिन्नपरिकर्माष्टकम्

मङ्गलाचरणम्

लीलागललुलल्लोलकालव्यालविलासिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥ १ ॥

अन्वयः—लीलागललुलल्लोलकालव्यालविलासिने (लीलया गले लुलन्तो ये लोलाश्चञ्चलाः कालव्यालास्तेषां विलासो विद्यते यस्मिन् तस्मै) (एवं) नीलकमलामलकान्तये गणेशाय नमोऽस्तु ॥ १ ॥

लीलापूर्वक गले में लटकते हुए चञ्चल कालसर्पों से सुशोभित स्वच्छ एवं नीलकमल की कान्ति से सम्पन्न श्री गणेश जी को मैं (ग्रन्थकार) नमस्कार करता हूँ ॥१॥

संख्यानां स्थानानि

एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्वनिखर्वमहापद्मशंकवस्तस्मात् ॥ २ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥ ३ ॥

एक (इकाई), दश (दहाई), शत (सैकड़ा), सहस्र (हजार), अयुत (दशहजार), लक्ष (लाख), प्रयुत (दसलाख), कोटि (करोड़), अर्बुद (दशकरोड़), अब्ज (अरब), खर्व (दश अरब), निखर्व (खर्व), महापद्म (दश खर्व), शंकु (नील), जलधि (दशनील), अन्त्य (पद्म), मध्य (दश पद्म), परार्ध (शङ्ख) इस प्रकार पूर्वाचार्यों ने संख्याओं के स्थानीय मान के व्यवहार हेतु दशगुणोत्तर संज्ञाएँ बतलाई हैं ॥ २, ३ ॥

इकाई	१ एक
दहाई	१० दश
सैकड़ा	१०० शत
हजार	१००० सहस्र
दश हजार	१०००० अयुत
लाख	१००००० लक्ष
दस लाख	१०००००० प्रयुत
करोड़	१००००००० कोटि
दश करोड़	१००००००००० अर्बुद
अरब	१०००००००००० अब्ज
दश अरब	१००० ०००००० खर्व
खरब	१००००००० ००० निखर्व
दश खरब	१०००००००० ००० महापद्म
नील	१०००००००००००००० शंकु
दशनील	१००००.००००००००० जलधि
पद्म	१०००००००००००००००० अन्त्य
दश पद्म	१० ००००००००००००·०० मध्य
शंख	१०००००००००००००००० परार्ध

संकलित-व्यवकलितयोः करणसूत्रं वृत्तार्धम्

कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथ वाङ्कयोगो यथास्थानकमन्तरं वा ।

अन्वयः—क्रमात् अथवा उत्क्रमतः यथास्थानकं योग. कार्यः अन्तरं वा कार्यम् ॥

इकाई, दहाई आदि स्थानीय मानों के अनुसार अंकों को स्थापित कर क्रम अथवा उत्क्रम से उनका योग अथवा अन्तर करना चाहिए ।

उपपत्तिः—एकस्थानीयाङ्कस्यैकस्थानीयाङ्केन सह दशस्थानीयाङ्कस्य दशस्थानीयाङ्केन सह योगान्तरे भवतः । सजातीयानामेव परस्परं संकलनं व्यवकलनं वा भवति । यथा—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(अ+ब) ± (२ब + ३अ)=

	अ + ब	अ + ब
	३ अ + २ ब	− ३ अ − २ ब
योग.	४ अ + ३ ब	− २ अ − ब अन्तरम्

अन्यच्च—२८ + ८५

क्रमेण	२८	उत्क्रमेण	२८
	८५		८५
	११३		१०
			१३
			११३

अत्रोद्देशकः

अये बाले लीलावति मतिमति ब्रूहि सहितान्
द्विपञ्चद्वात्रिंशत्त्रिनवतिशताष्टादश दश ।
शतोपेतानेतानयुतवियुतांश्चापि वद मे
यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनमार्गेसि कुशला ॥ १ ॥

अन्वय—अये वाले मतिमति लीलावति यदि व्यक्ते युक्ति व्यवकलनमार्गे कुशला असि तदा द्विपञ्च द्वात्रिंश त्त्रिनवति शताष्टादश दश शतोपेतान् ब्रूहि पुनः एतान् अयुत वियुतांश्चापि मे वद ॥ १ ॥

हे बुद्धिमति बाले (सुन्दरि) लीलावति ! यदि तुम व्यक्त (अङ्क) गणित की योग और अन्तर करने की प्रक्रिया में निपुण हो तो २, ५, ३२, १९३, १८, १० एवं १०० का योग बताओ तथा योगफल को १०००० से घटाकर शेष क्या होगा ? उसे भी बतलाओ ? ॥ १ ॥

उदाहरण—२ + ५ + ३२ + १९३ + १८ + १० + १००

यहाँ २, ५ इकाई, ३२, १८, १०, दशस्थानीय तथा १९३ और १०० शतस्थानीय अंक है। स्थानीय मान के अनुसार इनका स्थापन कर योग करना चाहिये। यथा—०००

२
५
३२
१८
१०
१९३
१००

योगफल ३६० को दशहजार में स्थानीय मान के अनुसार घटाने पर—

	१००००
	३६०
शेष	९६४०

उत्तर योगफल=३६० । अन्तर=९६४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

गुणने करणसूत्रं सार्धवृत्तद्वयम्—

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यादुत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन् ॥ ४ ॥
गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यस्तैः खण्डकैः संगुणितो युतो वा ।
भक्तो गुणः शुध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ॥५॥
द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ।
इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥ ६ ॥

अन्वयः—गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यात् । एवं उत्सारितेन (अग्रप्रचालितेन) उपान्तिमादीन् हन्यात् ॥ ४ ॥

वा गुणखण्डतुल्यः गुण्यः अधः अधः तैः खण्डकैः संगुणितः युतश्च कार्यस्तदा गुणनफलं भवतीति ।

वा येन (अङ्केन) भक्तः (सन्) गुणः शुध्यति तेन (अङ्केन) लब्ध्या च गुण्यः गुणितस्तदा फलं स्यादिति ॥ ५ ॥

वा स्थानैः (एकादिस्थानस्थिताङ्कैः) (गुण्यः) पृथक्-पृथक् गुणितः समेतः (योगः कार्यस्तदा) फलं भवति । एवं रूपविभागः द्विधा भवेत् ।

वा इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नः गुण्यः अभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितस्तदा फलं स्यादिति ॥ ६ ॥

(१) गुण्य (जिस संख्या में गुणा करना हो उस) के अन्तिम अङ्क को गुणक (जिस संख्या से गुणा करना हो उस) से गुणा कर गुणनफल को नीचे स्थापित कर पुनः अग्रिम राशियों के साथ गुणा करें । इस प्रकार गुणनफल को स्थानीय मान के अनुसार स्थापित कर योग करने से गुणनफल होता है ।

(२) अथवा गुणक को कई खण्डों में विभक्त कर खण्डतुल्य स्थानों में गुण्य को रखकर गुणक के प्रत्येक खण्डों से (पृथक्-पृथक् खण्डों से) गुणा कर उनका योग करने से गुणनफल होता है ।

(३) अथवा—जिस संख्या से गुणक विभक्त हो जाय उस भाजक संख्या और लब्धि दोनों से गुण्य को गुणा करने से गुणनफल होता है ।

(४) अथवा—गुणक के स्थानीय मान के अनुसार खण्ड कर प्रत्येक खण्ड से गुण्य को गुणा कर गुणनफल को स्थानीय मान के अनुसार रखने से अभीष्ट गुणनफल होता है । इसप्रकार गुणक का खण्ड दो विधियों से होता है । (यथा २५ का खण्ड प्रथम विधि से २०, ५ तथा द्वितीय विधि से २, ५ हुआ ।)

(५) अथवा—एक इष्ट कल्पना कर उसे गुणक में जोड़कर या घटाकर शेष से गुण्य को गुणाकर पुनः इष्टसंख्या से गुण्य को गुणा कर गुणनफल को प्रथम गुणनफल

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

में क्रम से घटाने अथवा जोड़ने से अभीष्ट गुणनफल होता है। इसप्रकार गुणा करने के लिए ग्रन्थकार ने पांच विधियाँ बतलायी हैं ॥ ४-६ ॥

अत्रोद्देशकः

बाले बालकुलरङ्गलोलनयने लीलावति प्रोच्यतां
पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अंकाः कति स्युर्यदि ।
रूपस्थानविभागखण्डगुणने कल्याऽसि कल्याणिनि
च्छिन्नास्तेन गुणेन ते च गुणिता जाताः कति स्युर्वद ॥ १ ॥

अन्वयः—हे बाले बालकुरंगलोलनयने लीलावति ! कल्याणिनि ! यदि रूप-स्थान विभागखण्डगुणने कल्याऽसि, तर्हि पञ्चत्र्येकमिताऽङ्काः दिवाकरगुणाः कति स्युः, इति प्रोच्यताम् । अथ च ते गुणिताः अङ्काः तेन गुणेन छिन्नाः (भक्ताः सन्तः) जाताः कति स्युः इति भागहार प्रश्नः ।

बाल मृग के चञ्चल नेत्रों के समान नयनों वाली हे बाले लीलावति ! यदि तुम संख्याओं के स्थान-विभाग और खण्ड गुणन की क्रियाओं में निपुण हो तो बतलाओ १३५ में १२ का गुणा करने से गुणनफल की संख्या क्या होगी ? हे कल्याणिनि ! गुणनफल को उसी गुणक से भाग देने पर कितनी लब्धि होगी उसे भी बतलाओ । २

उदाहरण—गुणा करने की प्रथम विधि—

```
  १३५   गुण्य
 ×१२   गुणक
──────
 १२
  ३६
   ६०
──────
 १६२०   गुणनफल
```

द्वितीय विधि—गुणक १२ का दो खण्ड किया १०+२ इन दोनों खण्डों से गुणक १३५ को पृथक्-पृथक् गुणा कर योग करने से गुणनफल होगा ।

यथा—			
	१३५	१३५	१३५०
	×१०	×२	२७०
	१३५०	२७०	१६२० गुणनफल

तृतीय विधि—गुणक १२ को २ से भाग देने पर पूर्ण विभक्त हो गया तथा लब्धि ६ प्राप्त हुई । अतः २ और ६ से गुण्यसंख्या को गुणा किया—

१३५ × २ = २७० × ६ = १६२० गुणनफल

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

चतुर्थविधि— गुणक १२ का स्थानीय मान के अनुसार १।२ दो भाग किया। दोनों से गुणाकर स्थानीय मान के अनुसार रखकर, जोड़ने से गुणनफल होगा।

१३५ × १ = १३५

१३५ × २ = २७०

स्थानीय मान के अनुसार	१३५
दशस्थानीय १ के गुणनफल को एक स्थान	२७०
पीछे तथा इकाई २ के गुणनफल को एक	१६२० गुणनफल
स्थान आगे रखकर योग किया।	

पञ्चम विधि—

१—इष्ट २ कल्पना किया तथा गुणक से २ को घटाकर शेष १० से गुणा किया— १३५ × १० = १३५०

पुनः इष्ट से गुणा किया—१३५ × २ = २७०

दोनों गुणनफलों का योग १३५०
 २७०
 ———
 १६२० गुणनफल

२— गुणक १२ + २इष्ट = १४

१३५ × १४ = १८९०

१३५ × २ = २७०

दोनों का अन्तर १८९० − २७० = १६२० गुणनफल

उपपत्तिः—(१) कस्याश्चित् संख्यायाः गुणकतुल्यावृत्या योगः गुणनफलं भवति। अ × ३ = (अ + अ + अ) = ३ अ २ × ३ = (२ + २ + २) = ६ प्रथमः प्रकारः उपपन्नः।

(२) गुणकस्य खण्डतुल्यस्थानेषु गुण्यस्य पृथक्-पृथक् योगं विधाय पुनः योगयोः योगानां वा योगः गुणनफलमिति। गुण्यः = य, गुणकः = र

र = (प + फ)

य × र = य (प + फ) = य प + य फ उपपन्नम्।

(३) येन भक्तः गुणकः शुध्यति तेन लब्ध्या च गुणितो गुण्यः गुणनफलं भवति। यतो हि भाजकः × लब्धिः = भाज्यः। यथा— गुण्यः क, गुणकः य

यदि $\frac{य}{र}$ = ल

तदा य = र × ल

अतः क × य = क (र × ल) = क र × क ल उपपन्नम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(४) स्थानीय मानेन गुणकखण्डेन गुणितस्य पृथक्-पृथक् गुण्यस्य योगः गुणनफलं भवति ।

गुण्यः=अ   गुणकः=ब+स

ब=(१०), स=१

अ × (ब+स)=अ ब+अ स=गुणनफलम्   उपपन्नम् ।

(५) गुण्यः=य,   गुणकः=र   इष्टम्=ल

र=(र + ल – ल)=(र – ल + ल)

य × र=य (र + ल – ल)=य (र – ल + ल)=

(य र + य ल) – य ल=(य र – य ल)+य ल=गुणनफलम् उपपन्नम् ।

भागहारे करणसूत्रं वृत्तम्

भाज्याद्धरः शुध्यति यद्गुणः स्यादन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य हारभाज्यौ भजेद्वा सति सम्भवे तु ॥ ७ ॥

अन्वयः—अन्त्याद् भाज्यात् हरः यद्गुणः शुध्यति तत् खलु भागहारे फलं स्यात् । वा सम्भवे सति हारभाज्यौ केनापि समेन (अङ्केन) अपवर्त्य भजेत् तदा फलं स्यात् ॥ ७ ॥

(जिस संख्या में भाग दिया जाता है उसे भाज्य तथा जिस संख्या से भाग दिया जाता है उसे हर या भाजक कहते हैं ।) भागहार (भाग की प्रक्रिया) में भाज्य के अन्तिम अंक तक हर का जिस संख्या के साथ गुणनफल घट जाय वह संख्या फल या लब्धि होती है । सम्भव होने पर भाज्य और हार को किसी एक संख्या से अपवर्तित कर शेष भाज्य में हार का भाग देने से लब्धि होती है ॥ ७ ॥

उपपत्तिः—हरेण भक्तस्य भाज्यस्य फलं हरस्य गुणको भवति ।

हरः × फलम्=भाज्यः

$$\text{फलम्} = \frac{\text{भाज्यः}}{\text{हरः}}$$

अतो हरस्य यद्गुणः शुध्यति तदेव फलमित्युपपन्नम् ।

एकेनाङ्केनापवर्तितयोः भाज्यहरयोः फलमपि समानमेव भवति ।

उदाहरणम्—(१) भाज्यः १६२०   हारः १२

$$\frac{१६२०}{१२} =$$

```
१२ ) १६२० ( १३५
     १२
     ──
      ४२
      ३६
      ──
       ६०
       ६०
       ──
        ×
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भाज्य १६२० के अन्तिम अङ्क शून्य तक १२ और १३५ का गुणनफल घट रहा है अतः फल (लब्धि)=१३५

(२) $\frac{१६२०}{१२}$ भाज्य और हार दोनों को ६ से अपवर्तित करने पर लब्धि=

$\frac{२७०}{२}$ अतः अपवर्तित भाज्य २७० में हार २ का भाग दिया।

```
२ ) २७० ( १३५
    २
    --
     ७
     ६          लब्धिः=१३५
    --
     १०
     १०
    --
     ×
```

वर्ग करणसूत्रम्

समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नाः।
स्वस्वोपरिष्ठाच्च तथाऽपरेऽङ्कास्त्यक्त्वाऽन्त्यमुत्सार्य पुनश्च राशिम्॥
खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा।
इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यादिष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा॥ ६॥

अन्वयः—समद्विघातः कृतिः उच्यते। इति प्रथमः प्रकारः। अथ अन्त्यवर्गः स्थाप्यः, तथा परे (अङ्काः) द्विगुणान्त्यनिघ्नाः स्वस्वोपरिष्टात् स्थाप्याः। अन्त्यं त्यक्त्वा राशिमुत्सार्य पुनः क्रिया कार्या, तदा कृतिः स्यादिति द्वितीयः प्रकारः। वा खण्डद्वयस्याभिहतिः द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिः स्यादिति तृतीयः प्रकारः। वा इष्टोनयुग्राशिवधः इष्टस्य वर्गेण समन्वितस्तदा कृतिः स्यादिति चतुर्थः प्रकारः॥

(१) समान दो अंकों के घात को वर्ग कहते हैं।

(२) (यदि एकाधिक अङ्कों का वर्ग करना हो तो) अन्तिम संख्या के वर्ग को स्थापित कर पुनः अन्तिम अङ्क को द्विगुणित कर उससे अग्रिम अङ्कों को गुणा कर तत्तद अङ्कों के ऊपर रखें। पुनः उस अङ्क को छोड़कर उसके बाद वाले अङ्क का वर्ग स्थापित कर उसके दूने से अग्रिम अङ्कों को गुणित करना चाहिए। बार-बार इसी प्रकार क्रिया कर अङ्कों का योग करने से अभीष्ट संख्या का वर्ग होता है।

(३) अभीष्ट संख्या का दो खण्ड कर दोनों के गुणनफल को द्विगुणित कर गुणनफल में दोनों खण्डों के वर्गों को जोड़ने से वर्ग होता है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(४) अभीष्ट संख्या में कल्पित इष्ट संख्या को जोड़कर तथा घटाकर दोनों का गुणा कर गुणनफल में इष्ट संख्या का वर्ग जोड़ने से अभीष्ट वर्ग होता है।

यथा—(१) प्रथम विधि—

(१२५)² = १२५×१२५ = १५६२५

(२) द्वितीय विधि—

(१२५)² = १२५
१
०४
१०
४
२०
२५
१५६२५ वर्गः।

(३) तृतीय विधि—

(१२५)² = १०० + २५ (खण्ड द्वय)

१००×२५ = २५०० गुणनफल

२५००×२ = ५००० द्विगुणित गुणनफल

(१००)² = १००००

(२५)² = ६२५

१०६२५ वर्ग योग

गुणनफल ५००० + वर्ग योग (१०६२५)

= १५६२५ = वर्ग

चौथी विधि—

(१२५)² = यहाँ इष्ट कल्पना किया ५

अतः १२५ + ५ = १३०

१२५ − ५ = १२०

१३० × १२० = १५६००

इष्ट² = (५)² = (५ × ५) = २५

१५६०० + २५ = १५६२५

उपपत्तिः—(१) समद्विघातः कृतिरिति परिभाषया अ × अ = अ² इति सिद्धम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(२) स्थाप्योऽन्त्यवर्गः इत्यादिना (क + ख + ग)^{२} = प्रथम रीत्या गुणनरीत्या वा

(क + ख + ग) (क + ख + ग) = क^{२} + कख + कग

ख^{२} + कख + गख

ग^{२} + कग + गख

योगे कृते क^{२} + २ कख + २ कग + ख^{२} + २ ग ख + ग^{२}

अत उपपन्नः द्वितीयः प्रकारः ।

(३) खण्डद्वयस्याभिहतिरिति ।

(क + ख) = एको राशिः । अस्य खण्डद्वयम् = (क) + (ख)

२[(क)×(ख)] = २ कख

(क)^{२} = क×क = क^{२}, (ख)^{२} = ख×ख = ख^{२}

त्रयाणां योगः २ कख + क^{२} + ख^{२}

उपपन्नः तृतीयः प्रकारः

(४) इष्टोनयुग्राशिवध इति

अत्र राशिः = (क + ख), इष्टम् = ख, (क + ख) + ख, (क + ख) − ख

[(क + ख + ख) (क + ख − ख)]

= [(क + २ख) (क)] = क^{२} + ·खक

इष्टस्य वर्गः (ख)^{२} = ख×ख = ख^{२}

उभयोर्योगः क^{२} + २कख + ख^{२}

उपपन्नश्चतुर्थः प्रकारः

अत्रोद्देशकः ।

सखे नवानां च चतुर्दशानां ब्रूहि त्रिहीनस्य शतत्रयस्य ।
पञ्चोत्तरस्याप्ययुतस्य वर्गं जानसि चेद्वर्गविधानमार्गम् ॥१॥

अन्वयः—सखे चेत् वर्गविधानं मार्गं जानासि तदा नवानां चतुर्दशानां त्रिहीनस्य शतत्रयस्य, पञ्चोत्तरस्याप्ययुतस्य वर्गं ब्रूहि ॥ १ ॥

हे मित्र यदि तुम वर्गविधि की प्रक्रिया को जानते हो तो ९, १४, तीन कम तीन सौ (२९७) तथा १०००५ का वर्ग बताओ ।

उदाहरण—९×९ = ८१ । १४×१४ = १९६ (प्रथम विधि)

(२) (२९७)^{२} = ४

३६

२८

८१

१२६

४९

८८२०९

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$(10005)^2 = 10 : 10005$

अभ्यासार्थं उदाहरण

(१) ७, ९, ११, १२, १६, २५ का प्रथम रीति से वर्ग ज्ञात करो।

(२) १३५, १४८, २२५, ३३५ का द्वितीय एवं तृतीय विधि से वर्ग ज्ञात करो।

(३) ४५, ३६, ५६, ६८ का चतुर्थ रीति से वर्ग ज्ञात करो।

वर्गमूले सूत्रम्

त्यक्त्वाऽन्त्याद्विषमात्कृतिं द्विगुणयेन्मूलं समे तद्धृते
त्यक्त्वा लब्धकृतिं तदाद्यविषमाल्लब्धं द्विनिघ्नं न्यसेत् ।
पङ्क्त्यां पंक्तिहृते समेऽन्यविषमात् त्यक्त्वाऽऽप्तवर्गं फलं
पंक्त्यां तद्द्विगुणं न्यसेदिति मुहुः पंक्तेर्दलं स्यात् पदम् ॥१०॥

अवय:—अन्त्यात् विषमात् कृतिं त्यक्त्वा मूलं द्विगुणयेत्, तद्धृते समे लब्धकृतिं तदाद्यविषमात् त्यक्त्वा लब्धं द्विनिघ्नं पंक्त्यां न्यसेत्। समे पंक्तिहृते अन्यविषमात् आप्तवर्गं फलं त्यक्त्वा तद्द्विगुणं पंक्त्यां न्यसेत् इति मुहुः क्रिया कार्या, तदा पंक्तेः दलं पदं स्यात् ॥ १० ॥

(जिस संख्या का वर्गमूल अपेक्षित हो उसके प्रत्येक अंक पर वामाभिमुख विषम । एवं सम—का चिह्न लगा लेना चाहिये।)

अन्तिम विषम संख्या में जिस संख्या का वर्ग घट सके उसे घटाकर मूल को द्विगुणित कर अग्रिम सम संख्या में भाग दें। लब्धि के वर्ग को अग्रिम विषम संख्या में घटावे। पुनः लब्धि को द्विगुणित कर पार्श्व स्थित पंक्ति में रखें। पंक्तिस्थ संख्या से अग्रिम सम संख्या में भाग दे तथा विषम संख्या में लब्धि का वर्ग घटायें पुनः लब्धि को द्विगुणित कर पंक्ति में रखें। इस प्रकार बार-बार क्रिया करने पर अन्तिम पंक्तिस्थ संख्या का आधा वर्ग मूल होता है।

उपपत्तिः—

त्यक्त्वान्त्याद् इति सूत्रं स्थाप्योन्त्यवर्गः इति वर्गसूत्रस्य विपरीतम्। यथा क^2 + २ कख + ख^2 अत्रान्तिमस्य वर्गं विशोध्य द्विगुणितेन मूलेन भक्ते तथा लब्धे वर्गविशोधनेन क्रियासिद्धिः। अर्थात् क + ख इति अवशिष्यते। उपपन्नं सूत्रम्।

अत्रोद्देशकः

मूलं चतुर्णां च तथा नवानां पूर्वं कृतानां च सखे कृतीनाम् ।
पृथक् पृथग्वर्गपदानि विद्धि बुद्धेर्विशुद्धिर्यदि तेऽत्र जाता ॥ ११ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे मित्र यदि तुम्हारी बुद्धि इस वर्गमूल क्रिया में विकसित हो चुकी है तो ४, ९ तथा पूर्व उदाहरण में किये गये वर्गों के पृथक् पृथक्-वर्गमूल बताओ। अर्थात् ४, ९, ८१, १९६, ८८२०९ तथा १००१०००५ का वर्गमूल बताओ।

उदाहरण—$\sqrt{४} = २$, $\sqrt{९} = ३$, $\sqrt{८१} = ९$

$\sqrt{१९६} = १४$, $\sqrt{८८२०९} = २९७$

$\sqrt{१००१०००५} = १०००५$

आनयन विधि—

(१) $२ \times २ = ४$ $\sqrt{४}$ (लब्धि २), ४, ×, $= २$ (२) ३×३ $\sqrt{९}$ (लब्धि ३), ९, ×, $= ३$

(३) $\sqrt{१९६}$

```
                  १४
                ________
                | । _ ।
१×२=२           | १ ९ ६
१४×२=२८         | १
                | ‾‾
                |  ९
                |  ८             मूलम् = १४
               √ ‾‾१६
                   १६
                  ‾‾‾‾
                    ×
```

प्रस्तुत उदाहरण में ६ विषम ९ सम तथा १ विषम है। अन्तिम विषम संख्या १ में १ का वर्ग घटाया। मूल १ को २ से गुणा कर अग्रिम सम संख्या ९ में भाग देने से लब्धि ४ आयी तथा शेष १ रहा। अग्रिम विषम संख्या ६ को नीचे रखने से १६ संख्या हुई उसमें लब्धि ४ का वर्ग १६ घटाने से निःशेष हो गया। पुनः १४ को दो से गुणा कर २८ को पंक्ति में रखा, २८ का आधा अथवा ऊपर की लब्धि = १४ वर्गमूल हुआ। अभ्यासार्थ दूसरा उदाहरण—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\sqrt{८८२०९}$ = २९७

२×२=४
९×९=८१
२९×२=५८
७×७=४९

मूल=२९७

```
  २९७
|।–।–।
|८८२०९
 ४
 ——
 ४८
 ३६
 ———
  १२२
  ८१
 ———
  ४१०
  ४०६
 ————
   ४९
   ४९
  ———
   ×
```

अभ्यासार्थ प्रश्न—

(१) ३२४, ६२५, १२२५, २०२५, १५३७६; २१०२५; ६००२५, १२६०२५ इनका वर्गमूल ज्ञात करो।

(२) १३८, २४४, ३०१, ३५०, ५०२, ५२५, ६२७, ५२८ इन संख्याओं का वर्ग ज्ञात कर पुनः वर्गमूल ज्ञात करो।

(३) किसी वर्गाकार क्षेत्र की एक भुजा ३५ मीटर है तो क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(४) एक वर्गाकार चरागाह का क्षेत्रफल १५६२५ वर्ग मीटर है तो उसकी भुजाओं का माप बताओ।

घनसाधनम्

घने करणसूत्रं वृत्तत्रयम्

समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य ततोऽन्त्यवर्गः।
आदित्रिनिघ्नस्तत आदिवर्गस्त्र्यन्त्याहतोऽथादिघनश्च सर्वे ॥११॥
स्थानान्तरत्वेन युता घनः स्यात् प्रकल्प्य तत्खण्डयुगं ततोऽन्त्यम्।
एवं मुहुर्वर्गघनप्रसिद्धावाद्याङ्कतो वा विधिरेष कार्यः ॥१२॥
खण्डाभ्यां वा हतो राशिस्त्रिघ्नः खण्डघनैक्ययुक्।
वर्गमूलघनः स्वघ्नो वर्गराशेर्घनो भवेत् ॥१३॥

समान तीन अङ्कों के घात को घन कहा गया है। अर्थात् जिस संख्या का घन अभीष्ट हो उसी संख्या को तीन बार गुणा करने से घन होता है (१)।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(२) (एकाधिक अङ्कों वाली संख्या के लिए द्वितीय विधि)—अन्तिम अङ्क का घन स्थापित कर पुनः उस अन्तिम संख्या के वर्ग से तथा ३ से अग्रिम संख्याओं को गुणा करें। पुनः आदि अङ्क के वर्ग से एवं ३ से अन्तिम संख्या को गुणा कर स्थान क्रम से लिखें। पुनः अग्रिम संख्या का घन स्थापित करें। स्थानान्तर क्रम से सभी संख्याओं (गुणनफलों) का योग करने से घन होता है। अनन्तर दोनों खण्डों को अन्तिम संख्या मान कर अग्रिम (आदि) संख्या के साथ बार-बार पूर्वोक्त क्रिया करने से बड़ी से बड़ी संख्याओं का घन आ जायेगा।

(३) अभीष्ट संख्या का दो खण्ड कर दोनों खण्डों से अभीष्ट राशि को गुणा कर पुनः ३ से गुणाकर गुणनफल में दोनों खण्डों के घनों का योग करने से घन होता है।

(४) किसी वर्गात्मक संख्या का घन ज्ञात करना हो तो संख्या के वर्गमूल का घन निकाल कर पुनः उसका वर्ग करने से घन होता है ॥ ११–१३ ॥

उपपत्तिः— १. $(अ)^3 = अ \times अ \times अ = अ^3$

अनेन समत्रिघात उपपन्नः।

२. राशिः $= (अ + ब)^3 = (अ+ब)(अ+ब)(अ+ब)$

$= (अ^2 + अब + अब + ब^2)\, अ + ब$

$= अ^3 + अ^2ब + अ^2ब + अब^2 + अ^2ब + अब^2 + अब^2 + ब^3$

योगे कृते—$अ^3 + ३\,अ^2\,ब + ३\,अ\,ब^2 + ब^3$

स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य इत्यादिद्वितीयः प्रकार उपपन्नः।

३. राशिः $= (अ + ब)$। अस्य खण्डद्वयम् $(अ) + (ब)$

$[\{(अ+ब)\,अ\}\,ब]\,३ = [\{अ^2 + अ\,ब\}\,ब]\,३$

$= [अ^2ब + अ\,ब^2]\,३$

$= ३\,अ^2\,ब + ३\,अ\,ब^2$

खण्डयोर्घनाभ्यां युक्ते सति—$(अ)^3 = अ \times अ \times अ = अ^3$

$(ब)^3 = ब \times ब \times ब = ब^3$

$अ^3 + ३\,अ\,ब^2\,ब + ३\,अ\,ब^2 + ब^3$

खण्डभ्यां वा हतो राशिरित्यादि तृतीयः प्रकार उपपन्नः।

४. राशिः $= (अ^2)$ अस्य घनम् $= (अ^2)^3$

अस्य मूलम् $\sqrt{अ^2} = अ$। मूलस्य घनम् $= अ \times अ \times अ = अ^3$

घनस्य वर्ग $= (अ^3) \times (अ^3) = अ^6$ उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रकारान्तरेण—$(अ^2)^3 = अ^2 \times अ^2 \times अ^2 = अ^6$

$= (\sqrt{अ^2})^3 = (अ)^3$ अस्य वर्गः $= अ^6$

उपपन्नश्चतुर्थः प्रकारः ।

अत्रोद्देशकः—

नवघनं त्रिघनस्य घनं तथा कथय पञ्च घनस्य घनं च मे ।
घनपदं च ततोऽपि घनात् सखे यदि घनेऽस्ति घना भवतो मतिः ॥१॥

हे सखे ! यदि तुम्हारी बुद्धि घन विधि में घन (तीक्ष्ण) है तो ९ का घन, तीन के घन (अर्थात् २७) का घन तथा पांच के घन (१२५) का घन मुझे बतलाओ । उन घन संख्याओं से उनका घनमूल भी ज्ञात करो ।

उदाहरण—९, २७, १२५ का घन ज्ञात करो ।

प्रथम विधि—१. ९×९×९=७२९

२. २७×२७×२७=१९६८३

३. १२५×१२५×१२५=१९५३१२५

जिस संख्या का घन करना हो उस संख्या का तीन बार गुणा करने से घन होता है ।

द्वितीय विधि—(बड़ी संख्याओं के लिए)

	१२५
प्रथम संख्या १ का घन	१
अन्तिम $(१)^२ \times २ \times ३ = ६$	×६
आदि $(२)^२ = ४ \times १ \times ३ =$	१२
अन्त्य $(२)^३ = २ \times २ \times २ = ८$	×८
अन्त्य $(१२)^२ = १४४ \times ५ \times ३ = २१६०$	२१६०
आदि $(५)^२ = २५ \times १२ \times ३ = ९००$	९००
$(५)^३ = ५ \times ५ \times ५ = १२५$	१२५
स्थानान्तर क्रम से योग=	१९५३१२५

अभीष्ट घन = १९५३१२५

तृतीय विधि—२७ का घन ज्ञात करना है । २७ का दो खण्ड २०+७ किया दोनों खण्डों को २७ से गुणा किया—

(२७×२०)७=५४०×७=३७८०

गुणनफल को ३ से गुणा किया=३७८०×३=११३४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

दोनों खण्डों के घनों के योग गुणनफल में जोड़ने से—

$(२०)^3 = २०\times२०\times२० = ८०००$

$(७)^3 = ७\times७\times७ = \quad ३४३$

८३४३

११३४० + ८३४३ = १९६८३ अभीष्ट घन।

चतुर्थ विधि—वर्गात्मक राशि का घन ज्ञात करना है। राशि=२५

२५ का वर्गमूल $= \sqrt{२५} = ५$

$(५)^3 = ५\times५\times५ = १२५$

$(१२५)^2 = १२५\times१२५ = १५६२५$

अतः २५ का घन = १५६२५

अभ्यासार्थ प्रश्न—

१. प्रथम विधि से घन ज्ञात करो—

३, ५, ७, ८, ११, १५, २०, २२, ३८, ३९, ४५, ५५।

२. द्वितीय विधि से घन ज्ञात करो—

११५, २२५, १३५, ३१५, ५४५, ३४२, ७१५, ३२४३।

३. तृतीय विधि से घन ज्ञात करो—

२६, २८, ३२, ४४, ४६, ६५, ७५, ८२, १४५, २२५।

४. चतुर्थ विधि से घन ज्ञात करो—

९, १६, २५, १४४, १६९, २२५, ५२९, ७२९, १२२५, २७०४।

५. किसी एक विधि से घन ज्ञात करो—

१, ४, ६, ८, १०, १४, १६, २५, ३६, ४९, ६४, ८१, २२२, ३३३, २०५, ३०३, ४१५, ३२८, २९५, ४२८।

घनमूलसाधने सूत्रम्

आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे पुनस्तथाऽन्त्याद् घनतो विशोध्य।
घनं पृथक्स्थं पदमस्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्यं विभजेत् फलं तु ॥
पङ्क्त्यां न्यसेत् तत्कृतिमन्त्यनिघ्नीं त्रिघ्नीं त्यजेत् तत्प्रथमात् फलस्य।
घनं तदाद्यात् घनमूलमेवं पंक्तिर्भवेदेवमतः पुनश्च ॥ १५ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अभीष्ट संख्या में आद्य अङ्क (इकाई) से आरम्भ कर दहाई की (बायें) तरफ एक संख्या पर घन तथा दो सख्याओं पर अघन चिह्न लगावें। अन्तिम घन संख्या में जितने का घन घट सके घटावें। जिस संख्या का घन घटे उसे पृथक् रख कर उसके वर्ग को तीन से गुणाकर गुणन फल से अग्रिम अघन संख्याओं में भाग दें। लब्धि को पंक्ति में रखकर ३ और अंतिम अंक से गुणाकर गुणनफल को अघन की दूसरी संख्या में घटावें। पुनः लब्धि के घन को अग्रिम घन संख्या में घटाने से (ऊपर स्थित संख्या) घनमूल होती है। यदि आगे और भी अङ्क हों तो पूर्ववत् क्रिया करते रहने से अभीष्ट घनमूल आ जायेगा। १५।

यथा—१५६२५ का घनमूल निकालना है।

अतः ५ के ऊपर घन (।), २ और ६ पर (—) अघन, ५ पर घन तथा १ पर अघन चिह्न लगाया। इस प्रकार २ घन संख्या हुई अतः घनमूल भी दो अङ्कों वाली संख्या होगी। आगे की प्रक्रिया इस प्रकार—

	२५
	१ ५ ६ २ ५
अन्तिम घन १५ में २ का घन घटाया २ × २ × २ = ८	८
घनमूल $(२)^२ = ४ × ३ = १२$	७६
	६०
	१६२
	१५०
	१२५
३	१२५
✓	×

अग्रिम अघन को उतारने से शेष ७६ में १२ का भाग देने से लब्धि ६ आयेगी किन्तु आगे की क्रिया अवरुद्ध हो जायेगी अतः लब्धि ५ लिया। १२ × ५ = ६० को घटाने से शेष १६, अघन उतारने से १६२ आया। इसमें लब्धि के वर्ग को ३ से तथा अन्तिम घनमूल २ से गुणा कर गुणनफल [$(५)^२ = २५ × ३ × २ = १५०$] को घटाने से शेष १२ रहा। अन्तिम घन ५ को उतारने से १२५ आया। लब्धि ५ का घन (५ × ५ × ५ = १२५) घटाने से संख्या निःशेष हो गई। अतः ऊपर स्थित २५ अभीष्ट घनमूल हुआ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—आद्यं घनस्थानमित्यादिसूत्रस्योपपत्तिः "स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्यादि-सूत्राद् विपरीतक्रमेण सिध्यति । यथा—

$$(क+ख)^3 = क^3 + ३\,(क^२ \times ख) + ३\,(ख^२ \times क) + ख^3$$
$$= क^3 + ३\,क^२ख + ३\,ख^२क + ख^3$$

अत्र $ख^3$, $क^3$ क्रमेण घनस्थाने, एवमेव ३ $ख^२$ क, ३ $क^२$ ख क्रमेण द्वे अघन-स्थाने स्तः । अघनस्थाने मूलमादित्रिनिघ्नं तथा च मूलं त्र्यन्त्याहतमेव तिष्ठति अतो विपरीतमेव मूलसूत्रमुपपन्नम् ।

प्रतीत्यर्थं घनमूलं प्रदर्श्यते—

$(क)^3 = क^3$
$३\,(क^२) = ३क^२$
$(ख)^२ = ख^२ \times क \times ३$
$(ख)^3 = ख \times ख \times ख = ख^3$

$$\begin{array}{l|l} क^3 + ३\,क^२\,ख + ३\,ख^२\,क + ख^3 & क+ख \\ \underline{क^3} & \\ \times & \\ \quad ३\,क^२\,ख & \\ \quad \underline{३\,क^२\,ख} & \\ \qquad ३\,ख^२\,क & \\ \qquad \underline{३\,ख^२\,क} & \\ \qquad\quad ख^3 & \\ \qquad\quad \underline{ख^3} & \\ \qquad\quad \times & \end{array}$$

क्रियावैपरीत्येन क+ख घनमूलमिति, सूत्रमुपपन्नम् ।

विशेष—घनमूल निकालने का आधुनिक नियम गुणनखण्ड पर आधारित है । किसी भी घनात्मक संख्या का गुणन खण्ड निकालकर ३ अंकों का समूह बनावें । प्रत्येक समूह के एक-एक अंकों का गुणनफल अभीष्ट घनमूल होता है । यथा—

$$\sqrt[३]{२७} = \frac{३\times३\times३}{३} = ३ \text{ घनमूल}$$

$$\sqrt[३]{७२९} = \frac{३\times३\times३}{३} \times \frac{३\times३\times३}{३} = ३\times३ = ९ \text{ घनमूल}$$

$$\sqrt[३]{१७२८} = \frac{२\times२\times२}{२} \times \frac{२\times२\times२}{२} \times \frac{३\times३\times३}{३} = २\times२\times३ = १२ \text{ घनमूल}$$

अभ्यासार्थ प्रश्न

घनमूल निकालो—

१. ७२९, १७२८, ३३७५, १०६४८, ४२८७५, ५४८७२, ७९५०७ ।
२. १९५३१२५, २४६०३७५, १४७०६१२५ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भिन्नपरिकर्माष्टकम्

समच्छेदविधानम्—

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः समच्छेदविधानमेवम् ।
मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यां यद्वा हरांशौ सुधियाऽत्र गुण्यौ ॥ १ ॥

[भिन्न संख्याओं के योगान्तर हेतु समच्छेद की विधि बतलाई गई है ।] एक संख्या के हर से दूसरी संख्या के अंश और हर को गुणाकर, दूसरी संख्या के हर से प्रथम संख्या के अंश और हर को गुणा करने से दोनों संख्याओं के हर तुल्य हो जाते हैं। तुल्य हर होने पर अंशों का योगान्तर कर शेष संख्या के नीचे हर रखने से अभीष्ट संख्याओं का योगान्तर होता है।

यदि अंश और हर किसी संख्या से अपवर्तित हो सके तो उन अपवर्तित हरों से परस्पर हर-अंशों को गुणा कर विद्वानों को योग अन्तर करना चाहिए ॥१॥

उपपत्तिः—तुल्यहरांशकानामेव संकलनं व्यवकलनञ्च भवति। तुल्यांकेन हरांशयोर्मिथः गुणनेन लब्धेरविकृतत्वात् तुल्यहरे सति अंशानां योगान्तरं युक्तियुक्तमेव ।

उपपत्तिः—

$$\frac{अ}{क}+\frac{य}{र} \quad अत्र \ \frac{अ}{क} \ मानम्=च$$

$$\frac{य}{र} \ मानम्=न$$

$$\frac{अ}{क}+\frac{य}{र}=च+न$$

$$=\frac{अ\,र}{क\,र}+\frac{क\,य}{क\,र}=\left(\frac{अ}{क}\times\frac{र}{र}\right)+\left(\frac{क}{क}\times\frac{य}{र}\right)$$

$$=उत्थापनेन—(च\times 1)+(1\times न)$$

$$=च+न=\frac{अ\,र+क\,य}{कर}$$

अन्योन्यहारेत्यादिसूत्रमुपपन्नम् ।

अत्रोद्देशकः

रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो योगार्थमेतान् वद तुल्यहारान् ।
त्रिषष्टिभागश्च चतुर्दशांशः समच्छिदौ मित्र वियोजनार्थम् ॥१॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे मित्र! रूपत्रयं (३) पञ्च लवः $\frac{१}{५}$ त्रिभागः $\frac{१}{३}$, एतान् तुल्यहारान् योगार्थं वद। त्रिषष्टिभागः $\frac{१}{६३}$ चतुर्दशांशः $\frac{१}{१४}$ वियोजनार्थं भिन्नौ समच्छिदौ वद।

हे मित्र, पूर्णाङ्क ३, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$ का योग करने के लिए इनके हरों को, तथा अन्तर करने के लिए $\frac{१}{६३}$ और $\frac{१}{१४}$ के हरों को तुल्य करो।

उदाहरण—योग—

$$३+\frac{१}{५}+\frac{१}{३}=\frac{३}{१}+\frac{१}{५}+\frac{१}{३}$$

'अन्योन्यहारा' इत्यादि सूत्र से प्रत्येक हर से एक दूसरे के अंशों और हरों को गुणा करेंगे।

$$(१)\quad \frac{३}{१}+\frac{१}{५}+\frac{१}{३}$$

$$(५)\quad \frac{१५}{५}+\frac{१}{५}+\frac{५}{१५}$$

समच्छेद : $$(३)\quad \frac{४५}{१५}+\frac{३}{१५}+\frac{५}{१५}$$

योग करने से $\frac{४५}{१५}+\frac{३}{१५}+\frac{५}{१५}=\frac{५३}{१५}$

एवमेव $\frac{१}{६३}$, $\frac{१}{१४}$ इनका अन्तर करना है

$$\frac{१}{१४}-\frac{१}{६३}=\frac{६३}{८८२}-\frac{१४}{८८२}$$

समच्छेद होने पर अन्तर $\frac{४९}{८८२}$

प्रभागजातौ करणसूत्रं वृत्तार्धम्

लवा लवघ्नाश्च हरा हरघ्ना भागप्रभागेषु सवर्णनं स्यात्।

भागप्रभागेषु लवालवघ्ना हरा हरघ्ना च सवर्णनं स्यात्।

भाग-प्रभाग (अर्थात् किसी संख्या के भाग का भाग) विधि में अंशों का अंशों से तथा हरों का हरों से गुणा करने पर सवर्णन होता है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्ति:—प्रभागजातेरर्थः कस्यचिद् राशेर्भागस्य प्रभागः मूलराशेः कतमः भाग इति ।

'य' इत्यस्य 'ल' भागो $\frac{य}{ल}=र$ अस्यापरो भागः $\frac{त}{थ}=न$

अतः $न=\frac{य\times त}{ल\times थ}$

लवालवघ्नेति सूत्रमुपपन्नम्—

अत्रोद्देशकः

द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य सुमते पादत्रयं यद्भवेत्
तत्पञ्चांशकषोडशांशचरणः सम्प्रार्थितेनार्थिने ।
दत्तो येन वराटकाः कति कदर्येणार्पितास्तेन मे
ब्रूहि त्वं यदि वेत्सि वत्स गणिते जातिं प्रभागाभिधाम् ॥१॥

द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य पादत्रयं यद् भवेत् तत् पञ्चांशकषोडशांशचरणः सम्प्रार्थितेनार्थिने कदर्येणार्पिता । हे सुमते ! यदि त्वं गणिते प्रभागाभिधा जातिं वेत्सि तदा कति वराटका येन दत्ता मे ब्रूहि ।

एक द्रम्म के आधे का $\frac{२}{३}$ के $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{५}$ के सोलहें भाग ($\frac{१}{१६}$) का चतुर्थांश ($\frac{१}{४}$) किसी कृपण ने एक याचक को दिया । हे बुद्धिमती यदि तुम गणित की प्रभाग जाति को जानती हो तो मुझे बताओ कि उस कृपण ने कितनी कौड़ी याचक को दी ? १

लवा लवघ्नाश्च इत्यादि सूत्र के अनुसार अंशों का परस्पर गुणा कर अंश तथा हरों का गुणनफल हर के स्थान पर रखने से—

$$\frac{१}{१}\times\frac{१}{२}\times\frac{२}{३}\times\frac{३}{४}\times\frac{१}{५}\times\frac{१}{१६}\times\frac{१}{४}$$

$$=\frac{६}{७६८०}=\frac{१}{१२८०}\text{ द्रम्म}$$

वराटकानां दशकद्वयम् इत्यादि परिभाषा के अनुसार १२८० वराटक = १ द्रम्म ।

अतः $\frac{१}{१२८०}$ द्रम्म = १ वराटक (कौड़ी)

कृपणने याचक को दिया ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भागानुबन्धभागापवाहयोः सूत्रम्

छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णमेकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् ॥२॥
स्वांशाधिकोनः खलु यत्र तत्र भागानुबन्धे च लवापवाहे ।
तलस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् ॥३॥

चेद् एकस्य भागा अधिकोनका तदा छेदघ्नरूपेषु लवाः धनर्णम् । यत्र खलु स्वांशः अधिको न, तत्र भागानुबन्धे लवापवाहे च । तलस्थहारेण हरं निहन्यात् । स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् निहन्यात् ॥ ३ ॥

यदि किसी भी संख्या का कोई भी भाग रूप (पूर्णांक) में जोड़ना या घटाना हो तो पूर्णांक और दूसरी संख्या के गुणनफल में द्वितीय (भिन्न) संख्या के अंश को ऋण-धन के अनुसार घटाने अथवा जोड़ने से अभीष्ट योगान्तर होता है ।

यदि भागानुबन्ध और लवापवाह में किसी संख्या से अपना (उसी संख्या का कोई) भाग घटाना या जोड़ना हो तो दोनों संख्याओं के हरों का परस्पर गुणा कर हरस्थान में रखना चाहिए । तथा द्वितीय संख्या के हर को अपने अंश से ऋण धन के अनुसार घटाकर अथवा जोड़कर प्रथम संख्या के अंश से गुणा कर गुणनफल को अंश स्थान में रखने से अभीष्ट संख्या होती है । यथा—

१. ४ में उसी का $\frac{१}{३}$ जोड़ना है

$$\frac{४}{१}+\frac{१}{३}=\frac{४\times४}{३\times१}=\frac{१६}{३}$$

$$२.\ \frac{२}{३}+\text{ उसी का }\frac{२}{४}=\frac{(४+२)\times२}{३\times४}=\frac{१२}{१२}=१$$

$$३.\ \frac{२}{५}-\text{ उसी का }\frac{१}{६}=\frac{(६-१)\times२}{५\times६}=\frac{१०}{३०}=\frac{१}{३}$$

अत्रोद्देशकः

साङ्घ्रि द्वयं त्रयं व्यङ्घ्रि कीदृग्ब्रूहि सवर्णितम् ।
जानास्यंशानुबन्धं चेत् तथा भागापवाहनम् ॥ १ ॥

चेद् अंशानुबन्धं तथा भागापवाहनं जानासि तदा सांघ्रिद्वयं, व्यंघ्रित्रयं सवर्णितं कीदृग् ब्रूहि ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि तुम अंशानुबन्ध और भागापवाह को जानते हो तो चतुर्थांश ($\frac{१}{४}$) सहित २ तथा चतुर्थांश से रहित तीन का मान क्या होगा ? बताओ

उदाहरण—(१) $२ + \frac{१}{४} = \frac{(४ \times २) + १}{४} = \frac{९}{४}$

(२) $३ - \frac{१}{४} = \frac{(४ \times ३) - १}{४} = \frac{११}{४}$

अत्रोद्देशकः

अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः स निजदलयुतः कीदृशः कीदृशौ द्वौ
त्र्यंशौ स्वाष्टांशहीनौ तदनु च रहितौ स्वैस्त्रिभिः सप्तभागैः ।
अर्धं स्वाष्टांशहीनं नवभिरथ युतं सप्तमांशैः स्वकीयैः
कीदृक् स्याद् ब्रूहि वेत्सि त्वमिह यदि सखेऽशानुबन्धापवाहौ ॥२॥

हे सखे ! यदि भागानुबन्ध और भागापवाह जानते हो तो बताओ $\frac{१}{४}$ में उसी का $\frac{१}{३}$ जोड़ कर उसका $\frac{१}{२}$ जोड़ने से क्या होगा ? (१)
$\frac{२}{३}$ में उसी का $\frac{१}{८}$ घटाकर शेष में उसी का $\frac{३}{७}$ घटाने से क्या शेष बचेगा ? (२)
$\frac{१}{२}$ में उसका $\frac{१}{८}$ घटाकर शेष में उसी का $\frac{९}{७}$ जोड़ने से योगफल क्या होगा ?(३)

उदाहरण—न्यास (१) $\frac{१}{४}$ का $\left(+\frac{१}{३}\right)$ का $\left(+\frac{१}{२}\right)$

(२) $\frac{२}{३}$ का $\left(-\frac{१}{८}\right)$ का $\left(-\frac{३}{७}\right)$

(३) $\frac{१}{२}$ का $\left(-\frac{१}{८}\right)$ का $\left(+\frac{९}{७}\right)$

समाधान—

(१) $\frac{१}{४}, \frac{१}{३}, \frac{१}{२}$

अर्थात् $\frac{१}{४} + \left(\frac{१}{४} \text{ का } \frac{१}{३}\right)$

सूत्रानुसार—$\frac{१}{४}, \frac{१}{३} = \frac{(३+१) \times १}{३ \times ४} = \frac{४}{१२} = \frac{१}{३}$

$\frac{१}{३}, \frac{१}{२} = \frac{(२+१) \times १}{३ \times २} = \frac{३}{६} = \frac{१}{२}$

उत्तर $= \frac{१}{२}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(२) $\frac{२}{३} - \frac{१}{८} - \frac{३}{७}$

$$\frac{२}{३}, \frac{१}{८} = \frac{(८-१)\times २}{३\times ८} = \frac{१४}{२४} = \frac{७}{१२}$$

$$\frac{७}{१२}, \frac{३}{७} = \frac{(७-३)\times ७}{१२\times ७} = \frac{२८}{८४} = \frac{१}{३}$$

(३) $\frac{१}{२} - \frac{१}{८} = \frac{(८-१)\times १}{२\times ८} = \frac{७}{१६}$

$$\frac{७}{१६} + \frac{६}{७} = \frac{(९+७)\times ७}{१६\times ७} = \frac{११२}{११२} = १$$

अथ भिन्नसङ्कलितव्यवकलितयोः करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

योगोऽन्तरं तुल्यहरांशकानां कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः ॥

तुल्य हरांशकानां योगोऽन्तरं (भवति)। अहारराशेः रूपं हरः कल्प्यः ।

तुल्य हरवाले अंशों का ही योग अथवा अन्तर होता है । जिस राशि में हर नहीं होता उसका हर '१' कल्पित कर लेना चाहिए ।

उपपत्तिः—हरेण भागाः अनुमीयन्ते । पूर्णाङ्कस्य विभिन्नाः भागा एव भिन्न-संज्ञकाः भवन्ति । सजातीयानामेव योगान्तरमिति नियमात् तुल्यहरांशकानामेव योगान्तरमितियुक्तियुक्तम् । यथा य संख्यायाः र भागः ल संख्यायाः र भागेन सह युक्तो वियुक्तो भवितुमर्हति ।

$$\frac{य}{र} + \frac{ल}{र} = \frac{य+ल}{र}$$ = उभयोः 'र' भाग इत्युपपन्नम् ।

अत्रोद्देशकः

पञ्चांशपादत्रिलवार्धषष्ठानेकीकृतान् ब्रूहि सखे ममैतान् ।
एभिश्च भागैरथ वर्जितानां किं स्यात् त्रयाणां कथयाशु शेषम् ॥१॥

सखे ! पञ्चांशपादत्रिलवार्धषष्ठान् एतान् एकीकृतान् मम ब्रूहि । अथ एभिश्च भागैः त्रयाणां वर्जितानां किं शेषं स्याद् आशु कथय ।

हे मित्र ! $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{६}$ का योग मुझे बताओ तथा इस योग को ३ में घटाने से क्या शेष बचेगा मुझे शीघ्र बताओ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः $\frac{१}{५}+\frac{१}{४}+\frac{१}{३}+\frac{१}{२}+\frac{१}{६}$

योगः $=\frac{२९}{२०}$ । $३-\frac{२९}{२०}=\frac{३१}{२०}$ अन्तरम्

उदाहरण— $\frac{१}{५}+\frac{१}{४}+\frac{१}{३}+\frac{१}{२}+\frac{१}{६}$

हरों का हर और अंशों से गुणा करने पर समच्छेद होता है अतः—

$$\frac{१}{५}+\frac{१}{४}+\frac{१}{३}+\frac{१}{२}+\frac{१}{६}$$

$$\frac{१}{५}+\frac{५}{२०}+\frac{५}{१५}+\frac{५}{१०}+\frac{५}{३०}$$ (हर ५ से गुणा किया)

$$\frac{४}{२०}+\frac{५}{२०}+\frac{२०}{६०}+\frac{२०}{४०}+\frac{२०}{१२०}$$ (हर ४ से)

$$\frac{१२}{६०}+\frac{१५}{६०}+\frac{२०}{६०}+\frac{६०}{१२०}+\frac{६०}{३६०}$$ (हर ३ से)

$$\frac{२४}{१२०}+\frac{३०}{१२०}+\frac{४०}{१२०}+\frac{६०}{१२०}+\frac{१२०}{७२०}$$ (हर २ से)

$$\frac{१४४}{७२०}+\frac{१८०}{७२०}+\frac{२४०}{७२०}+\frac{३६०}{७२०}+\frac{१२०}{७२०}$$ (हर ६ से)

तुल्य हर होने पर योग किया ।

$$\frac{१४४+१८०+२४०+३६०+१२०}{७२०}=\frac{१०४४}{७२०}$$

$$=\frac{२९}{२०} \text{ योगः}$$

$$३—\text{योग} = ३-\frac{२९}{२०}$$

३ में कोई हर नहीं है अतः १ हर कल्पित कर न्यास किया—

$$\frac{३}{१}-\frac{२९}{२०}$$

हरों का परस्पर गुणा करने से—

$$\frac{६०}{२०}-\frac{२९}{२०}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्तर $\frac{६० - २९}{२०} = \frac{३१}{२०}$

उत्तर: योग $\frac{२९}{२०}$। अन्तर $\frac{३१}{२०}$

विशेष—आधुनिक विधि में हरों का लघुत्तम लेकर प्रत्येक भिन्न के हर से लघुत्तम में भाग देते हैं तथा लब्धि से अंश को गुणा कर गुणनफल लिखते हैं। सभी गुणनफलोंका योग अंश तथा लघुत्तम हर होता है। यदि अन्तर करना हो तो गुणनफलों का अन्तर कर देना चाहिए।

यथा— $\frac{१}{५} + \frac{१}{४} + \frac{१}{३} + \frac{१}{२} + \frac{१}{६}$

हरों का लघुत्तम—

२	५ । ४ । ३ । २ । ६
२	५ । २ । ३ । १ । ३
३	५ । १ । ३ । १ । ३
५	५ । १ । १ । १ । १
	१ । १ । १ । १ । १

२ × २ × ३ × ५ = ६०

अतः $\frac{१}{५} + \frac{१}{४} + \frac{१}{३} + \frac{१}{२} + \frac{१}{६}$

$\frac{१२ + १५ + २० + ३० + १०}{६०} = \frac{८७}{६०} = \frac{२९}{२०}$ = योगः

३ − योग $= \frac{३}{१} - \frac{२९}{२०}$

हरों का लघुत्तम = २०

$\frac{३}{१} - \frac{२९}{२०}$

$\frac{६० - २९}{२०} = \frac{३१}{२०}$ अन्तर :

अथ भिन्नगुणने करणसूत्रं वृत्तार्धम्

अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात् ॥४॥

विभिन्ने गुणने अंशाहतिः छेदवधेन भक्ता फलं स्यात्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भिन्न संख्याओंके गुणन हेतु अंशों के गुणन फल में हरों के गुणन फल का भाग देने से गुणनफल होता है।

उपपत्तिः—अ × ब = अ ब पूर्णाङ्कस्य गुणनफलम्। यदि अ सख्यायाः च भागः ब संख्यायाः ल भागेन गुणयेत्तदा—

$$\frac{अ}{च} \times \frac{ब}{ल} = \frac{अ \times ब}{च \times ल} = \frac{अ\ ब}{च\ ल}$$

उपपन्नम्

अत्रोद्देशकः

सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नं ससप्तमांशद्वितयं भवेत् किम्।
अर्धं त्रिभागेन हतं च विद्धि दक्षोऽसि भिन्ने गुणनाविधौ चेत् ॥१॥

चेद् भिन्ने गुणनविधौ दक्षोऽसि तदा सत्र्यंशरूपद्वितयेन ससप्तमांशद्वितयं निघ्नं किं भवेत्। अर्धंत्रिभागेन हतं च किं विद्धि।

यदि तुम गुणनविधि में निपुण हो तो $२\frac{१}{३}$ को $२\frac{१}{७}$ को तथा $\frac{१}{२}$ को $\frac{१}{३}$ से गुणा करने पर क्या होगा मुझे बताओ।

न्यासः $२\frac{१}{३} \times २\frac{१}{७} = ५$। $\frac{१}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{१}{६}$

उदाहरण—$२\frac{१}{३} \times २\frac{१}{७}$

सवर्णन करने से

$$\frac{(३ \times २) + १}{३} \times \frac{(७ \times २) + १}{७} =$$

$$\frac{७}{३} \times \frac{१५}{७} = \frac{१०५}{२१} = ५$$

$$\frac{१}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{१ \times १}{२ \times ३} = \frac{१}{६}$$

उत्तर = ५, एवं $\frac{१}{६}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भिन्न राशि के भाग में भाजक के अंश और हर में परिवर्तन कर अर्थात् भाजक के अंश को हर और हर को अंश बनाकर भिन्न की तरह गुणा करने से भागफल होता है।

जैसे $\frac{२}{३}$ को $\frac{१}{४}$ से भाग देना है। अतः सूत्र के अनुसार क्रिया करने पर—

$\frac{२}{३} \div \frac{१}{४} = \frac{२}{३} \times \frac{४}{१} = \frac{२ \times ४}{३ \times १} = \frac{८}{३}$ यह भागफल हुआ।

अत्रोपपत्तिः—कल्प्यते भाजकः $= \frac{य}{र}$, भाज्यः $= \frac{ल}{व}$

तदा य=भाज्यः × र एवं ल=भाजक × व

$\therefore \frac{य}{ल} = \frac{भाज्य \times र}{भाजक \times व} \therefore \frac{भाज्य}{भाजक} = \frac{य}{ल} \times \frac{व}{र} =$ लब्धिः।

अत उपपन्नम्।

अत्रोद्देशकः

सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च त्र्यंशेन षष्ठं वद मे विभज्य।
दर्भीयगर्भाग्रसुतीक्ष्णबुद्धिश्चेदस्ति ते भिन्नहृतौ समर्था ॥१॥

हे मित्र! यदि तुम्हारी बुद्धि भिन्न भाग की क्रिया में कुशाग्रभाग की तरह तीक्ष्ण है, तो ५ को २+ $\frac{१}{३}$ से और $\frac{१}{६}$ को $\frac{१}{३}$ से भाग देने पर लब्धि क्या होगी? मुझे बताओ ॥ १ ॥

न्यासः— $\frac{५}{१} \div \frac{७}{३}$। $\frac{१}{६} \div \frac{१}{३}$। $\frac{५}{१} \times \frac{३}{७}$, $\frac{१}{६} \times \frac{३}{१}$।

यथोक्तप्रकारेण जातम् :— $\frac{१५}{७}$, $\frac{१}{२}$।

इति भिन्नभागहारः।

उदाहरण (१) ५ को $\left(२ + \frac{१}{३}\right)$ से भाग देना है।

$\therefore \frac{५}{१} \div \left(२ + \frac{१}{३}\right) = \frac{५}{१} \div \left(\frac{२ \times ३}{३} + \frac{१}{३}\right)$

$= \frac{५}{१} \div \left(\frac{६+१}{३}\right) = \frac{५}{१} \div \frac{७}{३} = \frac{५}{१} \times \frac{३}{७} = \frac{१५}{७}$ लब्धि उत्तर।

(२) इसी प्रकार $\frac{१}{६}$ को $\frac{१}{३}$ से भाग देने पर

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{१}{६} \div \frac{१}{३} = \frac{१}{६} \times \frac{३}{१} = \frac{३}{६} = \frac{१}{२}$$ (३ से अपवर्त्तन देने पर)

लब्धि हुई ।

इति भिन्नभागहारः ।

अथ भिन्नवर्गादौ करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

वर्गे कृती घनविधौ तु घनौ विधेयौ ।
हारांशयोरथ पदे च पदप्रसिद्ध्यै ॥ ५ ॥

किसी भिन्नराशि या वर्ग का घन करना अभीष्ट हो तो, उसके अंश और हर दोनों का वर्ग या घन करना चाहिए। एवं यदि वर्गमूल या घनमूल निकालना हो तो अंश और हर दोनों का वर्गमूल या घनमूल निकालना चाहिए ।।५।।

जैसे-- $\frac{५}{४}$ का वर्ग करना अभीष्ट है।

$$\therefore \left(\frac{५}{४}\right)^२ = \frac{५}{४} \times \frac{५}{४} = \frac{२५}{१६}$$ उत्तर हुआ।

इसी प्रकार यदि $\frac{२५}{१६}$ का वर्गमूल निकालना है।

$$\therefore \sqrt{\frac{२५}{१६}} = \sqrt{\frac{५ \times ५}{४ \times ४}} = \frac{५}{४}$$ उत्तर।

अत्रोपपत्ति :--कल्प्यतेराशिः $\frac{य}{र}$ अस्य वर्गकरणमभीष्टम्, तदा समद्विघातः कृतिरुच्यते; इत्यादिना--

$$\left(\frac{य}{र}\right)^२ = \frac{य}{र} \times \frac{य}{र} = \frac{य^२}{र^२},$$ एवं घनादिकप्युपपद्यते ।

अत्रोद्देशकः--

सार्धत्रयाणां कथयासु वर्गं वर्गात् ततो वर्गपदं च मित्र ।
घनं च मूलं च घनात् ततोऽपि जानसि चेद्वर्गघनौ विभिन्नौ ।१।

हे मित्र ! यदि तुम भिन्नराशि के वर्ग और घन की क्रिया को जानते हो तो $३\frac{१}{२}$ का वर्ग और फिर उस वर्ग का वर्गमूल तथा उसी $\frac{७}{२}$ राशि का घन और उस घन का घनमूल बताओ ।।१।।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यास :— $३\frac{१}{२}$ छेदघ्नरूपे कृते जातम् $\frac{७}{२}$ ।

अस्य वर्ग : $\frac{४९}{४}$ । मूलम् $\frac{७}{२}$ । घन: $\frac{३४३}{८}$ । अस्य घनमूलम् $\frac{७}{२}$ ।

इति भिन्नपरिकर्माष्टकम् ।

उदाहरण (१) $३\frac{१}{२} = \frac{७}{२}$ का वर्ग करना है । अतः वर्ग-सूत्र के अनुसार $\left(\frac{७}{२}\right)^२$

$$= \frac{७}{२} \times \frac{७}{२} = \frac{४९}{४} \text{ हुआ ।}$$

(२) $\frac{४९}{४}$ का वर्गमूल निकालना है ।

$$\therefore \sqrt{\frac{४९}{४}} = \sqrt{\frac{७ \times ७}{२ \times २}} = \frac{७}{२} \text{ उत्तर ।}$$

(३) $\frac{७}{२}$ का घन निकालो ।

$$\therefore \left(\frac{७}{२}\right)^3 = \frac{७}{२} \times \frac{७}{२} \times \frac{७}{२} = \frac{३४३}{८} \text{ उत्तर ।}$$

(४) $\frac{३४३}{८}$ का घनमूल निकालो ।

$$\therefore \sqrt[३]{\frac{३४३}{८}} = \sqrt[३]{\frac{७ \times ७ \times ७}{२ \times २ \times २}} = \frac{७}{२} \text{ उत्तर ।}$$

इति भिन्नपरिकर्माष्टकम् ।

परिशिष्ट

नियम (१) किसी भी पूर्णाङ्क सख्या को दिये हुये हर के साथ भिन्न के रूप में परिवर्तित किया जा सकता है ।

जैसे— $५ = \frac{५}{१} = \frac{५ \times २}{१ \times २} = \frac{५ \times ३}{१ \times ३}$ इत्यादि ।

नियम (२) किसी भिन्नराशि को किसी अन्य भिन्नराशि के रूप में परिवर्तित किया जा सकता है, जिसका हर दी गई भिन्न के हर का कोई अपवर्त्य हो ।

जैसे— $\frac{१}{२}$ को ऐसी भिन्न के रूप में परिवर्तित करो जिसका हर ८ हो ।

$$\because ८ = २ \times ४ \therefore \frac{१}{२} = \frac{१ \times ४}{२ \times ४} = \frac{४}{८} \text{ उत्तर ।}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अभ्यासार्थं प्रश्न

(१) ७, ५, ३, १० में प्रत्येक को ऐसी भिन्न में परिवर्तित करो जिनका हर ६ हो।

(२) २, ४, १५, ९, ११ में प्रत्येक को ऐसी भिन्नराशि में बदलो जिनका हर १२ हो।

(३) ५ को ऐसी भिन्न संख्या में बदलो जिनका हर २, ५, ७, ८ हो।

(४) ९ को ऐसी भिन्न संख्या में बदलो जिनका हर ३, ८, १० और १२ हो।

(५) $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{२}{४}$, $\frac{३}{८}$, $\frac{५}{६}$, को ऐसी भिन्नों में बदलों जिनका हर २४ हो।

(६) $\frac{१५}{२५}$, $\frac{१६}{२४}$, $\frac{८१}{९०}$, $\frac{१२१}{२३१}$, $\frac{२६}{३९}$ और $\frac{५१}{८५}$ को ऐसी समान भिन्नों में बदलो। जिनका हर ५, ३, १०, २१, ३ और ५ हो।

नियम (३) किसी भिन्न को उसके लघुतम रूप में लाना—

जब भिन्न राशि के अंश और हर में कोई अपवर्त्तक न हो तब उसे अपने लघुतम रूप में कहा जाता है।

जैसे—$\frac{१५}{३०}$ को लघुतम रूप में लाओ।

$$\therefore \frac{१५}{३०} = \frac{५ \times ३}{५ \times ६} = \frac{५ \times ३ \times १}{५ \times ३ \times २} = \frac{१}{२}$$ (५ × ३ से अपवर्तित करने पर)

उत्तर $= \frac{१}{२}$।

अभ्यासार्थ प्रश्न

निम्न को उनके लघुतम रूप में बदलो :—

(१) $\frac{१२}{२७}$ (२) $\frac{३३}{४४}$, (२) $\frac{६०}{८०}$, (४) $\frac{६४}{१२८}$, (५) $\frac{७२०}{८६४}$, (६) $\frac{१४८५}{२१६०}$

(७) $\frac{२७५५}{३१२५}$ (८) $\frac{१२६१}{१६४३}$ (९) $\frac{१२३४५}{२३१३५}$।

नियम (४) समान भिन्नों के रूप में लाना—

वे भिन्न जिनके हरों का लघुतम समापवर्त्य हो, दूसरी समान भिन्नों में परिवर्त्तित की जा सकती है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जैसे—$\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{४}$ समान भिन्न बनाओ जिनका हर सब हरों का लघुतम समापवर्त्य हो।

अतः २, ३, ४, का लघुतम समापवर्त्य लेने पर—

२ | २, ३, ४
  | १, ३, २

∴ लघुतम समापवर्त्य = २×३×२ = १२

$$\left.\begin{array}{ll} \therefore १२ \div २ = ६ & \therefore \frac{१}{२} = \frac{१ \times ६}{२ \times ६} = \frac{६}{१२} \\ \therefore १२ \div ३ = ४ & \therefore \frac{१}{३} = \frac{१ \times ४}{३ \times ४} = \frac{४}{१२} \\ \therefore १२ \div ४ = ३ & \therefore \frac{१}{४} = \frac{१ \times ३}{४ \times ३} = \frac{३}{१२} \end{array}\right\} \text{उत्तर}$$

अभ्यासार्थं प्रश्न

निम्नलिखित को समान भिन्न के रूप में बनाओ—

(१) $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$ (२) $\frac{७}{८}$, $\frac{८}{९}$, $\frac{५}{७}$, $\frac{३}{८}$ (३) $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{७}$ (४) $\frac{४}{९}$, $\frac{२}{२१}$, $\frac{१}{८४}$, $\frac{७}{६०}$ (५) $\frac{१}{१०}$, $\frac{१}{८}$, $\frac{१}{७}$, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$ (६) $\frac{५}{१६}$, $\frac{७}{२४}$, $\frac{११}{४०}$ (७) $\frac{४}{१२}$, $\frac{५}{१४}$, $\frac{६}{१६}$, $\frac{७}{१८}$

भिन्न संकलन और व्यवकलन

(५) भिन्न जोड़—

भिन्नों के योग अथवा अन्तर में, उनके हरे का लघुतम समापवर्त्य लेकर प्रत्येक के हर से उस लघुतम समापवर्त्य में भाग देकर, शेष से उनके अंशों को गुणाकर प्रश्न के अनुसार उनका योग या अन्तर करना चाहिए।

जैसे—(१) $\frac{२}{२७}$, $\frac{८}{१५}$, $\frac{९}{२०}$ इनको जोड़ना है।

अतः हरों २७, १५ और २० का लघुतम समापवर्त्य लेने से—

३ | २७, १५, २०
५ | ९, ५, २०
  | ९, १, ४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∴ लघुतम समापवर्त्य=३×५×९×४=५४० हुआ।

$$\therefore \frac{२}{२७}+\frac{८}{१५}+\frac{९}{२०}=\frac{२\times२०+८\times३६+९\times२७}{५४०}$$

$$=\frac{४०+२८८+२४३}{५४०}$$

$$=\frac{५७१}{५४०}=१\frac{३१}{५४०}$$ उत्तर

(२) $\frac{३}{१०}$ और $\frac{१}{३०}$ का अन्तर निकालो—

$$\therefore \frac{३}{१०}-\frac{१}{३०}=\frac{३\times३-१}{३०}$$ (यहाँ १० और ३० का लघुतम समापवर्त्य ३० है)।

$$=\frac{९-१}{३०}=\frac{८}{३०}=\frac{४}{१५}$$ उत्तर।

(३) $\frac{५}{२}+\frac{१०}{३}-\frac{१३}{३}$ इनको सरल (संक्षेप) करो—

अतः हरों का लघुतम समापवर्त्य लेने से=२×३=६

$$\therefore \frac{५}{२}+\frac{१०}{३}-\frac{१३}{३}=\frac{५\times३+१०\times२-१३\times२}{६}$$

$$=\frac{१५+२०-२६}{६}=\frac{३५-२६}{६}=\frac{९}{६}$$

$$=\frac{३}{२}$$ उत्तर।

अभ्यासार्थ प्रश्न

योगान्तर ज्ञात करो—

(१) $७\frac{१}{५}+९\frac{१}{१५}-१०\frac{१}{९}$ (२) $३\frac{१}{७}-\frac{११}{१४}+४\frac{१}{८}$ (३) $८-२$..

(४) $\frac{१३}{१४}-७\frac{१}{२}+९-२\frac{१}{७}$ (५) $३\frac{१}{३}+४\frac{१}{४}-५\frac{१}{१०}-१\frac{१}{२०}$

गुणन प्रश्न--

(१) $\frac{७}{८}$ को $\frac{११}{१२}$ से (२) $\frac{३}{७}$ को $\frac{२२}{९}$ से (३) १५ को $\frac{५}{३}$ से (४) १८ को $\frac{१६}{१९}$ से

(५) $७\frac{३}{७}$ को $११\frac{२}{१५}$ से (६) $\frac{९८}{१००}$ को $\frac{२५}{१४}$ से गुणा करो।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इसको सरल करो—

(१) $४\frac{१}{३}\times२\frac{५}{७}\times५\frac{४}{९}$ (२) $\frac{११}{१२}\times\frac{६}{१२१}\times\frac{१५}{७}$ (३) $३\frac{१}{२}\times५\frac{३}{६}\times१५\frac{१}{१०}$.

(४) $\frac{५}{४}\times७\frac{१}{२}\times४\frac{२}{३}\times१०\frac{५}{६}$. (५) $\frac{१२१}{१२५}\times\frac{११५}{२३१}\times\frac{२९४}{९९}$

भाग दो—

(१) $\frac{१६}{१७}\div\frac{४}{५१}$, (२) $\frac{१२१}{२३१}\div\frac{११}{१२}$, (३) $११\frac{१}{४}\div७\frac{१}{२}$; (४) $११२\frac{२}{२}\div११\frac{१}{६}$.

(५) $\frac{३४३}{२७}\div\frac{७}{९}$ ।

(६) भिन्न संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तमसमापवर्तक निकालना हो तो अंशों का महत्तम समापवर्त्य और हरों का लघुत्तम समापवर्त्य निकालना चाहिए ।

अर्थात्, $\frac{\text{अंशों का महत्तम समापवर्त्य}}{\text{हरों का लघुत्तम समापवर्त्य}}$ = भिन्न का महत्तम समापवर्त्य

एवं यदि लघुत्तम निकालना हो तो अंशों का लघुत्तम समापवर्त्य और हरों का महत्तमसमापवर्त्य निकालना चाहिए ।

अर्थात् $\frac{\text{अंशों का ल० स०}}{\text{हरों का म० स०}}$ भिन्नों का लघुत्तम समापवर्त्य ।

जैसे—$\frac{६}{१६}$ और $\frac{३}{४}$ का महत्तम समापवर्त्य निकालो—

∴ अंशों का महत्तम समापवर्त्य = ३ तथा हरों का लघुत्तम समापवर्त्य = १६ ।

∴ अभीष्ट भिन्न संख्याओं का महत्तम समापवर्त्य = $\frac{३}{१६}$

एवं अंशों का लघुत्तम समापवर्त्य = ९

तथा हरों का महत्तम समापवर्त्य = ४

∴ अभीष्ट का लघुत्तम समापवर्त्य = $\frac{९}{४}$ = $२\frac{१}{४}$ उत्तर

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अभ्यासार्थ प्रश्न

निम्न का लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्त्य निकालो—

(१) $\frac{१}{८}, \frac{५}{२}, \frac{१५}{१६}$ (२) $\frac{२}{३}, \frac{४}{५}$ (३) $\frac{८}{९}, \frac{५}{६}$

(४) $\frac{७}{२}, \frac{२१}{४}, \frac{१}{१२}$ (५) $\frac{७}{८}, \frac{२}{५}, \frac{११}{१५}$ (६) $\frac{१५}{१६}, \frac{१४}{१८}, \frac{३०}{३५}$

(७) मिश्र भिन्न को सरल करना

ऐसे भिन्न पद जिनमें योग (+) व्यवकलन (−) गुणा (×) भाग (÷) और का (×) इन सभी अथवा थोड़े से चिह्नों का समावेश किया गया हो वहां सर्व प्रथम 'का' उसके बाद क्रमशः भाग, गुण योग और अन्तर की क्रिया करनी चाहिए।

(१) $\frac{३}{५} \div \frac{५}{२} \times \frac{२७}{१०} = \frac{३}{५} \times \frac{२}{५} \times \frac{२७}{१०} = \frac{१६२}{२५०} = \frac{८१}{१२५}$ उत्तर

(उपर्युक्त में भाग एवं गुणा के चिह्न है, अतः भाग क्रिया पहले की गई है) पहले भाग क्रिया नहीं करने का परिणाम—

$\frac{३}{५} \div \frac{२}{५} \times \frac{२७}{१०} = \frac{३}{५} \div \frac{५४}{२०} = \frac{\cancel{३}}{\cancel{५}} \times \frac{\cancel{२०}^{४}}{\cancel{५४}_{१८}} = \frac{४}{१८} = \frac{२}{९}$ यह उत्तर आता जो अशुद्ध है।

(२) $\frac{१४}{३} \times \frac{५}{२} \div \frac{७}{४}$ का $\frac{१०}{३} = \frac{१४}{३} \times \frac{२}{५} \div \frac{७०}{१२} = \frac{\cancel{१४}}{\cancel{३}} \times \frac{\cancel{५}}{\cancel{२}} \times \frac{\cancel{१२}\,\cancel{६}^{२}}{\cancel{७०}\,\cancel{१४}}$

= २ उत्तर

(उपर्युक्त उदाहरण में प्रथम 'का' तदनन्तर भाग एवं गुणा की क्रिया की गई है)।

(३) $\frac{३२}{७} + \frac{४०}{७} \div \frac{८}{१} - \frac{८१}{४} \times \frac{\cancel{२५}}{९}$ का $\frac{१}{\cancel{२५}} \div \frac{\cancel{३}}{१६}$ का $\frac{\cancel{८}}{\cancel{३}} = \frac{३२}{७} + \frac{४०}{७} \div$

$\frac{८}{१} - \frac{८१}{४} \times \frac{१}{९} \div \frac{१}{२} = \frac{३२}{७} + \frac{\cancel{४०}^{५}}{७} \times \frac{१}{\cancel{८}} - \frac{\cancel{८१}^{९}}{\cancel{४}_{२}} \times \frac{१}{\cancel{९}} \times \frac{\cancel{२}}{१} =$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{३२}{७}+\frac{५}{७}-\frac{९}{२}=\frac{६४+१०-६३}{१४}=\frac{७४-६३}{१४}=\frac{११}{१४}$$ उत्तर।

(४) $$\frac{७}{\frac{१४}{१५}\text{ का }\frac{१}{४}}\times\frac{\frac{२१}{१०}}{\frac{७}{२}}=\frac{७}{\frac{१४}{६०}}\times\frac{\frac{२१}{१०}}{\frac{७}{२}}=\frac{७}{१}\div\frac{१४}{६०}\times\frac{२१}{१०}\div\frac{७}{२}=$$

$$\frac{७}{१}\times\frac{६०}{१४}\times\frac{२१}{१०}\times\frac{२}{७}=३\times३\times२=१८$$ उत्तर

(८) कोष्ठक और उनका प्रयोग

कोष्ठकों का प्रयोग लघु=( ) मध्यम { } और बृहद् [ ] इन तीन प्रकार से किया जाता है। अतः किसी पद में इन तीनों कोष्ठकों के रहने पर क्रमशः लघु मध्यम और बृहद् कोष्ठक की क्रिया की जाती हैं। इसी प्रकार दो आदि में भी क्रिया समझनी चाहिए।

जैसे—[क ± [ख + (ग − घ)] इससे तात्पर्य है कि "ग" में 'घ' को घटाकर, इसमें ख जोड़कर, इस योग को क में धन अथवा ऋण करना है।

यदि कोष्ठक के बाहर भी किसी संख्या का समावेश किया गया हो तो उसे कोष्ठक की क्रिया के बाद ही करना चाहिए।

कोष्ठक और संख्या के बीच में किसी चिन्ह का न होना गुणा (×) का द्योतक होता है। यथा—५ (३ + २ − १), २ (१ + ३ − ४) आदि। यदि कोष्ठक के पूर्व हो (+) चिन्ह तो कोष्ठक अलग करने पर संख्याओं के चिन्हों में कोई परिवर्तन नहीं होता।

जैसे—४+(२+१−२)=४+२+२१−२ किन्तु यदि कोष्ठक से पहले (−) चिन्ह हो तो उसे अलग करने पर उसके भीतर के चिन्ह बदल दिये जाते हैं। अर्थात् + धन को ऋण − और (−) को + कर दिया जाता है। जैसे—५ − (४ − ६ + ५)=५ − ४ + ६ − ५।

उदाहरण—

(१) $$४+\left(३\ \frac{१}{२}-\frac{३}{४}\right)=४\times\left(\frac{७}{२}-\frac{३}{४}\right)=४+\left(\frac{१४-३}{४}\right)$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= ४ + \frac{११}{४} = \frac{१६ + ११}{४} = \frac{२७}{४} = \frac{३}{४} \text{ उत्तर}$$

(२) $६ - १\left\{\frac{१}{२} - \left(\frac{३}{४}\frac{१}{२}\right\}\right) = ६ - \left\{\frac{३}{२} - \left(\frac{३}{४} - \frac{१}{२}\right)\right\}$

$= ६ - \left\{\frac{३}{२} - \left(\frac{३ - २}{४}\right)\right\} = ६ - \left\{\frac{३}{२}\left(\frac{१}{४}\right)\right\} = ६ - \left\{\frac{३}{२} - \right.$

$\left.\frac{१}{४}\right\} = ६\left[\frac{६ - १}{४}\right] = ६ - \left[\frac{५}{४}\right] - ६ = \frac{५}{४} = \frac{२४ - ५}{४} =$

$\frac{१९}{४} = ४\frac{३}{४}$

(३) $५ \div \left[२ + ३ \div - \left\{३ + ४ \div \left(३\frac{१}{४}\right)\right\}\right]$

$$= ५ \div \left[२ + ३ \div \left\{३ + ४ \div \left(\frac{१२ - १}{४}\right)\right\}\right]$$

$$= ५ \div \left[२ + ३ \div \left\{३ + ४ \div \frac{११}{४}\right\}\right]$$

$$= ५ \div \left[२ + १ \div \left\{३ + \frac{४ \times ४}{११}\right\}\right]$$

$$= ५ \div \left[२ + ३ \div \left\{३ + \frac{१६}{११}\right\}\right]$$

$$= ५ \div \left[२ + ३ \div \left\{३३ + \frac{१६}{११}\right\}\right]$$

मिश्रित उदाहरण

(१) $\left(३\frac{३}{८} \times २\frac{२}{३}\right) - \left[१\frac{१}{१४} \div \left(२\frac{१}{७}\right)^२\right]$

(२) $\dfrac{१\frac{३}{५} + ४\frac{२}{६}}{३ - \frac{३}{७} + १\frac{२}{३}} \div १\frac{४}{२१}$

(३) $\left(६ - २\frac{१}{२}\right)^२$ से $६^२ - \left(२\frac{१}{२}\right)^२$ कितना अधिक है

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(४) $\frac{३}{४} \div \frac{४}{१५}$ का $१\frac{३}{४} - \frac{७}{२२} \div ८\frac{१}{६} \times २\frac{२}{३}$

(५) $१ \div [१ + १ \div \{ १ + १ \div (१ + १ \div २) \}]$

(६) $\frac{(१\cdot५)^२ - २ \times (१५)(०\cdot५) + (०\cdot५)^२}{(१\cdot५)^२ + २ \times (१\cdot५)(०\cdot५) + (०\cdot५)^२}$

(७) $\frac{\cdot१ \times \cdot१ \times \cdot१ + \cdot१ \times \cdot१ \times \cdot१}{\cdot२ \times \cdot२ \times \cdot२ + \cdot०२ \times ०२ \times ०२} \div १२५$

(८) $\frac{२\cdot५^२ - १\cdot५^२}{२\cdot५^२ + ५\cdot० \times १\cdot५ + १\cdot०^२}$

(९) $\frac{\cdot५६१६ \times \cdot२७५ \times ०२७}{\cdot००१८ \times ७०२}$ का $\frac{\cdot०२}{\cdot८२५} \div \frac{\cdot०४५}{\cdot७२}$

(१०) एक स्कूल में खेल की निधि का आधा भाग फुटबाल हाकी तथा बैडमिण्टन के सामानों को क्रय करने में व्यय कर दिया गया। शेष भाग को क्रिकेट तथा वालीबाल के सामान को क्रय करने में ५ : २ के अनुपात में व्यय करना तय किया गया। यदि वालीबाल के सामान को क्रय करने में रु० ७१·५० मिला हो तो विद्यालय में खेल की विधि बताओ।

(११) एक व्यक्ति ने बैंक में जमा अपने धन के उत्तराधिकार में यह निश्चित किया कि धन का $\frac{३}{७}$ भाग उसकी स्त्री को मिले और शेष का $\frac{१}{२}$ उसके पुत्र की फिर जो शेष बचे वह दो कन्याओं में बराबर-बराबर बाट दिया जाय तो उसकी प्रत्येक कन्या को पूरे धन का कौन सा भाग मिला ?

(१२) एक विद्यालय से जूनियर हाईस्कूल परीक्षा में जितने परीक्षार्थी परीक्षा में सम्मिलित होने वाले थे उनके $\frac{१}{१५}$ परीक्षार्थी परीक्षा में नहीं बैठे। बैठने वाले परीक्षार्थियों के $\frac{१}{७}$ अंकगणित में, $\frac{१}{१०}$ हिन्दी में, $\frac{१}{६}$ सामाजिक विषय में और $\frac{१}{१८}$ अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण हो गये। यदि कुल ६६० परीक्षार्थी उत्तीर्ण हुए हों तो परीक्षा में सम्मिलित होने वाले परीक्षार्थियों की संख्या कितनी थी।

(१३) $\frac{१}{२} + \frac{१}{५} \times \frac{२}{३}$

(१४) $\frac{२}{३} + \frac{३}{४} \times \frac{८}{९} - \frac{१}{२}$

(१५) $\frac{३}{४} + \frac{२}{३}$ का $\frac{५}{८} \div \frac{५}{६} - \frac{१}{८}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(१६) $१\frac{१}{२} + \frac{१}{७} \times १०\frac{१}{२} - २\frac{१}{३} \div १\frac{३}{४}$ का $१\frac{१}{३}$

(१७) $१\frac{१}{७} \times १\frac{३}{४} \div ८ + \frac{२}{३} - \frac{३}{४}$

(१८) $\frac{३}{४} - \frac{१}{४} + \frac{२}{३} \times \frac{३}{२} \times \frac{४}{५} \div \frac{३}{५}$

(१९) $\frac{७}{८} + २\frac{५}{६} - ३\frac{३}{११} \times \frac{११}{२४}$

(२०) $४\frac{१}{५} \times ५\frac{१}{४}$ का $\frac{१}{२} \div \frac{१}{४}$

(२१) $११\frac{१}{४} \div ३\frac{३}{५} \times २\frac{६}{७} + \frac{१}{५}$

(२२) $\frac{२}{३} + \frac{४}{५} \div \frac{५}{७}$ का $२\frac{१३}{२५}$

(२३) $\frac{१}{३} - \frac{१}{२} + \frac{४}{५} \times \frac{३}{४} \div \frac{३}{८}$

(२४) ·२ + १·३ − ·४ × १·५

(२५) १·४ − २·७ + ३·८ ÷ ·२

(२६) २४ × १५·२ का ·४ ÷ ४

(२७) ·३ × ·४ − २·४ ÷ ६ + १·२ × ४

(२८) ४·२ × ५ २५ का ·५ ÷ १·५

(२९) ९·६ ÷ १२ + ·३२ × १० − १·१

(३०) ३ − [३ − { ३ − (३ − ३ − ३) }]

(३१) १ − [·८ − { ·४ − (·२ − ·३) }]

(३२) २ − [३·७ − { २·९ − (२·[illegible] − ३·७) − ·४ }]

(३३) ४ − [२·६ − { ३·८ − (१·३ − २·५) − १·२ }]

(३४) १ − [०·३ − { ०·५ − (०·२ − ०·७) − ०·१ }]

(३५) ०·८ { ०·७५ ÷ (१·३५ − ०·६) } − ०·८

(३६) ८ [७ − { ३ + (५ − ६ + ७) }]

(३७) $४\frac{१}{७} - \left\{ २\frac{२}{३} \div \left(१\frac{३}{५} - \frac{२}{३} \right) \right\}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(३८) $५\frac{१}{२}+\left[७\frac{१}{२}-\left\{२+\left(५-६\frac{१}{२}+४\frac{१}{२}\right)\right\}\right]$

(३९) $\left(३\frac{१}{३}\div\frac{५}{६}\right)-\left(२\frac{२}{३}-१\frac{३}{४}\right)$

(४०) $२-[२-\{२(२-१)\}]$

(४१) $५\frac{१}{२}-\left\{\frac{२}{५}\text{ का }\frac{५}{६}+\left(७\div१\frac{३}{४}\right]\right\}$

(४२) $४\frac{७}{८}-\left[३\frac{१}{२}+\left\{८\frac{१७}{२४}-\left(१\frac{१}{३}+५\frac{१}{२}+१\frac{१}{८}\right)\right\}\right]$

(४३) $४-\left[२\frac{१}{२}-\left\{१\frac{१}{३}+\left(\frac{१}{६}+\frac{१}{४}-\frac{१}{१२}\right)\right\}\right]$

(४४) $७\frac{१}{२}-\left[४\frac{१}{२}\left\{२\frac{१}{२}-\left(४\frac{१}{२}-३\frac{१}{२}-\frac{१}{२}\right)\right\}\right]$

(४५) $८+\left[५\frac{३}{४}-\left\{१\frac{१}{४}-\left(३\frac{१}{२}+१\frac{१}{४}-२\frac{३}{४}\right)+२\frac{१}{४}\right\}\right]$

(४६) $२-\left[६\div२\div\left\{६\times\frac{१}{२}+\left(३\frac{१}{२}-१\frac{१}{२}\right)\right\}\right]$

(४७) $१\frac{५}{६}+\left[४\frac{२}{३}-\left\{५\frac{१}{३}\left(५\frac{३}{४}\div२३\right)\right\}\right]$

(४८) $१२-\left[४\div२+\left\{३\div\frac{१}{२}\left(१-\frac{१}{३}\right)\right\}\right]$

(४९) $१०+\left[५-\left\{४-२\left(३+\frac{१}{२}-\frac{१}{४}\right)\div५\frac{१}{५}\right\}\right]$

शून्यपरिकर्म

योगे खं क्षेपसमं, वर्गादौ खं, खभाजितो राशिः ।
खहरः स्यात्, खगुणः खं, खगुणश्चिन्त्यं शेषविधौ ॥ १ ॥
शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत् पुनस्तदा राशिः ।
अविकृत एव ज्ञेयस्तथैव खेनोनितश्च युतः ॥ २ ॥

अन्वय—खं योगे क्षेप समं, वर्गादौ खं, राशिः खभाजितो खहर, खगुणः राशि खं, शेषविधो खगुणश्चिन्त्यः । शून्ये गुणके जाते सति खं हारः स्यात् तदा राशिः अविकृत एव, तथैव खेन ऊनितः युतश्च राशिः अविकृत एव स्यात् भवति ॥१२॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

किसी संख्या को शून्य में जोड़ने पर संख्या उतनी ही रहती है शून्य के वर्ग आदि शून्य ही होते हैं। किसी संख्या को शून्य से विभाजित करने पर भागफल को "खहर" नाम से व्यवहृत किया जाता है। किसी राशि को शून्य से गुणा करने पर गुणनफल शून्य हो जाता है। शून्य से गुणा करने पर और शून्य से भाग देने पर वह राशि अविकृत अर्थात् ज्यों की त्यों रहती है। किसी राशि में शून्य जोड़ने अथवा घटाने पर भी वह राशि अविकृत रहती हैं।

अत्रोपपत्तिः—शून्ये स्वङ्काभावोऽतः क्षेपस्य तेन सह योगे सति योगफलं क्षेपसमं समुचितमेव। एवं शून्यस्य वर्गादयोऽपि शून्यसमत्वं स्यादेव। धनात्मक भाज्य भाजकयोर्मध्ये यथा यथा भाजकमानमल्पं तथा तथा लब्धाधिक्यात् हरे परमाल्पे शून्यसमे सति लब्धेः परमाधिक्यात्–खभक्तो राशिः "खहर" इति कथनं समुचितमेव।

अत्रोद्देशकः।

खं पञ्चयुग्भवति किं वद खस्य वर्गं ?
मूलं घनं घनपदं खगुणाश्च पञ्च।
खेनोद्धृता दश च कः खगुणो निजार्ध-
युक्तस्त्रिभिश्च गुणितः खहृतस्त्रिषष्टिः॥ १॥

५ में शून्य को जोड़ने से क्या होगा ? शून्य के वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूल क्या होंगे ?

५ को शून्य से गुणा करने पर और १० को शून्य से भाग देने पर क्या होगा ? वह कौन सी राशि है, जिसको शून्य से गुणाकर उसमें उसी का आधा $\left(\frac{१}{२}\right)$ जोड़ कर पुनः ३ से गुणाकर, शून्य से भाग देने पर ६३ होता है।

न्यास—० एतत् पंचयुतं जातं ५। खस्य वर्गः ०। मूलम् ०। घनः ०। घनमूलम् ०॥

न्यासः—५ एते खेन गुणिता जाताः ०।

न्यासः—१० एते ख भक्ताः $\frac{१०}{०}$।

अज्ञातो राशिस्तस्य गुणः ०। स्वार्धक्षेपः $\frac{१}{२}$। गुणः ३। हरः ०। दृश्यम् ६३।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ततो वक्ष्यमाणेन विलोमविधिना इष्टकर्मणा व लब्धराशिः १४ । अस्य ग्रहगणिते महानुपयोगः ।

इति शून्यपरिकर्माष्टकम् ।

उदाहरण--(१) $० + ५ = ५$ । $०^{२} = ०$ । $\sqrt{०} = ०$ ।

$०^{३} = ०$ । $\sqrt[३]{०} = ०$ । $५ \times ० = ०$ । $\frac{१०}{०}$ = खहर (अनन्त)

(२) प्रश्न में क्रमशः गुणक ०, योग $\frac{१}{२}$, गुणक ३ और भाजक ० हैं । राशि में क्रमशः इन क्रियाओं के अनन्तर संख्या ६३ है अतः अभीष्ट राशि के ज्ञान के निमित्त विलोम क्रिया करनी होगी । अतः निम्न प्रकार से उनका न्यास किया—

प्रश्न में	विलोम
गुणक = ०	भाजक = ०
स्वार्धक्षेप = $\frac{१}{२}$	ऋण $\frac{१}{३}$ (स्वांशधिकोने इत्यादि विधि से)
गुणक = ३	भाजक = ३
हर = ०	गुणा = ०

उपर्युक्त के आधार पर क्रिया – दृश्य ६३ को ० से गुणा कर ३ से भाग देने पर तथा उसमें उसी का $\frac{१}{३}$ घटाकर पुनः शून्य से भाग देने पर

$$(६३ \times ० \div ३) = \frac{६३ \times ०}{३} = २१ \times ०$$

इसमें इसी का $\frac{१}{३}$ घटाने पर $२१ \times ० - \frac{२१ \times ०}{३} = २१ \times ० - ७ \times ०$

$$= १४ \times ०$$

$$\therefore \frac{१४ \times ०}{०} = १४ \text{ अभीष्ट राशि हुई ।}$$

इसे बीजगणित से निम्न प्रकार से भी निकाला जा सकता है । मान लीजिए अभीष्ट राशि = अ है । अतः प्रश्नानुसार—

$$\frac{\left(अ \times ० + \frac{अ}{२} \right)^{३}}{०} = ६३$$

$$\text{अथवा } \left(\frac{\frac{२ अ \times ० + अ}{२}}{०} \right)^{३} = ६३$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{३ अ \times ३}{२} = ६३ \quad , \quad \frac{९ अ}{२} = ६३$$

$$अथवा \; अ = \frac{६३ \times २}{९} = १४ \; उत्तर$$

इति शून्य परिकर्माष्टकम्

अथव्यस्त विधिः

छेदं गुणं गुणं छेदं वर्गं मूलं पदं कृतिम् ।
ऋणं स्वं स्वमृणं कुर्याद् दृश्ये राशिप्रसिद्धये ॥ १ ॥

अथ स्वांशाधिको ने तु लवाढ्योनो हरो हरः ।
अंशस्त्वविकृतस्तत्र विलोमे शेषमुक्तवत् ॥ २ ॥

अन्वयः—विलोमे दृश्ये राशौ छेदं गुणं, गुणं छेदं, वर्गं, मूलं पदं कृतिम्, ऋणं स्व, स्वं ऋणं कुर्यात् राशि प्रसिद्धये । अथ स्वांशोधिकोने तु लवः आढ्यः ऊनः हरो हरः कार्यः । तत्र अंशः अविकृतः एवं शेषः उक्तवत् कार्यम् । १२

विलोम प्रकार से राशि के ज्ञान के लिए दृश्य अङ्क में भाजक को गुणक, गुणक को भाजक, वर्ग को मूल, मूल को वर्ग, ऋण को धन एवं धन को ऋण करके क्रिया करने से अभीष्ट राशि का ज्ञान हो जाता है ।

जहाँ अपना अंश जोड़ा या घटाया जाय, वहाँ हर में अंश को जोड़ या घटाकर हर कल्पना करनी चाहिए तथा अंश को यथावत् रखना चाहिए, इस प्रकार विलोम क्रिया करने से अभीष्ट राशि आ जाती है ।

अत्रोपपत्तिः—राशौ येन गुणितेन दृश्यसमं जायते, दृश्ये तेनैव भक्तेनाभीष्ट राशिर्भवेदिति व्यस्तविधेर्वासना सुस्पष्टा ।

यथा कल्प्यते राशिः = रा

$$दृश्यः = दृ = \frac{रा \times य}{स} \therefore दृ\,स = रा \times य$$

$$\therefore रा = \frac{दृ\,स}{य}$$

अत उपपन्नं "छेदं गुणं गुणं छेदमित्यादिः ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∵ कल्प्यते राशिः = य, तदाऽऽलापवशेन दृश्यम् = दृ

$$= य \pm \frac{यल}{व}$$

अथवा $दृ = \frac{य व \pm य ल}{व}$ अथवा $दृ = \frac{य (व + ल)}{व}$

अथवा $दृव = य (व \pm ल)$ अथवा $\frac{दृव}{व \pm ल} = य$

अथवा $य = दृ + \frac{दृव}{व \pm ल} - दृ$

$$= दृ + \frac{दृ व \pm दृ (व \pm ल)}{व \pm ल}$$

अत उपपन्नम् "अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः" इति ।

तथा च श्रीधरः

धनमपचयः क्षयो धनमथ, गुणकारो हरो, हरो गुणकः वर्गः पदं, पदं कृतिरिति विपरीतो विधिर्दृश्यः

अत्रोद्देशकः

यस्त्रिघ्नस्त्रिभिरन्वितः स्वचरणैर्भक्तस्ततः सप्तभिः
स्वत्र्यंशेन विवर्जितः स्वगुणितो हीनो द्विपञ्चाशता ।
तन्मूलेऽष्टयुते हृतेऽपि दशभिर्जातं द्वयं ब्रूहि तं राशिं
वेत्सि हि चञ्चलाक्षि ! विमलां बाले ! विलोमक्रियाम् ॥१॥

हे चञ्चलाक्षि वाले ! यदि तुम सुन्दर विलोम क्रिया को जानती हो, तो उस राशि को ३ से गुणाकर अपना त्रिगुणित चतुर्थांश $\frac{3}{4}$ जोड़कर, उसमें ७ का भाग देकर अपना $\frac{1}{3}$ घटाकर, उसको अपने से ही गुणित (वर्ग) कर पुनः उसमें ५२ घटाकर, उसका मूल लेकर उसमें ८ जोड़कर १० से भाग देने पर भागफल २ होता है ।

[न्यास :—गुणः ३ क्षेपः $\frac{३}{४}$, भाजकः ७, ऋणं $\frac{१}{३}$, वर्गः १ ऋणं ५२, मूलम् । क्षेपः ८, हरः १०, दृश्यम् २, यथोक्त करणेन जातो राशिः २८]

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रश्नानुसार न्यास	विलोम	राशिज्ञान के निमित्त दृश्य=२ को लेकर विलोम क्रिया करने से
गुणक=३	भाजक=३	२×१०=२०
योग $=\frac{३}{४}$	ऋण $=\frac{३}{७}$	२०−८=१२
हर=७	गुणक=७	$१२^{२}=१४४$
ऋण $=\frac{१}{३}$	धन $=\frac{१}{२}$	१४४+५२=१९६
वर्ग	मूल	$\sqrt{१९६}=१४$
ऋण=५२	धन=५२	$१४+\frac{१४}{२}=२१$
मूल	वर्ग	२१×७=१४७
धन=८	ऋण=८	१४७ − १४७ का $\frac{३}{७}$
		$=१४७-\frac{४४१}{७}$
हर=१०	गुणक=१०	
	दृश्य=२	$=\frac{१०२९-४४१}{७}=\frac{५८८}{७}$
		$=८४$

८४ ÷ ३ = २८ अभीष्ट राशि।

बीजगणित क्रिया द्वारा

मान लिजिए राशि=य, तब प्रश्नानुसार

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{३य+\frac{९य}{४}}{७}-\frac{३य+\frac{९य}{४}}{७}\text{ का }\frac{१}{३}\right)^{२}-५२+८}{१०}}=२$$

या $$\sqrt{\frac{\left(\frac{\frac{२१य}{४}}{७}-\frac{\frac{२१य}{४}}{७}\text{ का }\frac{१}{३}\right)^{२}-५२+८}{१०}}=२$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

या $\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{२१य}{२८}-\dfrac{२१य}{२८}\times\dfrac{१}{३}\right)^2-५२+८}{१०}}=२$

या $\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{६३य-२१य}{८४}\right)^2-५२+८}{१०}}=२$

या $\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{४२य}{८४}\right)^2-५२+८}{१०}}=२$

या $\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{य}{२}\right)^2-५२+८}{१०}}=२$

या $\sqrt{\dfrac{\dfrac{य^2}{४}-५२+८}{१०}}=२$

या $\sqrt{\dfrac{य^2}{४}-५२+८}=२\times१०$

या $\sqrt{\dfrac{य^2}{४}-५२}=२\times१०-८$

या $\sqrt{\dfrac{य^2}{४}-५२}=२०-८=१२$

या $\dfrac{य^2}{४}-५२=१२^2=१४४$

या $\dfrac{य^2}{४}=१४४+५२=१९६$

या $य^2=१९६\times४=७८४$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\therefore \sqrt{\text{य}^2} = \sqrt{७८४}$

$\therefore$ य=२८ अभीष्ट राशि

अभ्यासार्थं प्रश्न—

(१) वह कौन सी राशि है जिसे २$\frac{१}{२}$ से गुणाकर, ३ से भाग देकर उसका वर्ग कर, उसमें ९ जोड़कर, योग का मूल लेकर उसमें १ घटाने से ४ होता है।

(२) वह कौन सी संख्या है; जिसमें ३ जोड़कर, उसे ४ से गुणाकर, गुणनफल में ५ से भाग देने पर भागफल ७ होता है।

(३) वह संख्या बताओ, जिसे ४ से गुणाकर, उसमें ४ जोड़कर उसका मूल लेकर, उसमें १४ घटाकर २ से भाग देने पर ५ का वर्ग होता है।

(४) वह कौन सी राशि है, जिसमें २ जोड़कर, २ से गुणा कर उसका मूल लेकर, उसमें २ घटा कर, ४ जोड़कर उसमें ८ का भाग देने से चार होता है।

(५) वह संख्या बताओ, जिसमें ४ जोड़कर २ से भाग देकर उसमें अपना $\frac{१}{२}$ जोड़कर, २ से गुणा कर फिर उसमें ४ का भाग देने से ४ होता है।

इष्टकर्मणि करणसूत्रम्—

उद्देशकालापवदिष्टराशिः क्षुण्णो हृतोंऽशै रहितो युतो वा।
इष्टाहतं दृष्टमनेन भक्तं राशिर्भवेत् प्रोक्तमितीष्टकर्म ॥१॥

उद्देशकालापवद्, इष्टराशिः, क्षुण्णः, हृतः, अंशैः रहितः, युतो वा। अनेन, इष्टाहतं, इष्टभक्तं (यल्लब्धं तत्तु) राशिर्भवेद्, इति इष्ट कर्म प्रोक्तम् ॥१॥

एक इष्ट संख्या कल्पित कर प्रश्न के अनुसार इष्ट संख्या में गुणा-भाग, योग-अन्तर आदि क्रियाओं द्वारा जो संख्या प्राप्त हो उससे इष्ट गुणित दृश्य संख्या (दृष्ट) में भाग देने से अभीष्ट राशि होती है। इस विधि को इष्ट कर्म कहा गया है।

उपपत्ति:—अत्र कमपीष्टराशिं प्रकल्प्य तत्रालापवद्यथोक्तं गुणनभजनादिकं कृत्वा अन्ते यन्निष्पन्नाङ्कमानं तदिष्टराशिभवं इष्टमानं भवितुमर्हति। ततः, अनेन इष्टमानेनेष्टराशिर्लभ्यते तदोद्दिष्टदृष्टमानेन क इत्युद्दिष्टराशिः समागमिष्यति। आलापस्य सदृशत्वाद्राश्योर्निष्पत्तिमानस्य दृष्टयोर्निष्पत्तिमानेन साम्यात् अर्थादिष्टदृष्टं तेन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि कल्पितेष्टराशिस्तदा प्रश्नोक्तदृष्टेन किमिति त्रैराशिकेन लब्धः प्रश्नराशिः = $\frac{\text{प्र. दृ.} \times \text{इष्ट}}{\text{इ. दृ.}}$ अतोपपन्नमिष्टकर्मसूत्रमिति ।

अत्रोद्देशकः

पञ्चघ्नः स्वत्रिभागोनो दशभक्तः समन्वितः ।
राशित्र्यंशार्धपादैः स्यात् को राशिर्द्यूनसप्ततिः ॥१॥

वह कौन सी राशि है ? जिसको ५ से गुणा कर उसमें उसी का तृतीयांश घटाकर, १० से भाग देने पर जो लब्धि प्राप्त हो उसमें (प्रश्न सम्बन्धी राशि) राशि के $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ भाग जोड़ने पर ६८ होता है ।

न्यासः—गुणः ५ । स्वांशोनः $\frac{१}{३}$ । हरः १० । राश्यंशाः $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ । दृष्टम् ६८ ।

अत्र किल कल्पितेष्टराशिः ३ । पञ्चघ्नः १५ । स्वत्रिभागेन ५ अनेनोनः = १०, दशभक्तः = १ अयं च कल्पितराशेस्त्र्यंशार्धपादैः समन्वितो जातः = $\frac{१}{१} + \frac{३}{३} + \frac{३}{२} + \frac{३}{४} = \frac{५१}{१२} = \frac{१७}{४}$ ।

दृष्टम् ६८ इष्टेन ३ गुणितम् । अर्थात् ६८×३ = २०४ । हरेण $\frac{१७}{४}$ भक्तम् ।

अतः $\frac{२०४ \times ४}{१७}$ = ४८ राशिः ।

उदाहरण—कल्पित इष्ट राशि = ३, इसे ५ से गुणा करने पर ५×३ = १५, इसमें इसी का तृतीयांश भाग अर्थात् १५ का $\frac{१}{३}$ = ५ घटाने पर १५ − ५ = १०, दश का भाग देने पर $\frac{१०}{१०}$ = १ इसमें राशि ३ का $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ अर्थात् ३× $\frac{१}{३}$,

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$३ \times \frac{१}{२}$, $३ \times \frac{१}{४}$ जोड़ने पर $१ + \frac{३}{३} + \frac{३}{२} + \frac{३}{४} = \frac{१२+१२+१८+९}{१२} = \frac{५१}{१२}$

$= \frac{१७}{४}$ इससे इष्ट गुणित दृष्ट $६८ \times ३ = २०४$ में भाग देने पर $२०४ \div \frac{१७}{४} =$

$\frac{२०४ \times ४}{१७} = १२ \times ४ = ४८$ यह प्रश्नकर्ता की अभीष्ट राशि हुई।

अन्यः प्रश्नः—

अमलकमलराशेस्त्र्यंशपञ्चांशषष्ठै-
स्त्रिनयनहरिसूर्या येन तुर्येण चार्या ।
गुरुपदमथ षड्भिः पूजितं शेषपद्मैः ।
सकलकमलसंख्यां क्षिप्रमाख्याहि तस्य ॥ २ ॥

किसी पुजारी ने अपने निर्मल कमल पुष्पों के समूह में से $\frac{१}{३}$ भाग से शिव जी की, $\frac{१}{५}$ से विष्णु की, $\frac{१}{६}$ से सूर्य की, तथा $\frac{१}{४}$ से आर्या भगवती की पूजा की, उसके पास ६ कमल अवशिष्ट रहे, उसने उन कमलों से अपने गुरुचरणों की पूजा की, तो कमलों की कुल संख्या शीघ्र बताओ।

उदाहरण—इष्ट ६। कल्पित इष्ट=३। प्रश्नानुसार इसी के $\frac{३}{३} + \frac{३}{५} + \frac{३}{६} + \frac{३}{४}$

$= \frac{१}{१} + \frac{३}{५} + \frac{१}{२} + \frac{३}{४}$ इन सभी का योग करने पर $= \frac{२०+१२+१०+१५}{२०}$

$= \frac{५७}{२०}$ इसको कल्पित इष्ट में घटाने पर $३ - \frac{५७}{२०} = \frac{३}{२०}$ शेष।

इससे इष्ट गुणित दृष्ट ६×३ में भाग देने पर

$६ \times ३ \div \frac{३}{२०}$, $\frac{६ \times ३ \times २०}{३} = १२०$ कुल कमलों की संख्या हुई।

इसी प्रकार १ इष्ट कल्पना कर ग्रन्थकार ने भी राशि दिखलाया है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यथा—

न्यासः $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{४}$, दृश्यम्, ६ । अत्रेष्टमेकं १ राशिं प्राग्वज्जाती राशिः १२० ।

इस प्रकार के प्रश्नों को सरल करने के लिए अन्य नियम भी हैं ।[1]

शेषलवे शेषजातौ विशेषसूत्रम् (क्षेपकम्)

१—छिद्घातभक्तेन लवोनहारघातेन भाज्यः प्रकटाख्यराशिः ।
राशिर्भवेच्छेषलवे तथेदं विलोमसूत्रादपि सिद्धिमेति ॥ १ ॥

अन्वयः—प्रकटाख्यराशिः छिद्घातभक्तेन लवोनहारघातेनभाज्यः "लब्धिः" शेषलवे राशिः भवेत् । तथा इदं विलोमसूत्रात् अपि सिद्धिम् एति ।

शेष जाति में जितने अंश हर हों उनमें अपने-अपने हरों में अंशों को घटाकर, शेष के घात में हरों के घात से भाग देकर, जो प्राप्त हो उससे दृश्य में भाग देने से लब्धि राशि होती है । यह विलोम विधि से भी सिद्ध होता है ।

उपपत्ति :—अत्र दृश्यम् = दृ = $रा - \frac{रा \times क}{ग} - \left\{ रा - \frac{रा\times क}{\frac{ग}{१}} \right\} \frac{च}{म}$

$$= \left\{ \frac{रा \times ग - रा \times क}{ग} - \frac{(रा \times ग - रा \times क)}{ग \times म} \right. =$$

$$\frac{रा.ग.म - रा.क.म. - (रा.ग.च - रा.क.)च}{ग \times म} =$$

$$\frac{रा \times ग \times म - रा \times क \times म - रा \times ग \times च + रा \times क \times च}{ग \times म}$$

$$= \frac{रा(ग \times म - क \times म - ग \times च + क \times च)}{ग \times म}$$

$$= रा \left\{ \frac{ग(म - च) - क(म - च)}{ग \times म} \right\}$$

$$रा \frac{(म - च)(ग - क)}{ग \times म}$$

$$\therefore = रा \frac{दृ}{\frac{(म - च)(ग - क)}{ग \times म}}$$ उपपन्नम्

(शेष पृष्ठ ५६ पर)

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शेषजातौ प्रश्नान्तरम्

स्वार्धं प्रादात् प्रयागे, नवलवयुगलं योऽवशेषाच्च काश्यां
शेषाङ्घ्रिं शुल्कहेतोः पथि दशमलवान् षट् च शेषाद् गयायाम् ।
शिष्टा निष्कत्रिषष्टिर्निजगृहमनयत् तीर्थपान्थः प्रयात-
स्तस्य द्रव्यप्रमाणं वद यदि भवता शेषजातिः श्रुताऽस्ति[1] ॥ ३ ॥

किसी तीर्थयात्री ने अपने द्रव्य (रुपये) का आधा $(\frac{१}{२})$ प्रयाग में व्यय किया, शेष का $\frac{२}{९}$ काशी में व्यय किया, शेष का $\frac{१}{४}$ मार्गव्यय में तथा शेष का $\frac{६}{१०}$ गया में व्यय किया, इस प्रकार उसके पास ६३ रुपये बचे, उसे लेकर वह घर लौट गया तो बताओ उसके पास प्रारम्भ में कुल कितने रुपये थे, यदि तुम शेष जाति गणित को जानते हो ? ॥ ३ ॥

उदा०—यहाँ प्रश्न के अनुसार कल्पना किया इष्ट=१। इष्ट का आधा $\frac{१}{२}$ प्रयाग में

(पृ० ५५ का शेष)

उदाहरण—पूर्व उदाहरण में अंश हर= $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{९}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{६}{१०}$ और दृष्ट ६३। इस उदाहरण को छिद्घातभक्तेन इत्यादि सूत्र से—

$\frac{१}{२}$, $\frac{२}{९}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{६}{१०}$ इनके हरों में अपने अपने अंशों को घटा कर उनके घात (१×७×३×४) में हरों के घात १×९×४×१० से भाग देने पर निष्पन्न संख्या= $\frac{१×७×३×४}{२×९×४×१०}=\frac{७}{६०}$ यह पूर्व विधि से निष्पन्नाङ्क के समान ही है। हुई। अतः इस $\left(\frac{७}{६०}\right)$ से इष्टगुणित दृष्ट ६३×१ में भाग दिया तो ६३ ÷ $\frac{७}{६०}$ = $\frac{६३×६०}{७}$ = ९×६० = ५४० अभीष्ट हुई राशि।

1—स्यात् इति पाठान्तरम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

पुनः बचे हुए ($१ - \frac{१}{२} = \frac{१}{२}$) आधा के $\frac{२}{६}$ अर्थात् $\frac{१}{२} \times \frac{२}{९} = \frac{१}{९}$ काशी में, फिर शेष बचे हुए $\frac{१}{२} - \frac{१}{९} = \frac{९ - २}{१८} = \frac{७}{१८}$ के $\frac{१}{४}$ अर्थात् $\frac{७}{७२}$ मार्ग में व्यय किया। फिर बचे हुए $\frac{७}{१८} - \frac{७}{७२} = \frac{२८ - ७}{७२} = \frac{२१}{७२} = \frac{७}{२४}$ के $\frac{६}{१०}$ अर्थात् $\frac{७}{४} \times \frac{६}{१०} = \frac{४२}{२४०} = \frac{७}{४०}$ गया में व्यय किया। अतः शेष $\frac{७}{२४} - \frac{७}{४०} = \frac{३५ - २१}{१२०} = \frac{७}{६०}$ इससे इष्ट गुणित ६३ × १ में भाग देने से $६३ \div \frac{७}{६०} = \frac{६३ \times ६०}{७} = ५४०$ यह कुल रुपये की संख्या हुई।

न्यासः—

$\frac{१}{२}$	दृश्यम् = ६३ । प्रश्नेऽस्मिन् रूपम् १ राशि
$\frac{२}{९}$	प्रकल्प्य भागान् शेषात् शेषादपास्य जातम्
$\frac{१}{४}$	$\frac{७}{६०}$ । अथवा सवर्णिते जातम् $\frac{७}{१०}$ अनेन दृष्टे
$\frac{६}{१०}$	६३ इष्टगुणिते भक्ते जातम् द्रव्यप्रमाणम् ५४० ।

विशेष—यह प्रश्न "तलस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान्" इस विलोम सूत्र से भी सिद्ध होता है।

विश्लेषजात्युदाहरणम्

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बमगमत् त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेषस्त्रिगुणो मृगाक्षि ! कुटजं दोलायमानोऽपरः ।
कान्ते ! केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो[1] भ्रमति खे भृङ्गोऽलिसङ्ख्यां वद ॥ ४ ॥

हे कान्ते ! भ्रमरों के समूह का पञ्चमांश $\left(\frac{१}{५}\right)$ कदम्ब पुष्प पर, तृतीयांश $\frac{१}{३}$

१–निर्धूतः परितः स्थितो ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शिलीन्ध्र पुष्प पर और इन दोनों के अन्तर का त्रिगुणित $\left\{\left(\frac{१}{३}-\frac{१}{५}\right)\times ३ = \frac{२}{५}\right\}$ कुटज पुष्प पर चला गया, हे मृगाक्षि ! इस प्रकार उस समूह से बचा हुआ १ भृंग एक ही समय में केतकी और मालती रूपिणी प्रिया के आये हुए परिमल रूपी दूत से आमन्त्रित होकर आकाश में इधर उधर (कभी मालती की ओर, कभी केतकी की ओर) भटकता रहा। तो कुल भ्रमरों की संख्या बताओ।

उदाहरण—कल्पित इष्ट=१। न्यास करने पर $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$, $\left(\frac{१}{३}-\frac{१}{५}\right)\times३$ $=\left(\frac{५-३}{१५}\right)\times३=\frac{२\times३}{१५}=\frac{२}{५}$। दृश्य = १। सूत्रानुसार १ इष्ट में उक्त भागों के योग घटानेसे शेष$=१-\left(\frac{१}{५}+\frac{१}{३}+\frac{२}{५}\right)=१-\left(\frac{३+५+६}{१५}\right)$ $=१-\frac{१४}{१५}=\frac{१५-१४}{१५}=\frac{१}{१५}$। इष्ट गुणित दृष्ट में $\frac{१}{१५}$ भाग देने पर भ्रमरों की संख्या $=(१\times१)\div\frac{१}{१५}=\frac{१\times१५}{१}=१५$। भ्रमरों की संख्या=१५

न्यासः— अंशाः $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{२}{५}$। दृश्यम्=१।

अत्रेष्टराशिः=१। प्रश्नानुसारं $\frac{१}{५}+\frac{१}{३}\left(\frac{१}{३}-\frac{१}{५}\right)\times३=\frac{१}{५}+\frac{१}{३}+\frac{२}{५}$ $=\frac{३+५+६}{१५}=\frac{१४}{१५}$ इष्टराशेः १ अस्माद्विशोध्य $\frac{१}{१५}$ अनेन इष्टाहतं दृष्टं भक्तं जातमलिसंख्यामानम् १५ ॥

[इतीष्टकर्म]

संक्रमणे करणसूत्रम्

योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ राशी स्मृतौ संक्रमणाख्यमेतत् ।

अन्वयः—योगः अन्तरेण ऊनः युतश्च कार्यस्ततः तौ अर्धितौ कार्यौ, (एवं) राशी स्याताम्। एतत् संक्रमणाख्यं स्मृतम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जिन दो अज्ञात राशियों के योग और अन्तर ज्ञात हों उन दोनों राशियों का ज्ञान जिस गणित द्वारा हो उसे संक्रमण कहते हैं। इस विधि में योगाङ्क को दो स्थानों पर लिखकर उसमें अन्तराङ्क को क्रम से घटाकर और जोड़कर आधा करने से दोनों राशियाँ होती है।

उपपत्तिः—अत्र राश्योर्योगान्तरयोर्ज्ञानात्तद्राशिद्वयज्ञानमनेन प्रदर्श्यते। तत्र योगः=यो = अ + क। अन्तरम् = अं = अ − क।

$\therefore$ यो + अं = (अ + क) − (अ − क) = २ अ।

$\therefore$ अ $= \frac{\text{यो} + \text{अं}}{२}$, एवं यो − अं = २ क।

$\therefore$ क $= \frac{\text{यो} - \text{अं.}}{२}$ अतोपपन्नम्।

अत्रोद्देशकः—

ययोर्योगः शतं सैकं, वियोगः पञ्चविंशतिः।
तौ राशी वद मे वत्स! वेत्सि संक्रमणं यदि॥ १॥

हे वत्स! यदि तुम संक्रमण गणित के ज्ञाता हो तो उन राशियों को बतलाओ जिनका योग=१०१ और अन्तर २५ है,।

संक्रमण सूत्रानुसार यहाँ योग १०१ में अन्तर २५ को जोड़कर आधा किया तो $\frac{१०१ + २५}{२} = \frac{१२६}{२}$ = ६३ यह प्रथम राशि हुई। तथा योग १०१ में अन्तर २५ को घटाकर आधा किया तो $\frac{१०१ - २५}{२} = \frac{७६}{२}$ = ३८ यह दूसरी राशि हुई।

न्यासः—योगः = १०१। अन्तरम् = २५

सूत्रानुसारेण $\frac{१०१ + २५}{२} = \frac{१२६}{२}$ = ६३।

$\frac{१०१ - २५}{२} = \frac{७६}{२}$ = ३८। जातौ क्रमेण राशी ३८।६३।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वर्गान्तरान्तरज्ञाने राशिज्ञानाय सूत्रम्—

वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योगस्ततः प्रोक्तवदेव राशी ॥ १ ॥

अन्वयः—वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योगः, ततः प्रोक्तवदेव (पूर्वोक्तेन संक्रमण विधिना) राशी (भवेताम्)।

(दो संख्याओं का वर्गान्तर तथा अन्तर ज्ञात हो तो) वर्गान्तर में राश्यन्तर से भाग देने पर दोनों राशियों का योग होता है, योग जानकर संक्रमण की विधि से दोनों राशियों का ज्ञान करना चाहिये।

उपपत्तिः—वर्गान्तरराश्यान्तरयोर्ज्ञानाद्राशिद्वयज्ञानमत्रानेन प्रदर्श्यते। तत्र वर्गान्तरम्=वर्गान्तरं=$अ^2 - क^2$। राश्यन्तरं=रा अ=अ − क।

$$\therefore \frac{वर्गान्तरम्}{राश्यन्तरम्} = \frac{अ^2 - क^2}{अ - क} = \frac{(अ+क)(अ-क)}{अ - क} = अ + क = योगः$$

अत्र संक्रमणेन राशीज्ञानं सम्पत्स्येते। इति

उद्देशकः।

राश्योर्ययोर्वियोगोऽष्टौ तत्कृत्योश्च चतुःशती।
विवरं वद तौ राशी शीघ्रं गणितकोविद ! ॥ १ ॥

हे गणितज्ञ ! जिन दो राशियों का अन्तर = ८ और वर्गान्तर ४०० है उन दोनों संख्याओं को बतलाओ।

राश्यन्तर = ८। वर्गान्तर = ४०० सूत्रानुसार $\frac{४००}{८}$ =५०=योग।

अतः संक्रमण विधि से $\frac{५०+८}{२} = \frac{५८}{२}$ = २९=प्रथम $\frac{५० - ८}{२} = \frac{४२}{२}$=२१= द्वितीय संख्या।

न्यासः—राश्यन्तरम् = ८। वर्गान्तरम् ४०० सूत्रोक्त्या राश्यन्तरेण वर्गान्तरं भक्तं जातो योग = ४०० ÷ ८ = ५० अतो 'योगान्तरेणोन युतः' इत्यादिना जातौ राशी २१।२९ क्रमेण।

इति संक्रमणम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ किञ्चिद्वर्गकर्मं प्रोच्यते

इष्टकृतिरष्टगुणिता व्येका दलिता विभाजितेष्टेन ।
एकः स्यादस्य कृतिर्दलिता सैकाऽपरो राशिः ॥ २ ॥
रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं प्रथमोऽथ वाऽपरो रूपम् ।
कृतियुतिवियुती व्येके वर्गौ स्यातां ययो राश्योः ॥ ३ ॥

अन्वयः—ययोः राश्योः कृति युति वियुती व्येके वर्गौ स्यातां तद् राशिज्ञानार्थं इष्टकृतिः अष्टगुणिता व्येका दलिता इष्टेन विभाजिता एको राशिः स्यात् । अस्य कृतिः दलिता सैका, अपरो राशिः स्यात् । वा रूपं (१) द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं (इष्टेन सहितं) प्रथमो राशिः । अपरो राशिः रूपम् १ स्यात् ।

जिन दो संख्याओं के वर्गयोग एवं वर्गान्तर में १ घटाने से, वर्ग ही शेष रहता है, उन संख्याओं को ज्ञात करने के लिए इष्ट संख्या के वर्ग को ८ से गुणाकर, उसमें १ घटाकर, शेष का आधा करें । पुनः उसमें इष्ट का भाग देने से प्रथम संख्या होती है ।

प्रथम संख्या के वर्गार्ध में १ जोड़ने से दूसरी संख्या होती है ।

अथवा किसी कल्पित इष्ट को द्विगुणित कर उसी से १ में भाग देकर लब्धि को इष्ट में जोड़ने से प्रथम संख्या होती है तथा दूसरी संख्या १ ही रहती हैं ।

उपपत्तिः—यदि कल्प्येते राशी य, क, तदा द्वितीयालापेन $\text{य}^२ - \text{क}^२ - १ = \text{य}^२ - \text{क}^२ - २ + १$, अतः आद्यन्यमूलयोर्द्विघ्निघातस्य मध्यपदसमत्वात् $\text{य} \times २ = -\text{क}^२ - २ \therefore \text{य} = \frac{\text{क}^२ + २}{२} = \frac{\text{क}^२}{२} + १$ अनेनोत्थापितौ राशी $\frac{\text{क}^२}{२} + १$, क।

अनयोर्वर्गयोगः निरेकः $\frac{४^४}{४} + २\text{क}^२$ अयं वर्गस्तेन $\text{क}^४$ अनेनापवर्त्य जातम् $= \frac{\text{क}^२}{४} + २$ ततः "इष्टभक्तो द्विधाक्षेप इष्टोनाढ्यो दलीकृतः" इत्यादिवर्गप्रकृतिविधिना कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानम् $= \frac{८\text{इ}^२ - १}{२\text{इ}} = \text{क}$ अयमेको राशिः । अन्यस्तु $\frac{\text{क}^२}{२} + १$ इत्युपपन्नः प्रकारः । द्वितीय प्रकारे यदि राशी य । १ अनयोर्वर्गयुतिर्निरेका मूलदा भवत्येव । तथा राश्योरेतयोर्वर्गान्तरं निरेकं $= \text{य}^२ \; १ - २$, इदं मूलदमतोऽत्र $(- २\text{इ})$ इतीष्टं प्रकल्प्य इष्टभक्तो द्विधाक्षेप" इत्यादिवर्गप्रकृत्या कनिष्ठमानम् $= \frac{-२}{-\text{इ}^२ \times २} - \frac{(-२\text{इ})}{२} = \frac{१}{\text{इ}^२} + \text{इ} = \text{य}$, अयं प्रथमो राशिरन्यस्तु रूपमेवे-त्युपपन्नं 'रूपं द्विगुणेष्टहतमि'ति ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उद्देशकः—

राश्योर्ययोः कृतिवियोगयुती निरेके
मूलप्रदे प्रवद तौ मम मित्र ! [illegible]त्र ।
क्लिश्यन्ति बीजगणिते पटवोऽपि मूढाः
षोढोक्तबीजगणितं परिभावयन्तः ॥ १ ॥

हे मित्र ! जिन दो राशियों के वर्गान्तर और वर्गयोग में १ घटाने पर शेष वर्गाङ्क ही रहता है, उन दोनों संख्याओं को बताओ। जिसके जानने में ६ प्रकार के गणित (योग, अन्तर, गुणन, भजन, वर्ग, वर्गमूल) को जानने वाले बीजगणित में परम पटु रहने पर भी गणितज्ञ मूढ़ के समान क्लेश पाते हैं।

उदाहरण—कल्पित इष्ट $=\frac{१}{२}$ अब सूत्र के अनुसार $\left(\frac{१}{२}\right)^२=\frac{१}{४}$।

$\frac{१\times ८}{४}=२$ । $२-१=१$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{२}\div\frac{१}{२}=\frac{१}{२}\times\frac{२}{१}=१=$ प्रथमराशि।

१ का वर्गार्ध $\left(\frac{१}{२}\right)$ में १ जोड़ने से $\frac{३}{२}=$ द्वितीय राशि।

द्वितीय प्रकार—कल्पित इष्ट $=१$ अतः १ में द्विगुणित इष्ट से भाग देने पर $१\div१\times२=\frac{१}{२}$ तथा १ जोड़ने पर प्रथम राशि $=\frac{१}{२}+१=\frac{३}{२}$, द्वितीय राशि $=१$। इसी प्रकार दो तीन आदि इष्ट मानकर अनेक राशियाँ होती हैं।

न्यासः—अत्र प्रथमानयने कल्पितमिष्टम् $=\frac{१}{२}$ । अस्य वर्गः $\frac{१}{४}$ अष्टगुणो जातः २ । अयं व्येकः $\frac{१}{१}$ दलितः $\frac{१}{२}$ । इष्टेन $\frac{१}{२}$ हृतो जातः प्रथमो राशिः १। अस्य वर्गः १। अर्धिता $\frac{१}{२}$ सैका $\frac{३}{२}$ अयमपरो राशिः। एवमेतौ राशी $\frac{१}{१}$। $\frac{३}{२}$। एवमेकेनेष्टेन जातौ राशी $\frac{७}{२}$, $\frac{५७}{८}$। द्विकेन $\frac{२१}{४}$, $\frac{९९३}{३२}$।

अथ द्वितीयप्रकारेणेष्टम् $=१$ । अनेन द्विगुणेन २ । रूपं भक्तम् । $\frac{१}{२}$ । इष्टेन सहितं जातः प्रथमो राशिः $\frac{३}{२}$। द्वितीयो रूपम् १ एवं राशी $\frac{३}{२}$, $\frac{१}{१}$ । एवं द्विकेन $\frac{९}{४}$, $\frac{१}{१}$ त्रिकेण $\frac{१९}{६}$, $\frac{१}{१}$। त्र्यंशेन $\frac{१}{३}$ जातौ राशी $\frac{११}{६}$, $\frac{१}{१}$ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्यत् सूत्रम् (तृतीयरीतिः)

इष्टस्य वर्गवर्गो घनश्च तावष्टसंगुणौ प्रथमः ।
सैको राशी स्यातामेवं व्यक्तेऽथ वाऽव्यक्ते ॥ ४ ॥

अन्वयः—इष्टस्य वर्गवर्गं (कार्यः) घनश्च (कार्यः) 'पृथक्' तौ अष्टसंगुणौ (कार्यौ) प्रथमः सैकः तौ राशी (स्याताम्) ।

कल्पित इष्ट के वर्ग-वर्ग और घन को दो स्थानों में रखकर वही दोनों को ८ से गुणा कर, प्रथम में १ जोड़ दे तो प्रथम राशि और दूसरी राशि अष्टगुणित घन ही होती है इसी तरह व्यक्त और अव्यक्त दोनों गणित में राशियाँ ज्ञात होती हैं ।

उपपत्तिः—

कल्पितौ राशी य+१ । क १

∴ $(\text{य}+\text{क})^{२}+\text{क}^{३}-१=$ वर्ग ।

∴ $\text{य}^{२}+२\text{य}+१+\text{क}^{२}-१=\text{य}^{२}+२\text{य}+\text{क}^{२}=\text{य}^{२}+\text{क}^{२}+२\text{य}$

मूल ग्रहणेन—$२\text{य}\sqrt{२\text{य}}=\text{क}^{२}$ ।

∴ $४\text{य}^{२}\times२\text{य}=\text{क}^{४}=८\text{य}^{३}=\text{क}^{४}$ । अत्र $\text{य}=\text{क}\times\text{इ}$ ।

∴ $\text{य}^{३}=\text{क}^{३}\times\text{इ}^{३}$ ।

∴ $८\text{य}^{३}=\text{क}^{३}\times\text{इ}^{३}\times८=\text{क}^{४}$ । पक्षौ $\text{क}^{३}$, अनेन भक्तौ तदा $८\text{इ}^{३}=\text{क}$, उत्थापितौ राशी$=८\text{इ}^{४}+१$ । $८\text{इ}^{३}$ अतोपपन्नं सूत्रमिदम् ।

न्यासः —इष्टम् $\frac{१}{२}$ । अस्य वर्गवर्गः $\frac{१}{१६}$ अष्टघ्नः $\frac{१}{२}$। सैको जातः प्रथमो राशिः $\frac{३}{२}$ पुनरिष्टम् $\frac{१}{२}$ अस्य घनः $\frac{१}{८}$। अष्टगुणो जातो द्वितीयो राशिः $\frac{१}{१}$। एवं जातौ राशी $\frac{२}{३}$, $\frac{१}{१}$ ।

अर्थैकेष्टेन ९/८ । द्विकेन १२९/६४ । त्रिकेण ६४९/२१६ ।

एवं सर्वेष्वपि प्रकारेष्वीष्टवशादानन्त्यम् ।

पाटीसूत्रोपमं बीजं गूढमित्यवभासते ।
नास्ति गूढमगूढानां नैव षोढेत्यनेकधा ॥ १ ॥
अस्ति त्रैराशिकं पाटी, बीजं च विमला मतिः ।
किमज्ञातं सुबुद्धीनामतो मन्दार्थमुच्यते ॥ २ ॥

बीजगणित भी पाटीगणित के तुल्य ही कठिन है किन्तु बुद्धिमानों के लिए कठिन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

नहीं है, यह ६ प्रकार का ही नहीं हैं बल्कि अनेक प्रकार का है ॥१॥ त्रैराशिक ही पाटी गणित है और निर्मल बुद्धि ही बीज (अव्यक्त) गणित है। अतः सुबुद्धजनों के लिए कुछ भी अज्ञात नहीं है फिर भी मैं मन्दबुद्धियों के लिए इस गणित भेद को कह रहा हूं।

[इति वर्गकर्म]

अथ गुणकर्म—

तत्र दृष्टमूलजातौ करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्धकृत्या ।
मूलं गुणार्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं प्रष्टुरभीष्टराशिः ॥ ५ ॥
यदा लवैश्चोनयुतः स राशिरेकेन भागोनयुतेन भक्त्वा ।
दृश्यं तथा मूलगुणं च ताभ्यां साध्यस्ततः प्रोक्तवदेवराशिः ॥६॥

अन्वयः—गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य गुणार्धकृत्या युक्तस्य मूलं गुणार्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं तदा प्रष्टुः अभीष्टराशिः स्यात्। यदा स राशिः लवैः ऊनयुतः तदा भागोनयुतेन एकेन दृश्यं तथा मूलगुणं च भक्त्वा ततः ताभ्यां प्रोक्तवत् एव राशिः साध्यः।

इष्ट गुणित अपने मूल से रहित दृश्य हो तो उसमें गुणार्ध का वर्ग जोड़कर मूल लेना चाहिये। मूल में पुनः गुणार्ध को जोड़कर वर्ग करने से राशि होती हैं। यदि इष्ट गुणित अपने मूल से युक्त दृश्य हो, तो उसमें अपने गुणार्ध का वर्ग जोड़कर योग के वर्गमूल में गुणार्ध घटा कर शेष का वर्ग करने से राशि होती हैं।

यदि राशि मूलोन या मूलयुत होकर पुनः अपने किसी भाग से भी ऊन या युत होकर दृश्य हो तो उस भाग को १ में ऊन या युत कर पृथक् पृथक् दृश्य और मूल गुणक में भाग देने से नवीन दृश्य और मूलक गुणक होते हैं, उन दोनों (दृश्य और मूल गुणक) पर से प्रथम श्लोक के अनुसार राशि का ज्ञान करना चाहिए।

उपपत्तिः—अत्र यदि राशिः=यो, तदालापवत्करणेन $\text{यो} \pm \text{गु या} = \text{दृश्य}$, इति स्यात्ततः पक्षयोः $\left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^२$ इत्यस्य योगेन $\text{यो} \pm \text{गु या} + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)$

$$= \text{दृ} + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^२ \text{ ततो मूलग्रहणेन } \text{या} \pm \frac{\text{गु}}{२} =$$

$$\sqrt{\text{दृ} + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^२} \quad \text{ततः } \text{या} = \sqrt{\text{दृ} + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^२} \mp \frac{\text{गु}}{२} \text{ ।}$$

ततः $\text{या}^२ = \text{राशि}$:

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रथमं सूत्रमत्रोपपन्नम्

'यदालवैश्चोनयुत' इत्यादि सूत्रे

$\text{या}^2\text{भा} + \text{या}^2 \times \text{भा} \pm \text{गु} \times \text{या} = \text{दृश्यः}$

$= \text{या}^2 (\text{१} \pm \text{भा}) \pm \text{गु} \times \text{या} = \text{दृश्यः}$

$$= \text{या}^2 \pm \frac{\text{गु}\cdot \text{या}}{\text{१} \pm \text{भा}} = \frac{\text{दृश्य}}{\text{१} \pm \text{भा}}$$

अत्र भागोन युतरूपेण भक्तयोर्गुणदृश्ययोर्नूतनाख्य कल्पनात् $\text{या}^2 \pm \text{नू} \times \text{गु} \times \text{या} =$ नूतन दृश्यः उभय पक्षे नूतन गुणार्धस्य वर्गं योजनेनोत्तरज्ञानं समीकरणरीत्या क्रियते।

उपपन्नं सर्वम्।

मूलहीने दृष्टे तावदुदाहरणम्

बाले ! मरालकुलमूलदलानि सप्त तीरे विलासभरमन्थरगाण्यपश्यम्।
कुर्वंच्च केलिकलहं कलहंसयुग्मं शेषं जले वद मरालकुलप्रमाणम् ॥१॥

किसी हंस कुल के वर्गमूल के आधे के सात गुणित ($\text{७} \times \frac{\text{१}}{\text{२}} = \frac{\text{७}}{\text{२}}$) को विलासपूर्वक धीरे-धीरे (जलाशय) के तट पर जाते हुये मैंने देखा। शेष दो सुन्दर हंस जल में कलह क्रीडा कर रहे थे। हे बाले ! हंस कुल की संख्या बतलाओ ॥१॥

न्यासः—मूलगुणः $\frac{\text{७}}{\text{२}}$, दृश्यः २। गुणार्धकृत्या $\frac{\text{४९}}{\text{१६}}$, युक्तस्य $\frac{\text{८१}}{\text{१६}}$, मूलम् $\frac{\text{९}}{\text{४}}$ गुणार्धेन $\frac{\text{७}}{\text{४}}$ युतम् $\frac{\text{१६}}{\text{४}}$ छेदहृतम् $\frac{\text{४}}{\text{१}}$ वर्गीकृतम् १६ हंसकुलप्रमाणम्।

उदाहरण—प्रश्न में मूलगुणक $= \frac{\text{७}}{\text{२}}$, दृश्य २। सूत्रानुसार क्रिया करने पर गुण

$\frac{\text{७}}{\text{२}} \times \frac{\text{१}}{\text{२}} = \frac{\text{७}}{\text{४}}$ गुणार्ध। गुणार्ध वर्ग $\left(\frac{\text{७}}{\text{४}}\right)^2 = \frac{\text{४९}}{\text{१६}}$ को दृश्य २ में जोड़ने से

$\text{२} + \frac{\text{४९}}{\text{१६}} = \frac{\text{३२} + \text{४९}}{\text{१६}} = \frac{\text{८१}}{\text{१६}}$ योगफल हुआ।

योग के वर्गमूल $= \sqrt{\frac{\text{८१}}{\text{१६}}} = \frac{\text{९}}{\text{४}}$ को गुणार्ध $\frac{\text{७}}{\text{४}}$ में जोड़ने से $\frac{\text{७}}{\text{४}} + \frac{\text{९}}{\text{४}} = \frac{\text{१६}}{\text{४}} =$ ४ हुआ इसका वर्ग करने से $(\text{४})^2 = \text{४} \times \text{४} = \text{१६}$ हंस कुल की संख्या हुई।

मूलयुते दृष्टे चोदाहरणम्

स्वपदैर्नवभिर्युक्तं स्याच्चत्वारिंशताधिकम्।
शतद्वादशकं विद्वन् ! कः स राशिर्निगद्यताम् ॥ २ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वह कौन सीं राशि है जिसमें उसके वर्गमूल की नवगुणित संख्या जोड़ने से १२४० हो जाता है। हे विद्वन्! उस राशि को बतलाओ ॥२॥

न्यासः—मूलगुणः ९, दृश्यः १२४०।

गुणार्धम् $\frac{९}{२}$ अस्य कृतिः $\frac{८१}{४}$ दृष्टेन युक्तः $\frac{८१}{४}+१२४०=\frac{५०४१}{४}$ अस्य मूलम् $\frac{७१}{२}$।

गुणार्धेन $\frac{९}{२}$ विहीनम् $\frac{६२}{२}$। वर्गीकृतम् $\frac{३८४४}{४}$। छेदेन हृतम् लब्धो राशिः=९६१।

उदाहरण—सूत्रानुसार क्रिया करने से मूल गुण का आधा $९\times\frac{१}{२}=\frac{९}{२}$।

$\left(\frac{९}{२}\right)^२=\frac{८१}{४}$ दृष्ट१२४० में जोड़ने से $१२४०+\frac{८१}{४}=\frac{४९६०+८१}{४}=\frac{५०४१}{४}$।

इसका वर्गमूल $\sqrt{\frac{५०४१}{४}}=\frac{७१}{२}$ गुणार्ध से रहित करने पर $\frac{७१}{२}-\frac{९}{२}=\frac{६२}{२}$। शेष

का वर्ग $=\left(\frac{६२}{२}\right)=\frac{३८४४}{४}=९६१$ अभीष्ट संख्या।

आलाप—९६१ का वर्गमूल $=\sqrt{९६१}=३१$

$३१\times९=२७९+९६१=१२४०$

भागोने उदाहरणम्

यातं हंसकुलस्य मूलदशकं मेघागमे मानसं
प्रोड्डीय स्थलपद्मिनीवनमगादष्टांशकोऽम्भस्तटात्।
बाले! बालमृणालशालिनि जले केलिक्रियालालसं
दृष्टं हंसयुगत्रयं च सकलां यूथस्य संख्यां वद ॥ ३ ॥

वर्षा ऋतु आ जाने पर जलाशय के तट पर स्थित हंस समूह के वर्गमूल का दश गुणा भाग मानसरोवर चले गये। अष्टमांश अर्थात् $\frac{१}{८}$ भाग उड़ कर स्थल कमलिनी के वनों में चले गये। हे बाले! बाल (नवीन) कमल की डण्ठल के साथ क्रीड़ा करने की अभिलाषा से ३ जोड़े हंस जल में ही दिखलाई पड़े तो समस्त हंसो की संख्या बतलाओ ॥३॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—मूलगुणः १०, दृश्यम् ६, भागः $\frac{१}{८}$ "यदालवैश्चोन युत" इत्यत्रैकेन $\frac{१}{१}$ भागोनेन $\frac{७}{८}$ मूलगुणं दृश्यं च भक्तं जातम्=मूलगुणः $\frac{८०}{७}$ दृश्यम् $\frac{४८}{७}$ आभ्यां गुणघ्नमूलोन युतेत्यादिना जातं हंसकुलप्रमाणम्=१४४।

उदाहरण—प्रस्तुत उदाहरण में हंस संख्या अपने $\frac{१}{८}$ भाग से रहित है। अतः यदालवैश्चोन युतश्च राशि" इत्यादि सूत्रानुसार क्रिया करने पर $१-\frac{१}{८}=\frac{८-१}{८}=\frac{७}{८}$ भाग।

इससे $\left(\frac{७}{८}\right)$ से मूलगुणक और दृश्य को भाग देने से नूतन मूलगुणक और दृश्य होंगे यथा—

मूलगुणक $१० \div \frac{७}{८} = \frac{१०\times८}{७} = \frac{८०}{७}$ नूतन मूल गुणक।

दृश्य $६ \div \frac{७}{८} = \frac{६\times८}{७} = \frac{४८}{७}$ नूतन दृश्य।

नूतन मूल गुणक और दृश्य ज्ञात हो जाने पर "गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्धं कृत्वा" इत्यादि सूत्रानुसार गुणार्धं का वर्ग किया $\frac{८०}{७}\times\frac{१}{२}=\frac{४०}{७}$

गुणार्ध $\left(\frac{४०}{७}\right)^२=\frac{१६००}{४९}$

गुणार्ध के वर्ग में नूतन दृश्य जोड़ने से—

$\frac{१६००}{४९}+\frac{४८}{७}=\frac{१६००+३३६}{४९}=\frac{१९३६}{४९}$

योगफल का वर्गमूल $=\sqrt{\frac{१९३६}{४९}}=\frac{४४}{७}$

इसे गुणार्ध $\frac{४०}{७}$ में जोड़ने से $\frac{४०}{७}+\frac{४४}{७}=\frac{८४}{७}=१२$,

योगफल का वर्ग $=(१२)^२=१४४$ हंसकुल की संख्या।

उत्तर=१४४ हंस

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भागमूलोने दृष्टे उदाहरणम्

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे सन्दधे
तस्यार्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान् ।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि छत्रं ध्वजं कार्मुकं
चिच्छेदास्य शिरःशरेण कति ते यानर्जुनः सन्दधे ॥४॥

संग्राम में क्रुद्ध अर्जुन कर्ण के वध हेतु जितने बाणसमूह को ले गये उनके आधे $\left(\frac{१}{२}\right)$ से कर्ण के बाणों का निवारण किया। समस्त बाणों के वर्गमूल के चौगुने से घोड़ों को मारा। ६ बाणों से शल्य को, ३ बाणों से छत्र, ध्वज और धनुष को काटा तथा १ बाण से कर्ण के सिर को काट डाला तो बतलाओ अर्जुन ने कितने बाणों को धारण किया था।

न्यासः—भागः $\frac{१}{२}$, मूलगुणः ४, दृश्यम् १०, यदा लवैश्चोन युतेत्यादिना जातं बाणगणप्रमाणम्=१०० ।

उदाहरण—पूर्व सूत्रानुसार १ में भाग $\frac{१}{२}$ को घटाकर शेष से मूलगुण और दृश्य से भाग देने पर नवीन मूलगुण और दृश्य का साधन किया—

$$१-\frac{१}{२}=\frac{२-१}{२}=\frac{१}{२}$$

$$४ \div \frac{१}{२}=\frac{४\times २}{१}=८ \text{ मूलगुणक}$$

$$१० \div \frac{१}{२}=\frac{१०\times२}{१}=२० \text{ दृश्यः ।}$$

'गुणघ्नमूलोन' इत्यादि सूत्रानुसार—
गुणार्ध के वर्ग को दृश्य में जोड़ा

$$८\times\frac{१}{२}=\frac{८}{२}=४ \text{ गुणार्ध ।} (४)^2=१६$$

१६+२०=३६ योगफल।
योगफल के वर्गमूलको गुणार्ध में जोड़ा
$\sqrt{३६}=६$, गुणार्ध $४+६=१०$ योगफल.
योगफल का वर्ग अभीष्ट राशि होगी।
अतः $(१०)^2=१००$ बाणों की संख्या।

उत्तर=१०० बाण

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणान्तरम्

अलिकुलदलमूलं मालतीं[1] यातमष्टौ
निखिल नवमभागाश्चालिनी भृङ्गमेकम् ।
निशि परिमललुब्धं[3] पद्ममध्ये निरुद्धं
प्रतिरणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसंख्याम् ॥ ५ ॥

भ्रमरसमूह के आधे के वर्गमूल तुल्य भ्रमर मालतीपुष्प पर चले गये। सम्पूर्ण भ्रमरों का $\frac{८}{९}$ भाग भी (कहीं) चला गया। कमल के पराग में अनुरक्त एक भ्रमर रात्रि में कमल कोश में बन्द हो गया। उसकी प्रतीक्षा में एक भ्रमरी कमल पर गूंजती रही। हे कान्ते ! भ्रमरों की कुल संख्या बतलाओ। ५

न्यासः—भागः $\frac{८}{९}$, दृश्यम् १, मूल गुणकः $\frac{१}{२}$ । प्राग्वल्लब्धं राशिदलम् ३६ एतद् द्विगुणितं अलिकुलमानम् = ७२ ।

उदाहरण—प्रस्तुत प्रश्न में राशि के आधे का वर्गमूल दिखलाया गया है। पूर्वोक्त सूत्रानुसार साधित संख्या। अभीष्ट संख्या की आधी होगी। अतः साधित संख्या का द्विगुणित अभीष्ट संख्या होगी। शेष क्रिया पूर्ववत्—

भाग $\frac{८}{९}$, दृश्य १, मूलगुणक $\frac{१}{२}$

$$१ - \frac{८}{९} = \frac{९-८}{९} = \frac{१}{९}$$

$$१ \div \frac{१}{९} = \frac{१ \times ९}{१} = ९ \text{ नूतनदृश्य}$$

$$\frac{१}{२} \div \frac{१}{९} = \frac{१}{२} \times \frac{९}{१} = \frac{९}{२} \text{ मूलगुणक}$$

$$\frac{९}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{९}{४} \text{ गुणार्धं}$$

पाठान्तराणि—१. अब्धेस्तीरयातम्, २. दलित, ३. पददलहीनम् :

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\left(\frac{९}{४}\right)^२ = \frac{८१}{१६}$ गुणार्ध वर्ग को दृश्य में

जोड़ने से $\frac{८१}{१६} + \frac{९}{१} = \frac{८१+१४४}{१६} = \frac{२२५}{१६}$ = योगफल

योगफल का वर्गमूल $= \sqrt{\frac{२२५}{१६}} = \frac{१५}{४}$

गुणार्ध में मूल को जोड़ने से—

$\frac{९}{४} + \frac{१५}{४} = \frac{२४}{४} = ६$

$(६)^२ = ३६$ अभीष्ट राशि का आधा

अर्थात् ३६×२ = ७२ भ्रमर संख्या (अभीष्ट राशि)

उत्तर—भ्रमर समूह की संख्या = ७२

भागयुते उदाहरणम्

यो राशिरष्टादशभिः स्वमूलै राशित्रिभागेन समन्वितश्च ।
जातं शतद्वादशकं तमाशु जानीहि पाट्यां पटुताऽस्ति ते चेत् ॥६॥

वह कौन सी राशि हैं जिसमें उसी के वर्गमूल का १८ गुणा एवं उसी का तृतीयांश ($\frac{१}{३}$) जोड़ने से १२०० हो जाता है। यदि तुम अङ्कगणित में निपुण हो तो अति शीघ्र वतलाओ। ६

न्यासः—भागः $\frac{१}{३}$ मूलगुणकः १८, दृश्यम् १२०० । अत्रैतेन भागयुतेन $\frac{४}{३}$ मूल गुणं दृश्यं च भक्त्या प्राग्वज्जातो राशिः ५७६ ।

उदाहरण—भाग $\frac{१}{३}$ । मूलगुणक १८ । दृश्य १२०० यहाँ भाग राशि से युक्त है अतः १ में जोड़ने से नवीन भाग होगा। यथा—$१ + \frac{१}{३} = \frac{३+१}{३} = \frac{४}{३}$ इससे मूल गुणक और दृश्य को भाग देकर नवीन मूलगुणक और दृश्य का साधन करेंगें ।

$१८ \div \frac{४}{३} = \frac{१८ \times ३}{४} = \frac{२७}{२}$ नवीन मूलगुणक

$१२०० \div \frac{४}{३} = \frac{१२०० \times ३}{४} = ९००$ नवीन दृश्य

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

गुणार्धं $= \frac{२७}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{२७}{४}$ इसके वर्ग में दृश्य जोड़ने से

$$\left(\frac{२७}{४}\right)^२ + ९०० = \frac{७२९}{१६} + ९०० = \frac{७२९ + १४४००}{१६}$$

$$= \frac{१५१२९}{१६} \text{ इसका वर्गमूल} = \sqrt{\frac{१५१२९}{१६}} = \frac{१२३}{४}$$

वर्गमूल में गुणार्धं घटाकर वर्ग करने से अभीष्ट राशि—

$$\frac{१२३}{४} - \frac{२७}{४} = \frac{९६}{४} = २४ \text{ शेष } \quad (२४)^२ = ५७६ \text{ अभीष्ट संख्या}$$

उत्तर संख्या=५७६

त्रैराशिकम्

प्रमाणमिच्छा च समानजाती आद्यन्तयोस्तत्फलमन्यजातिः ।
मध्ये तदिच्छाहतमाद्यहृत् स्यादिच्छाफलं व्यस्तविधिर्विलोमे ॥७॥

अन्वयः—प्रमाणम् इच्छा च समान जाती, आद्यन्तयोः स्तः, फलम् अन्यजातिः मध्ये, तत् फलम् इच्छा हतम्, आद्यहृत् इच्छाफलं स्यात्। विलोमे व्यस्तविधिः भवति ॥ १ ॥

प्रमाण और इच्छा सजातीय होते हैं। इनका स्थान आदि और अन्त में होता है। प्रमाणफल अन्य जातीय (विजातीय) होता है, इसे मध्य में स्थापित करते हैं। प्रमाणफल को इच्छा से गुणा कर प्रमाण से भाग देने पर इच्छा फल होता है ॥ १ ॥

स्पष्टीकरण—त्रैराशिक में तीन ज्ञात एवं एक अज्ञात कुल चार राशियाँ होती है। प्रथम तीन ज्ञात राशियाँ प्रमाण, प्रमाणफल और इच्छा संज्ञक होती है चौथी 'इच्छा फल' अज्ञात राशि होती हैं। इच्छा फल का ज्ञान ही त्रैराशिक विधि से किया जाता है। इनका स्थापन इस प्रकार किया जाता है—

$$\frac{(२) \text{ प्रमाणफल} \times \text{इच्छा } (३)}{(१) \text{ प्रमाण}}$$

(१) आदि में प्रमाण (२) मध्य में प्रमाणफल (३) अन्त में इच्छा।

१ प्रमाण और ३ इच्छा दोनों एक जातीय होते हैं। इनसे साधित फल इच्छा फल (४) होता है। अतः प्रमाण फल और इच्छा फल दोनों सजातीय हो जाते हैं। यथा—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि १ रुपये में तीन पेन्सिलें मिलती है तो ३ रुपये में कितनी पेन्सिले मिलेंगी। यहाँ १ रुपया प्रमाण एवं ३ रुपया इच्छा है। प्रमाण और इच्छा रुपया होने से एक जातीय है। प्रमाणफल वस्तु है इच्छा फल भी वस्तु ही होगा अतः ये दोनों भी सजातीय होगें। इसकी स्थापना पूर्वोक्त क्रम से करने पर—

$$\frac{(२)\ \text{प्रमाणफल} \times (२)\ \text{इच्छा}}{(१)\ \text{प्रमाण}} = \frac{३ \times ३}{१} = ९ = \text{इच्छाफल}$$

अर्थात् ९ पेन्सिल।

इस प्रकार तीन ज्ञात राशियों के आधार पर इस प्रक्रिया को त्रैराशिक कहा जाता है।

उपपत्तिः—

त्रयाणां राशिनां ज्ञानाच् चतुर्थराशेर्ज्ञानं येन गणितेन भवति तदेव त्रैराशिकम्। अत्र चतुर्षु राशिषु अनुपातीयः सम्बन्धः। यो हि सम्बन्धः प्रमाण प्रमाणफलयोस्तदेव सम्बन्धः इच्छा-इच्छाफलयोरपि।

$$\text{अतः}\quad \frac{\text{प्रमाणम्}}{\text{प्रमाणफलम्}} = \frac{\text{इच्छा}}{\text{इच्छाफलम्}}$$

$$= \text{प्रमाणम्} \times \text{इच्छाफलम्} = \text{प्रमाणफलम्} \times \text{इच्छा}$$

$$\text{इच्छाफलम्} = \frac{\text{प्रमाणफलम्} \times \text{इच्छा}}{\text{प्रमाणम्}}$$

एवमेव बिपरीते इच्छाफल ज्ञाते इच्छा ज्ञानं अभीष्टं चेत्

$$\text{तदा इच्छा} = \frac{\text{प्रमाणम्} \times \text{इच्छाफलम्}}{\text{प्रमाणफलम्}}$$

उपपन्नम्

उदाहरण—

कुंकुमस्य सदलं पलद्वयं निष्कसप्तमलवैस्त्रिभिर्यदि।
प्राप्यते सपदि मे वणिग्वर ! ब्रूहि निष्कनवकेन तत् कियत् ? ॥१॥

हे श्रेष्ठ वणिक् ! यदि आधे सहित दो अर्थात् २ $\frac{१}{२}$ पल कुंकुम तीन निष्क के सप्तांश अर्थात् $\frac{३}{७}$ निष्क में मिलता है तो ९ निष्क में कितना कुंकुम मिलेगा शीघ्र बतलाओ। १

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—प्रमाणम् $\frac{३}{७}$, प्रमाणफलम् २ $\frac{१}{२}$ । इच्छा ९ । लब्धानि कुंकुमपलानि ५२ कर्षौ २ ।

उदाहरण—प्रमाण $\frac{३}{७}$, प्रमाणफल २ $\frac{१}{२}$, इच्छा ९, इच्छाफल ज्ञात करना है । अतः सूत्रानुसार स्थापना करने से—

$$\frac{२\frac{१}{२}\times९}{\frac{३}{७}}=\frac{\frac{५}{२}\times९}{\frac{३}{७}}=\frac{५\times९\times७}{२\times३}$$

$$=\frac{५\times३\times७}{२}=\frac{१०५}{२}=५२\frac{१}{२}\text{ पल}$$

$\frac{१}{२}$ पल को कर्ष में परिणत करने पर $\frac{१}{२}\times४=२$ कर्ष

अतः ५२ पल २ कर्ष ।

उत्तर=५२ पल २ कर्ष कुंकुम

उदाहरणम्—

प्रकृष्टकर्पूरपलत्रिषष्ट्या चेल्लभ्यते निष्कचतुष्कयुक्तम् ।
शतं तदा द्वादशभिः सपादैः पलैः किमाचक्ष्व सखे ! विचिन्त्य ॥२॥

हे मित्र ! विचार करके बतलाओ ? यदि ६३ पल उत्तम कोटि का कर्पूर १०४ निष्क में मिलता है तो चतुर्थांश युक्त १२ पल $\left(१२\frac{१}{४}\text{ पल}\right)$ कर्पूर कितने निष्क में मिलेगा । २

न्यासः— ६३, १०४, $\frac{४९}{४}$ । लब्धाः निष्काः २०; द्रम्माः ३, पणाः ८ काकिण्यः ३, वराटकाः ११ $\frac{१}{९}$ ।

उदाहरण—प्रस्तुत प्रश्न में प्रमाण ६३ पल, प्रमाणफल १०४ निष्क, इच्छा १२ $\frac{१}{४}$ पल अतः सूत्रानुसार स्थापित करने पर ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{१०४\times१२\frac{१}{४}}{६३} = \frac{१०४\times\frac{४९}{४}}{६३}$$

$$= \frac{२६\times४९}{६३} = \frac{१२७४}{६३} = २०\frac{१४}{६३} \text{ निष्क}$$

६३)१२७४(२० निष्क
  १२६
  १४ × १६
  २२४ (३ द्रम्म
  १८९
  ३५ × १६
  ५६० (८ पल
  ५०४
  ५६ × ४
  २२४ (३ काकिणी
  १८९
  ३५ × २०
  ७०० (११
  ६३
  ७०
  ६३
  ७

$२०।३।८।३।११\frac{७}{६३}$

$=२०।३।८।३।११\frac{१}{९}$

उत्तर=२० निष्क, ३ द्रम्म, ८ पण, ३ काकिणी, $११\frac{१}{९}$ वराटक

उदाहरणम्—

द्रम्मद्वयेन साष्टांशा शालितण्डुलखारिका ।
लभ्या चेत् पणसप्तत्या तत् किं सपदि कथ्यताम् ? ॥३॥

यदि दो द्रम्म में अष्टमांश सहित १ खारी (अर्थात् $१\frac{१}{८}$ खारी) धान का चावल मिलता है तो ७० पण में कितना चावल मिलेगा शीघ्र बताओ । ३

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—(२ द्रम्म=) ३२ पण, १ $\frac{१}{८}\left(=\frac{९}{८}\right)$, ७० । लब्धे खार्यौ २, द्रोणः ७, आढकः १ प्रस्थौ २ ।

उदाहरण—प्रमाण २ द्रम्म, प्रमाणफल $\frac{९}{८}$ इच्छा ७० पण ।

प्रमाण और इच्छा दोनों को एकरूप करने के लिए दम्म को पण में परिवर्तित करने पर प्रमाण=३२ पण ।

अतः सूत्रानुसार अनुपात करने पर

$$\frac{\frac{९}{८}\times ७०}{३२}=\frac{९\times ७०}{३२\times ८}=\frac{३१५}{१२८} \quad \text{खारी}$$

अर्थात् १२८)३१५(२ खारी
२५६
५९×१६
१२८)९४४(७ द्रोण
८९६
४८×४
१९२(१ आढक
१२८
६४×४
२५६(२ प्रस्थ
२५६
×

उत्तर=२ खारी ७ द्रोण १ आढक २ प्रस्थ चावल

व्यस्तत्रैराशिकम्

इच्छावृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वृद्धिः फलस्य तु ।
व्यस्तं त्रैराशिकं तत्र ज्ञेयं गणितकोविदैः ॥८॥

अन्वयः—इच्छा वृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे तु फलस्य वृद्धिः तत्र व्यस्तं त्रैराशिकं गणितकोविदैः ज्ञेयम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जहाँ इच्छा की वृद्धि होने पर फल का ह्रास होता है अथवा इच्छा के न्यून होने पर इच्छा फल की वृद्धि होती है उसे गणितज्ञों ने व्यस्त त्रैराशिक कहा है। ८

तद्यथा—

जीवानां वयसो मौल्ये तौल्ये वर्णस्य हैमने।
भागहारे च राशीनां व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत् ॥ १ ॥

जीवों (पशु-पक्षी आदि) की आयु के अनुसार उनके मूल्य, वर्ण के अनुसार स्वर्ण के मूल्य तथा राशियों के भागहार (राशियों के मान में परिवर्तन) में व्यस्तत्रैराशिक का व्यवहार होता है। ९

उदाहरणम्

प्राप्नोति चेत् षोडशवत्सरा स्त्री द्वात्रिंशतं, विंशतिवत्सरा किम् ।
द्विधूर्वहो निष्कचतुष्कमुक्ताः प्राप्नोति धूःषट्कवहस्तदा किम् ? ॥१॥

यदि १६ वर्ष की स्त्री ३२ निष्क प्राप्त करती है तो २० वर्ष की स्त्री क्या पायेगी।

दो धूर वहने वाला बैल यदि ४ निष्क में मिलता है तो ६ धूर वहने वाला कितने निष्क में मिलेगा।

न्यासः—(१) १६, ३२, २० लब्धम् २५ $\frac{३}{५}$

(२) २, ४, ६ लब्धम् $\frac{८}{६}$

अपवर्तिते जातम् $\frac{४}{३}$

उदाहरण—प्रमाण १६ प्रमाणफल ३२
इच्छा २० इच्छाफल ?

यहाँ जीवों (प्राणियों) के आयु के आधार पर मूल्य ज्ञात करना है अतः व्यस्त त्रैराशिक का प्रयोग होगा।

$$\text{व्यस्त त्रैराशिक} = \frac{\text{प्रमाण} \times \text{प्रमाणफल}}{\text{इच्छा}} = \text{इच्छाफल}$$

अर्थात् प्रमाण और प्रमाणफल के गुणनफल में इच्छा का भाग देने से इच्छाफल आयेगा।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः $\frac{\text{प्रमाण १६ × प्रमाणफल ३२}}{\text{इच्छा २०}}$

$=\frac{१६\times३२}{२०}=\frac{१२८}{५०}=२५\frac{३}{५}$

अथवा—२५ निष्क ९ द्रम्म २$\frac{२}{५}$ पण उत्तर

द्वितीय प्रश्न में प्रमाण २, प्रमाणफल ४, इच्छा ६।

अतः $\frac{२\times४}{६}=\frac{४}{३}$ निष्क

अथवा १ निष्क, ५ द्रम्म, ५ पण, १ काकिणी, ६$\frac{२}{३}$—वराटक=उत्तर=

द्वितीयमुदाहरणम्

दशवर्णसुवर्णं चेत् गद्याणकमवाप्यते।
निष्केण तिथिवर्णं तु तदा वद कियन्मितम् ॥२॥

दस वर्णो वाला सोना एक निष्क में एक गद्याणक मिलता है तो पन्द्रह वर्णो वाला सोना एक निष्क में कितना मिलेगा।

न्यासः—१०, १, १५, लब्धम् $\frac{२}{३}$

उदाहरण—प्रमाण १०, प्रमाणफल १, इच्छा १५।

स्वर्ण के वर्णानुसार मूल्य ज्ञात करना है। अतः व्यस्त त्रैराशिक का व्यवहार होगा यथा—

$\frac{१०\times१}{१५}=\frac{२}{३}$ गद्याणक

उत्तर = $\frac{२}{३}$ गद्याणक

तृतीयमुदाहरणम्—

सप्ताढकेन मानेन राशौ सस्यस्य मापिते।
यदि मानशतं जातं तदा पञ्चाढकेन किम् ॥ ३ ॥

सात आढकमान से अन्न की राशि को नापने से सौ मान होता है यदि उसी राशि को पाँच आढक के मान से नापा जाय तो कितना होगा।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—७, १००, ५ लब्धम् १४०

उदाहरण—यहाँ राशियों के विभिन्न मानों का परिवर्तन है अतः व्यस्त-त्रैराशिक से अभीष्ट का ज्ञान करेंगे।

प्रमाण ७, प्रमाणफल १००, इच्छा ५

$$\text{अतः } \frac{७ \times १००}{५}$$

$$= ७ \times २० = १४० \text{ मान}$$

उत्तर=१४० मान

इति त्रैराशिकम्

पञ्चराशिकादौ करणसूत्रम्

पञ्चसप्तनवराशिकादिकेऽन्योन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम्।
संविधाय बहुराशिजे वधे स्वल्पराशिवधभाजिते फलम्॥ ९॥

अन्वयः—पञ्चसप्तनवराशिकादिके फलच्छिदां अन्योन्यं पक्षनयनं संविधाय बहुराशिजे वधे स्वल्पराशिवधभाजिते फलम्।

(त्रैराशिक की तरह) पञ्चराशिक, सप्तराशिक, नवराशिक आदि के ज्ञान के लिए फल और छेद (हर) के पक्षों का परिवर्तन कर अधिक संख्या वाले पक्ष के राशियों के गुणनफल में अल्पसंख्यावाली राशियों के गुणनफल से भाग देने पर अभीष्ट राशि होती है।

उपपत्तिः—यथा त्रैराशिके राशित्रयज्ञानाच्चतुर्थस्य ज्ञानं क्रियते तथैव पञ्चराशिके पञ्चानां राशिनां ज्ञानेन षष्ठ राशेर्ज्ञानं क्रियते। एवमेव सप्तराशिके नवराशिकेऽपि।

त्रैराशिकरीत्या अनुपातः प्रमाणकालेन प्रमाणफलं इष्टकालेन किमिति—

$$\frac{\text{प्र० फ०} \times \text{इ० का०}}{\text{प्र० का०}} = \text{इष्टफलम्}$$

एवमेव द्वितीयानुपातः—प्रमाणधनेनेदं (इष्टफलम्) तदा इष्टधनेन किम्?

$$= \frac{\text{इ० फ०} \times \text{इ० ध०}}{\text{प्र० ध०}} \text{ उत्थापनेन जातम् } \frac{\text{प्र० फ०} + \text{इ० का०} \times \text{इ० ध०}}{\text{प्र० का०} \times \text{प्र० ध०}}$$

$$= \text{इष्टधनजं फलम्।}$$

हर भाज्ययोः गुणकयोः परिवर्तनेनोपपन्नम् सर्वम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उद्देशकः

मासे शतस्य यदि पञ्च कलान्तरं स्याद्
वर्षे गते भवति किं वद षोडशानाम् ? ।
कालं तथा कथय मूलकलान्तराभ्यां
मूलं धनं गणक ! कालफले विदित्वा ॥ १ ॥

हे गणक ! यदि १०० (रुपये) का व्याज १ मास में ५ (रुपये) होता है तो १६ (रुपये) का १ वर्ष में कितना व्याज होगा ? व्याज और मूलधन के अन्तर से काल (समय) तथा काल ज्ञान कर काल और व्याज के आधार पर मूलधन बताओ ॥२॥

न्यासः—

१	१२
१००	१६
५	०

अन्योन्यपक्षपरिवर्तनेन जातम्

१	१२	लब्धं
१००	१६	कलान्तरम्
०	५	$=९\frac{३}{५}$

कालज्ञानार्थं पुनः न्यासः

१	०
१००	१६
५	४८
	५

परिवर्तनेन

१	१२
१००	०
४८	५
	५

लब्धं कालमानं १२ मासाः ।

मूलधनार्थं न्यासः—

१	१२
१००	००
५	४८
	५

परिवर्तनेन

१	१२
१००	०
४८	५
	५

पूर्वंल्लब्धं मूलधनम् = १६

उदाहरण—प्रस्तुत प्रश्न में पाँच राशियाँ ज्ञात हैं छठीं राशि का ज्ञान करना है अतः इसे पञ्च राशिक कहते हैं । प्रश्नानुसार प्रमाण काल १ प्रमाण धन १०० प्रमाण फल ५, इच्छा काल १ वर्ष (१२ मास), तथा इच्छा धन १६, इच्छा फल ज्ञात करना है । सूत्र के अनुसार स्थापन करने पर

प्रमाणकाल	१	१२	इच्छाकाल
प्रमाणधन	१००	१६	इच्छाधन
प्रमाणफल	५	×	इच्छाफल

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्तिम राशि का परिवर्तन करने पर

१	१२	अधिक संख्याओं के गुणन फल में.
१००	१६	अल्प संख्याओं के गुणनफल का भाग
×	५	देने पर

(१२×१६×५) ÷ (१×१००)

$$=९६० \div १०० = \frac{९६०}{१००} = \frac{४८}{५} = ९\frac{३}{५}$$

उत्तर = व्याज (कलान्तर) = $९\frac{३}{५}$ (१६ रुपये का १२ मास का)

कलान्तर (व्याज) और मूलधन ज्ञात है काल ज्ञान करना है। अर्थात् १६ (रुपये) का $\frac{४८}{५}$ (रुपये) व्याज ५, प्रतिशत मासिक व्याज की दर से कितने समय में होगा ?

सूत्रानुसार न्यास—

१	×
१००	१६
५	$\frac{४८}{५}$

पक्ष परिवर्तन करने पर

१	×
१००	१६
४८	५
	५

बहुसंख्यक के गुणनफल में अल्पसंख्यक के गुणनफल का भाग देने पर

(१×१००×४८) ÷ (१६×५×५)

$$४८०० \div ४०० = \frac{४८००}{४००} = १२ = \text{लब्धि}$$

उत्तर—काल = १२ मास (१ वर्ष)

मूलधन ज्ञान के लिए न्यास—

५% मासिक व्याज की दर से १ वर्ष में $९\frac{३}{५}$ (रुपये) व्याज कितने रुपये का का होगा ? अर्थात् मूलधन क्या होगा ?

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यास—

१	१२	परिवर्तन करने से	१	१२
१००	×		१००	×
५	$\frac{४८}{५}$		४८	५
				५

बहुराशि के घात में अल्पराशि के घात से भाग देने पर—

(१×१००×४८)÷(१२×५×५)

$$४८०० \div ३०० = \frac{४८००}{३००} = १६$$

उत्तर मूलधन = १६ (रुपये)।

छेदसंक्रमणे उदाहरणम्

सत्र्यंशमासेन शतस्य चेत् स्यात् कलान्तरं पञ्च सपञ्चमांशाः।
मासैस्त्रिभिः पञ्चलवाधिकैस्तत् सार्धद्विषष्टेः फलमुच्यतां किम् ॥॥२॥

यदि $१\frac{१}{३}$ मास में १०० (रुपये) का व्याज $५\frac{१}{५}$ (रुपये) होता है तो $३\frac{१}{५}$ मास में $६२\frac{१}{२}$ (रुपये) का व्याज क्या होगा ? २

न्यासः— $१\frac{१}{३} = \frac{४}{३}$ । १०० । $५\frac{१}{५} = \frac{२६}{५}$ । $३\frac{१}{५} = \frac{१६}{५}$ ।

$६२\frac{१}{२} = \frac{१२५}{२}$

(पूर्वोक्तसूत्रेण) अन्योन्यपक्षानयनेन बहुराशिवधे स्वल्पराशिवधभाजिते जातं कलान्तरम्—

$\frac{१६×१२५×२६}{५×२×५} \div \frac{४×१००}{३}$ लब्धं कलान्तरम्

$= \frac{३९}{२५} = ७\frac{४}{५}$

उदाहरण—उक्त प्रश्न में प्रमाण काल $१\frac{१}{३} = \left(\frac{४}{३}\right)$, प्रमाणधन १००, प्रमाणफल $= \frac{२६}{५}$ । इच्छाकाल $\frac{१६}{५}$ । इच्छाधन $\frac{१२५}{२}$ । इच्छाफल ?

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः सूत्रानुसार न्यास करने पर पक्ष परिवर्तन करने पर
(यहाँ हर का भी परिवर्तन होगा)

$$\begin{array}{c|c} \frac{४}{३} & \frac{१६}{५} \\ १०० & \frac{१२५}{२} \\ \frac{२६}{५} & \times \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c|c} \frac{४}{३} & \frac{१६}{५} \\ १०० & \frac{१२५}{२} \\ \times & \frac{२६}{५} \end{array}$$

अधिक राशिवाले पक्ष के गुणनफल $\frac{१६\times१२५\times२६}{५\times२\times५}=\frac{५२०००}{५०}$ में स्वल्प राशि के घात $\frac{४}{३}\times१००=\frac{४००}{३}$ से भाग देने पर $\frac{५२०००}{५०}\div\frac{४००}{३}=\frac{५२०००}{५०}\times\frac{३}{४००}=\frac{३९}{५}=७\frac{४}{५}$

उत्तर$=७\frac{४}{५}$ कलान्तर=व्याज ।

सप्तराशिकोदाहरणम्

विस्तारे त्रिकराः कराष्टकमिता दैर्घ्ये विचित्राश्च चेद्
रूपैरुत्कटपट्टसूत्रपटिका अष्टौ लभन्ते शतम् ।
दैर्घ्ये सार्धकरत्रयाऽपरपटी हस्तार्धविस्तारिणी
तादृक् किं लभते ? द्रुतं वद वणिक् ! वाणिज्यकं वेत्सि चेत् ॥

यदि ३ हाथ चौड़ी ८ हाथ लम्बी विचित्र रूपोंवाली (रंग-विरंगी) ८ पट्टसूत्र पट्टी (चादर) १०० निष्क में मिलती है तो $३\frac{१}{२}$ हाथ लम्बी $\frac{१}{२}$ हाथ चौड़ी दूसरी १ पट्ट सूत्र पट्टी कितने में मिलेगी । हे वणिक् यदि तुम व्यापार में निपुण हो तो शीघ्र बतलाओ ? ३

न्यासः— ३ । ८ । ८।१००

$$\frac{७}{२}\Big|\frac{१}{२}\Big|१\Big|०$$

लब्धं द्रम्माः १४, पणाः ९, काकिणी १, वराटकाः $६\frac{२}{३}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण—

सूत्रानुसार न्यास करने पर

३	$\frac{७}{२}$
८	$\frac{१}{२}$
८	१
१००	×

राशि परिवर्तन करने पर

३	$\frac{७}{२}$
८	$\frac{१}{२}$
८	१
×	१००

अधिक राशिवाले पक्ष के गुणनफल में अल्प संख्यकराशिवाले पक्ष के गुणनफल से भाग देने पर

$$\left(\frac{७}{२} \times \frac{१}{२} \times १ \times १००\right) \div \left(३ \times ८ \times ८\right)$$

$$\frac{७००}{४} \div १९२ = \frac{७००}{४} \times \frac{१}{१९२} = \frac{१७५}{१९२}$$

उत्तर—दूसरी सूत्र पट्टी का मूल्य $= \frac{१७५}{१९२}$ द्रम्म

= १४ द्रम्म, ९ पण, १ काकिणी, ६ $\frac{२}{३}$ वराटक

नवराशिकोदाहरणम्

पिण्डे येऽर्कमिताङ्गुलाः किल चतुर्वर्गाङ्गुला विस्तृतौ
पट्टा दीर्घतया चतुर्दशकरास्त्रिंशल्लभन्ते शतम् ।
एता विस्तृतिपिण्डदैर्ध्यमितयो येषां चतुर्वर्जिताः
पट्टास्ते वद मे चतुर्दश सखे ! मूल्यं लभन्ते कियत् ? ॥ १ ॥

हे सखे ! यदि १२ अंगुल मोटे ४ के वर्ग तुल्य अर्थात् १६ अंगुल चौड़े तथा १४ हाथ लम्बे ३० पट्टों का मूल्य १०० (निष्क) है तो लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई में ४-४ कम करने से जो मान हो अर्थात् ८ अंगुल मोटे, १२ अंगुल चौड़े तथा १० हाथ लम्बे १४ पट्टों का क्या मूल्य होगा ?

न्यासः—

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१००	×

लब्धं मूल्यं निष्काः १६ $\frac{२}{३}$ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण--पूर्वोक्त नियमानुसार न्यास करने तथा अन्तिम फल का पक्ष परिवर्तन करने पर

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१००	×

पक्ष परिवर्तन के बाद न्यास

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
×	१००

बहुराशियोगे स्वल्पराशि वध भागेन जातम्

$$\frac{८ \times १२ \times १० \times १४ \times १००}{१२ \times १६ \times १४ \times ३०} = \frac{५०}{३} = १६\frac{३}{५०} \text{ निष्क}$$

उत्तर=$१६\frac{३}{५०}$ निष्क अथवा १६ निष्क, १० द्रम्म, १० पण, २ काकिणी, $१३\frac{१}{२}$ वराटक।

अथैकादशराशिकोदाहरणम्

पट्टा ये प्रथमोदितप्रमितयो गव्यूतिमात्रे स्थिता-

स्तेषामानयनाय चेच्छकटिना द्रम्माष्टकं भाटकम्

अन्ये ये तदनन्तरं निगदिता माने चतुर्वर्जिता-

स्तेषां का भवतीति भाटकमितिर्गव्यूतिषट्के वद ॥ १ ॥

एक गव्यूति दूरी (४ मील या दो कोस) पर स्थित पूर्व प्रश्नोक्त प्रमाण वाले अर्थात् १४ हाथ लम्बे, १६ अंगुल चौड़े तथा १२ अंगुल मोटे ३० पट्टों को गाड़ी से लाने का भाड़ा ८ द्रम्म है तो पूर्वोक्त प्रमाण में ४ न्यून कर अर्थात् १० हाथ लम्बे १२ अंगुल चौड़े ८ अंगुल मोटे १४ पट्टों का ६ गव्यूति (२४ मील १२ क्रोश) का ढुलाई भाड़ा क्या होगा ? ॥ १ ॥

न्यासः

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१	६
८	×

लब्धा भाटकाः द्रम्माः ८ ।

उदाहरण—पूर्वोक्त विधि से न्यास कर हर (फल) का परिवर्तन कर अधिक राशियों के गुणन फल में स्वल्प राशियों के गुणनफल का भाग देने पर—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

फल परिवर्तन के वाद

१२	८		१२	८
१६	१२		१६	१२
१४	१०		१४	१०
३०	१४		३०	१४
१	६		१	६
८	×		×	८

भाग देने पर $\frac{८×१२×१०×१४×६×८}{१२×१६×१४×३०×१}$ = ८ द्रम्म

उत्तर=आठ द्रम्म

भाण्डप्रतिभाण्डके करणसूत्रम्

तथैव भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि विपर्ययस्तत्र सदा हि मूल्ये[1] ।

अन्वयः--तथैव भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि सदा हि मूल्ये तत्र विपर्ययः ।

उसी (पूर्वोक्त) प्रकार से भाण्ड प्रतिभाण्ड के प्रश्नों में भी न्यास कर हर परिवर्तन करने के साथ साथ मूल्य का भी परिवर्तन करने से अभीष्ट राशि होती है ।

उपपत्तिः—भाण्डप्रतिभाण्डव्यवहारं नाम वस्तुनः विनिमयः (विपर्यासः) । एकस्य ज्ञातमूल्यस्य पदार्थस्य स्थाने ज्ञातमूल्यस्यान्यपदार्थस्य ज्ञानमिति ।

तदर्थमनुपातः—यदि प्रथम मूल्येन प्रथमः पदार्थस्तथा द्वितीयमूल्येन द्वितीय मूल्यसम्बन्धिपदार्थो यथा—

$$\frac{\text{प्र० प० × द्वि० मू०}}{\text{प्र० मू०}} = \text{द्वि० मू० सम्बन्धितपदार्थः ।}$$

$$\frac{\text{द्वि० प० × प्र० इ०}}{\text{द्वि० मू० प०}} = \frac{\text{द्वि० प० × प्र० इ० × प्र० मू०}}{\text{प्र० प० × द्वि० मू०}}$$

उत्थापनेनोपन्नम् ।

उद्देशकः

द्रम्मेण लभ्यत इहाम्रशतत्रयं चेत्
त्रिंशत् पणेन त्रिपणी वरदाडिमानि
आम्रैर्वदाशु दशभिः कति दाडिमानि
लभ्यानि तद्विनिमयेन भवन्ति मित्र ! ॥ १ ॥

---

१. विधिर्विधेयोऽस्य हरांश मूल्ये । इति पाठान्तरम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

बाजार में १ द्रम्म में ३०० आम तथा १ पण में ३० अच्छे दाडिम (अनार) मिलते हैं। हे मित्र! १० आम को बदल कर अनार लेना हो तो कितने अनार मिलेगें।

न्यासः १६ | १
३०० | ३० लब्धानि दाडिमानि
१० | ×

उदाहरण—दोनों मूल्यो को सजातीय करने हेतु १ द्रम्म को पण में परिवर्तित कर न्यास किया।

१ द्रम्म = १६ पण।

अतः १६ | १, यहाँ फलों का परिवर्तन १६ १
३०० | ३० कर न्यास किया ३० ३००
१० | × १० ×

अधिक राशि के गुणनफल में अल्प राशि के गुणन फल से भाग देने पर—

$$\frac{१६\times ३०\times १०}{१\times ३००}=\frac{१६\times ३००}{१\times ३००}=१६$$

उत्तर = १६ दाडिम।

इति त्रैराशिकादि

मिश्रव्यवहारः

प्रमाणकालेन हतं प्रमाणं विमिश्रकालेन हतं फलं च ॥ १० ॥
स्वयोगभक्ते च पृथक् स्थिते ते मिश्राहते मूलकलान्तरे स्तः।
यद्वेष्टकर्माख्यविधेस्तु मूलं मिश्राच्च्युतं तच्च कलान्तरं स्यात् ॥११॥

अन्वयः—प्रमाणकालेन प्रमाणं हतं, विमिश्रकालेन फलं च हतं ते पृथक् स्थिते मिश्राहते स्वयोग भक्ते मूलकलान्तरे स्तः। इष्ट कर्माख्य विधेः यत् मूलं तत् मिश्राच्युतं तदा कलान्तरं वा स्यात् ॥

प्रमाण काल से प्रमाण धन को, एवं मिश्रकाल से प्रमाणफल को गुणाकर दोनों गुणनफलों को पृथक् रखें। दोनों गुणन फलों को पृथक्-पृथक् मिश्रधन से गुणाकर अपने-अपने योग से भाग देने पर क्रम से मूलधन और कलान्तर (ब्याज) होता है।

उपपत्तिः—प्रमाणधनसम्बन्धिफलज्ञानायानुपातः त्रैराशिकरीत्या क्रियते—

$$\frac{\text{प्र० फ०}\times\text{मि० का०}}{\text{प्र० का०}}=\text{मिश्रकालिकं कलान्तरम्।}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{\text{प्र. फ०} \times \text{मिश्र का} \times १}{\text{प्र० का०} \times \text{प्र० व०}} = \text{'एक' सम्बन्धिफलम्}$$

रूपसममूलधने योजनेन—

$$\frac{\text{प्र० का०} \times \text{प्र० धन} + \text{प्र० फ०} \times \text{मि० का.}}{\text{प्र० का} \cdot \text{प्र० ध०}} = \text{मिश्रधनम्}$$

पुनरनुपातेन—साधितेन मिश्रधनेन रूपं मूलधनं तथा रूपलब्धकलान्तरं लभ्यते तदा उद्दिष्टेन मिश्रधनेन किमिति—

$$\frac{१ \times \text{मि० ध०} \times \text{प्र० का} \times \text{प्र० ध०}}{\text{योग:}} = \text{इष्टं मूलधनम् ।}$$

$$\frac{\text{प्र० फ०} \times \text{मि० का} \times \text{प्र० का} \times \text{प्र० ध०} \times \text{मि० ध०}}{\text{यो०} \times \text{प्र० का०} \times \text{प्र० धन}} = \text{इष्टं कलान्तरम्}$$

$$\text{अथवा } \frac{\text{मि० ध०} \times \text{प्र० का०} \times \text{प्र० ध०}}{\text{योग}} = \text{इ० मू० ध०}$$

$$\frac{\text{प्र० फ०} \times \text{मि० का} \times \text{मि० ध०}}{\text{योग}} = \text{इष्टं कलान्तरम् ।}$$

उपपन्नम्

उद्देशक:

पञ्चकेन[1] शतेनाब्दे मूलं स्वं सकलान्तरम् ।
सहस्रं चेत् पृथक् तत्र वद मूलकलान्तरे ॥ १ ॥

५ रुपये प्रतिशत (मासिक) व्याज की दर से एक वर्ष में व्याज सहित मूलधन (मिश्रधन) १००० रुपये हो जाता है तो पृथक्-पृथक् मूलधन और व्याज बतलाओ । १

न्यास:—

१	१२
१००	१०००
५	×

लब्धे क्रमेण मूलकलान्तरे ६२५, ३७५

अथवेष्ट कर्मणा कल्पितमिष्टं रूपम् १ । ''उद्देश्य कालापवदिष्टराशिरित्यादिना करणेन रूपस्य वर्षकलान्तरम् $\frac{३}{५}$ एतद्युतेन रूपेण $\frac{८}{५}$ । दृष्टं १००० रूपगुणं लब्धं मूलधनम् ६२५ एतन्मिश्राच्युतं कलान्तरम् ३७५ ।

उदाहरण—प्रमाणकाल १ मास । प्रमाणधन १०० प्रमाणफल ५ । मिश्रधन १००० मिश्रकाल १ वर्ष (=१२ मास) ।

पूर्वोक्त सूत्रानुसार न्यास करने पर

---

१. 'पञ्चमासे शतस्य इतिपाठन्तरम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रमाणकाल × प्रमाणधन

= १ × १०० = १०० गुणनफल

प्रमाणफल × मिश्रकाल

= ५ × १२ = ६० गुणनफल

१०० + ६० = १६० योग ।

मिश्रधन से दोनों गुणनफलों को गुणाकर योग से भाग देने पर क्रम से मूलधन और कलान्तर

मिश्रधन १०००×१०० = १०००००

१००००० ÷ १६० (योग) $= \frac{१०००००}{१६०}$ = ६२५ मूलधन

(६० × मिश्रधन) ÷ योग

१००० × ६० = ६०००० ÷ १६०

$= \frac{६००००}{१६०}$ = ३७५ कलान्तर (ब्याज)

उत्तर मूलधन = ६२५, ब्याज = ३७५

त्रैराशिक विधि से मूलधन साधन—

कल्पित इष्ट १ (मूलधन)

१०० रुपये का ब्याज १२ मास में ५ रु०

१ ,, ,, $\frac{१×५×१२}{१००} = \frac{३}{५}$

$१ + \frac{३}{५} = \frac{८}{५}$ मिश्रधन कल्पित ।

(१ × १००० मि० धन) ÷ $\frac{८}{५}$

$= \frac{१०००×५}{८}$ = ६२५ मू० ध०

मिश्रधन १००० − ६२५ मू० ध०

= ३७५ ब्याज ।

उत्तर—मू० ध० ६२५, ब्याज ३७५ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

मिश्रान्तरे करणसूत्रम्—

अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते ।
स्वयोगभक्ताश्च विमिश्रनिघ्नाः प्रयुक्तखण्डानि पृथग् भवन्ति ॥

अन्वय—अथ प्रमाणैः स्वकालाः गुणिताः व्यतीतकालघ्न फलोद्धृता ते विमिश्र निघ्नाः स्वयोगभक्ताः पृथग् प्रयुक्त खण्डानि भवन्ति ॥ १२ ॥

अपने-अपने प्रमाणकालों को प्रमाणधनों से गुणाकर व्यतीतकालों एवं प्रमाण-फलों से भाग देने पर जो लब्धि हो उसे मिश्र काल से गुणाकर अपने योग से भाग देने पर पृथक् पृथक् प्रदत्त खण्ड ज्ञात होगें ॥ १२ ॥

उपपत्तिः—विभिन्न खण्डात्मके प्रश्ने खण्डप्रमाणज्ञानाय प्रथमं सर्वत्र कलान्तर साम्याद्रूपसमं कलान्तरं प्रकल्प्यानुपातेन खण्डानि साध्यन्ते ।

अतोऽनुपातः यदि प्रमाणकालेन प्रमाणं धनं लभ्यते तथा व्यतीत कालेन किमिति जातम्—

$$\frac{\text{प्रमाणफलम्} \times \text{व्यतीतकालः}}{\text{प्रमाणकालः}} = \text{व्यतीतकाल सम्बन्धि प्रमाणधनजं फलम् ।}$$

पुनरनुपातः क्रियते—

यदि प्रमाणधनजफलेन प्रमाणं धनं लभ्यते तदा रूपेण किमिति—

$$\frac{\text{प्रमाणधनम्} \times 1}{\text{प्र० धनजं फलम्}} = \frac{\text{प्रमाणधनम्} \times 1}{\frac{\text{प्रमाणफलम्} \times \text{व्यतीतकालः}}{\text{प्रमाणकालः}}}$$

$$\frac{\text{प्रमाणधनम्} \times 1 \times \text{प्रमाणकालः}}{\text{प्रमाणफलम्} \times \text{व्यतीतकालः}} = \text{रूपकलान्तरजं मूलधनम् ।}$$

एवमेवान्येषां खण्डानामपि फलं प्रसाध्य योगः कार्यः । योगः=मिश्रधनम् । ततोऽनुपातः अनेन योगरूपेण मिश्रधनेनैकं खण्ड तदोद्दिष्टेन मिश्रधनेन किमिति—

$$\frac{\text{प्रथमखण्डम्} \times \text{उद्दिष्टमिश्रधनम्}}{\text{यौगिकमिश्रधनम्}}$$

समकलान्तरसम्भवं प्रथमं खण्डम् ।

एवमेवानुपातेन द्वितीयादि खण्डानामनुपातद्वारा सिद्धिर्जायते । उपपन्नम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उद्देशकः

यत् पञ्चकत्रिकचतुष्कशतेन[1] दत्तं
खण्डैस्त्रिभिर्गणक ! निष्कशतं षडूनम् ।
मासेषु सप्तदशपञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि हि फलं वद खण्डसंख्याम् ॥ १ ॥

हे गणक ! छ से रहित १०० निष्क अर्थात् (१०० – ६ =) ९४ निष्क को तीन खण्डों में क्रम से ५, ३ एवं ४ प्रतिशत ब्याज की दर पर दिया गया। क्रम से ७, १० और ५ मासों में सभी खण्डों का तुल्य ब्याज प्राप्त हुआ तो खण्डों की संख्या बतलाओ।

न्यासः—

१	१	१
१०० । ७	१०० । १०	१०० । ५
५	३	४

स्वयोगः $\frac{२३५}{२१}$। मिश्रधनम् ९४। लब्धानि यथा क्रमं खण्डानि २४, २८, ४२

पञ्चराशिविधिना लब्धं समकलान्तरम्। $८\frac{२}{५}$।

उदाहरण—प्रस्तुत प्रश्न में प्रथम खण्ड का प्रमाणधन १००
प्रमाणकाल १
प्रमाणफल ५
व्यतीतकाल ७
द्वितीय खण्ड का प्रमाणधन १००
प्र० काल १
प्र० फल ३
व्यतीतकाल १०
तृतीय खण्ड का प्रमाणधन १००
प्र० काल १
प्र० फल ४
व्यतीत काल ५

पूर्वोक्त "अथ प्रमाणैर्गुणिता" इत्यादि सूत्रानुसार सभी खण्डों के प्रमाणधन को प्रमाणकाल से गुणा कर अपने-अपने व्यतीत काल और प्रमाण फल के गुणनफल से भाग दिया—

१. फलेन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सूत्र $\frac{\text{प्रमाणधन} \times \text{प्रमाणकाल}}{\text{प्रमाणफल} \times \text{व्यतीतकाल}}$

प्रथम खण्ड = $\frac{१०० \times १}{५ \times ७} = \frac{२०}{७}$

द्वितीय खण्ड = $\frac{१०० \times १}{३ \times १०} = \frac{१०}{३}$

तृतीय खण्ड = $\frac{१०० \times १}{४ \times ५} = ५$

लब्ध तीनों खण्डों का योग किया—

$$\frac{२०}{७} + \frac{१०}{३} + \frac{५}{१} = \frac{६० + ७० + १०५}{२१}$$

$$= \frac{२३५}{२१}$$

प्रत्येक खण्ड को मिश्रधन ९४ से गुणाकर खण्डों के योग $\frac{२३५}{२१}$ से भाग देने पर—

प्रथम खण्ड $\left(\frac{२०}{७} \times ९४\right) \div \frac{२३५}{२१} = \frac{२० \times ९४ \times २१}{७ \times २३५} = २४$ निष्क

द्वितीय खण्ड $\left(\frac{१०}{३} \times ९४\right) \div \frac{२३५}{२१} =$

$$= \frac{१० \times ९४ \times २१}{३ \times २३५} = २८ \text{ निष्क}$$

तृतीय खण्ड $(५ \times ९४) \div \frac{२३५}{२१}$

$$= \frac{५ \times ९४ \times २१}{२३५} = ४२ \text{ निष्क}$$

व्याज ज्ञात करने के लिए तीनों खण्डों के व्याज—

१	७	१	१०	१	५
१००	२४	१००	२८	१००	४२
५	×	३	×	४	×

(१) $\frac{७ \times २४ \times ५}{१ \times १००} = \frac{४२}{५} = ८\frac{२}{५}$ व्याज

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(२) $\frac{१०\times२८\times३}{१\times१००}=\frac{४२}{५}=८\frac{२}{५}$ व्याज

(३) $\frac{५\times४२\times४}{१\times१००}=\frac{४२}{५}=८\frac{२}{५}$ व्याज

उत्तर— प्रथम खण्ड २४ निष्क, द्वितीय खण्ड २८ निष्क, तृतीय खण्ड ४२ निष्क।

व्याज $८\frac{२}{५}$ ।

मिश्रान्तरे करणसूत्रान्तरम्

प्रक्षेपका मिश्रहता विभक्ताः प्रक्षेपयोगेन पृथक् फलानि ।

अन्वयः—मिश्रहता प्रक्षेपकाः प्रक्षेपयोगेन विभक्ताः पृथक् फलानि (भवन्ति)।

मिश्रधन से मूलधनों को पृथक पृथक गुणा कर मूलधनों के योग से भाग देने पर पृथक पृथक फल (लाभांश) ज्ञात होते हैं।

उपपत्तिः—प्रक्षेपयोगं मिश्रधनं प्रकल्प त्रैराशिकरीत्या अनुपातः क्रियते—यदि प्रक्षेपयोगेन मिश्रधनेन प्रक्षेपः लभ्यते तथा इष्टेन मिश्रधनेन किमिति—

खण्डः $\frac{\text{प्रक्षेपः} \times \text{मिश्रधनेन}}{\text{प्रक्षेपयोगः}}$ =फलम् (प्रथमम्)

एवमेव द्वितीयादि खण्डानामपि

$\frac{\text{द्वि० प्रक्षेपखण्डम्} \times \text{मिश्रधनम्}}{\text{प्रक्षेपयोगः}}$ =फलम् (द्वितीयम्)

उपपन्नम् ।

उद्देशकः

पञ्चाशदेकसहिता गणकाष्टषष्टिः
पञ्चोनिता नवतिरादिधनानि येषाम् ।
प्राप्ता विमिश्रितधनैस्त्रिशती त्रिभिस्तै-
र्वाणिज्यतो वद विभज्य धनानि तेषाम् ? ॥

हे गणक ! ५१, ६८, ८५ मूलधनों को मिश्रित कर जिन तीन व्यापारियों ने व्यापार द्वारा ३०० (रु०) प्राप्त किया उनके धनों को विभक्त कर बताओ।

न्यासः ५१, ६८; ८५ मूलधनानि। मिश्रधनम् ३००। लब्धानि ७५। १००। १२५।

एतान्यादिधनैरूनानि लाभाः २४।३२।४०

अथवा—मिश्रधनम्—३००। आदि धनैक्योनं सर्वलाभयोगः ९६ सर्वलाभाः २४।३२।४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण:—तीन व्यापारियों के मूल धन क्रम से ५१, ६८, ८५ हैं इनका योग = ५१+६८+८५=२०४ मूलधन (प्रक्षेप) योग

"प्रक्षेपका मिश्रहता" इस सूत्र के अनुसार

$$\frac{\text{प्रथम मूलधन} \times \text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन योग}} = \frac{५१ \times ३००}{२०४} = ७५$$

$$= \text{प्रथम फल} = ७५$$

इसी प्रकार $\frac{६८\times३००}{२०४} = १००$ द्वितीय फल

$$\frac{८५ \times ३००}{२०४} = \frac{२५५००}{२०४} = १२५ \text{ तृतीय फल}$$

प्रत्येक फल से मूलधन घटाने पर शेष लाभ

प्रथम फल ७५–५१ (प्रथम मूलधन) = २४ लाभ

द्वितीय फल १२५–६५ (द्वितीय मूलधन) = ३२ लाभ

तृतीय फल १२५–८५ (तृतीय मूलधन) = ४० लाभ

उत्तर—प्रथम व्यापारी को प्राप्तधन ७५ लाभ २४

द्वितीय को ,, १०० लाभ ३२

तृतीय को ,, १२५ लाभ ४०

इसी प्रकार विपरीत विधि से लाभांशों के योग से मिश्रधन के आधार पर मूलधन भी ज्ञात किया जा सकता है। यथा—

लाभ योग = २४+३२+४०=९६

$$\frac{\text{लाभ}\times\text{मिश्रधन}}{\text{लाभयोग}} = \frac{२४\times३००}{९६} = ७५$$

$$\frac{३२\times३००}{९६} = १००$$

$$\frac{४०\times३००}{९६} = १२५$$

७५ – २४=५१ प्रथम मूलधन

१०० – ३२ = ६८ द्वितीय मूलधन

१२५ – ४० = ८५ तृतीय मूलधन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वाप्यादि पूरणे करणसूत्रं वृत्तार्धम्

भजेच्छिदोंऽशैरथ तैर्विमिश्रै रूपं भजेत् स्यात् परिपूर्तिकालः ॥१३॥

अन्वयः—अंशैः छिदः भजेत् । अथ तैर्विमिश्रैः रूपं भजेत् । लब्धं परिपूर्तिकालः स्यात् ।

अंशोसे हरों को भाग देकर लब्ध संख्याओं के योग से १ में भाग देने पर लब्धि पूर्तिकाल होता है । १३

उपपत्ति :—विभिन्नानां निर्झराणां वाप्यादि पूर्ति कालः = अ, क, च

अत्रानुपातः अ, क, च, वाप्यादि पूर्तिकालेषु १ वापीं पूरयति तदा एकेन दिनेन किमिति—

$$\frac{१\times१}{अ}, \frac{१\times१}{क}, \frac{१\times१}{च} = \frac{१}{अ}, \frac{१}{क}, \frac{१}{च}$$

एषां योगः $= \frac{१}{अ} + \frac{१}{क} + \frac{१}{च}$ ।

यदि एतेषां योगेन एकं दिनं तदा एक वाप्यां किमिति ?

$$= \frac{१\times१}{\frac{१}{अ}+\frac{१}{क}+\frac{१}{च}} = \frac{१}{\frac{१}{अ}+\frac{१}{क}+\frac{१}{च}}$$

उपपन्नम् ।

उदाहरणम्

ये निर्झरा दिनदिनार्धतृतीयषष्ठैः
सम्पूरयन्ति हि पृथक् पृथगेव मुक्ताः ।
[1]वापीं यदा युगपदेव सखे ! विमुक्तास्ते
केन वासरलवेन तदा वदाशु ॥१॥

हे सखे ! जो झरने किसी एक वापी को क्रम से १ दिन $\frac{१}{२}$ दिन, $\frac{१}{३}$ दिन तथा $\frac{१}{६}$ दिन में भरते हैं यदि उन सभी झरनों को एक साथ खोल दिया जाय तो दिन के कितने भाग में वापी को पूर्ण करेंगे शीघ्र बतलाओ । १

न्यासः—$\frac{१}{१}, \frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{६}$

लब्धो वापी पूरणकालो दिनांशः $\frac{१}{१२}$

---

१. वाप्यां

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण—सूत्रानुसार सभी अंशों से हरों को भाग देकर सभी का योग किया—

$\frac{१}{१}, \frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{६}$

$१ \div १ = \frac{१}{१}$

$२ \div १ = \frac{२}{१}$

$३ \div १ = \frac{३}{१}$

$६ \div १ = \frac{६}{१}$

योग $= \frac{१}{१} + \frac{२}{१} + \frac{३}{१} + \frac{६}{१} = \frac{१२}{१}$

$१ \div$ योगफल

$= १ \div १२ = \frac{१}{१२}$ दिन

उत्तर $= \frac{१}{१२}$ दिन में वापी पूर्ण होगी।

क्रय-विक्रये करणसूत्रम्

पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत् स्वभागैर्हत्वा तदैक्येन भजेच्च तानि ।
भागांश्च मिश्रेण धनेन हत्वा मौल्यानि पण्यानि यथाक्रमं स्युः ॥

अन्वयः—स्वमूल्यानि स्वभागैर्हत्वा, पण्यैः भजेत्। भागांश्च मिश्रेण धनेन हत्वा तदैक्येन भजेत्। तानि लब्धानि मौल्यानि पण्यानि यथा क्रमं स्युः।

अपने-अपने मूल्य को अपने अपने भाग से गुणा कर अपने पण्य (दर) से भाग देने पर जो लब्धि हो उसे तथा भाग को पृथक् पृथक् मिश्रधन से गुणाकर लब्धफलों के योग से भाग देने पर क्रम से मूल्य और दर ज्ञात होंगे।

उपपत्तिः—त्रैराशिकरीत्या अनुपात्—यदि पण्यैर्मूल्यानि लभ्यन्ते तदा भागैः किमति।

अर्थात् $\frac{\text{मूल्यम्} \times \text{भागः}}{\text{पण्यः}}$ = स्वभाग सम्बन्धि मूल्यम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ज्ञाते मूल्ये पुनरनुपातः—

सर्वयोगेन भाग सम्बन्धि मूल्यानि लभ्यन्ते तदा पठितेन मिश्रधनेन किमिति =

$$\frac{\text{भा. सं. मू.} \times \text{मिश्रधनम्}}{\text{सर्वयोगः}}$$

= अभीष्टमूल्यम्

$$\text{एवमेव} \frac{\text{भाग सं. पण्य} \times \text{मिश्रधनम्}}{\text{योगः}} = \text{इष्टपण्यः ।}$$

उपपन्नम् ।

उद्देशकः

सार्धं तण्डुलमानकत्रयमहो द्रम्मेण मानाष्टकं
मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता एता वणिक्! काकिणीः ।
आदायार्पय तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं
क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेम हि यतः[1] सार्थोऽग्रतो यास्यति ॥ १ ॥

हे वणिक्! यदि १ द्रम्म में ३$\frac{1}{2}$ मान चावल एवं (एक द्रम्म में) ८ मान मूंग मिलती है तो १३ काकिणी लेकर मुझे दो भाग चावल तथा एक भाग मूंग शीघ्र दो। शीघ्र ही भोजन करके मैं जाऊँगा अन्यथा मेरे साथी आगे चले जायेंगे । १

न्यासः—पण्ये $\frac{७}{२}$ । $\frac{८}{१}$, मौल्ये $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{१}$ स्वभागौ $\frac{२}{१}$ । $\frac{१}{१}$,मिश्रधनम् $\frac{१३}{६४}$

अत्र स्वमूल्ये स्वभागगुणिते पणाभ्यां भक्ते जाते । तण्डुलमुद्ग मूल्ये $\frac{१}{६}$ । $\frac{७}{१९२}$ ।

तथा तण्डुल मुद्ग माने भागौ $\frac{७}{१२}$ । $\frac{७}{२४}$ । अत्र तण्डुल मूल्ये पणौ २ काकिण्यौ २ वराटका १३$\frac{१}{३}$ । मुद्गमूल्ये काकिण्यौ २ वराटका ६$\frac{२}{३}$ ।

उदाहरण—चावल की दर (पण्य) $\frac{७}{२}$ । मूल्य = १ द्रम्म

मूंग की दर (पण्य) $\frac{८}{१}$ । मूल्य = १ द्रम्म

मिश्रधन = १३ काकिणी ।

चावल भाग २, मूंग भाग १ ।

---

१. वयं

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उक्त सूत्रानुसार मूल्य को भाग से गुणा कर पण्य से भाग दिया।

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{मूल्य} \times \text{भाग}}{\text{पण्य}}$$

$$\text{चावल} = \frac{१ \times २}{\frac{७}{२}} = \frac{१ \times २ \times २}{७} = \frac{४}{७}$$

$$\text{मूंग} = \frac{१ \times १}{८} = \frac{१}{८}$$

मिश्रधन १३ काकिणी को एक जातीय करने हेतु द्रम्म में परिवर्तित करने से १३ काकिणी $= \frac{१३}{६४}$ द्रम्म।

चावल मुद्ग मानों का योग $= \frac{४}{७} + \frac{१}{८} = \frac{३२+७}{५६} = \frac{३९}{५६}$

इन दोनों को को पृथक्-पृथक् मिश्रधन से गुणा कर दोनों के योग से भाग दिया।

चावल मूल्य $= \left(\frac{४}{७} \times \frac{१३}{६४}\right) \div \frac{३९}{५६} = \frac{४}{७} \times \frac{१३}{६४} \times \frac{५६}{३९} = \frac{१}{६}$ द्रम्म।

मूंग मूल्य $= \left(\frac{१}{८} \times \frac{१३}{६४}\right) \div \frac{३९}{५६} = \frac{१}{८} \times \frac{१३}{६४} \times \frac{५६}{३९} = \frac{७}{१९२}$ द्रम्म।

इसी प्रकार दोनों के भागों को मिश्रधन से गुणाकर दोनों के योग $\left(\frac{३९}{५६}\right)$ से भाग देने पर दोनों परिणाम ज्ञात होगें। यथा—

चावल का परिमाण $= \left(२ \times \frac{१३}{६४}\right) \div \frac{३९}{५६}$

$$= २ \times \frac{१३}{६४} \times \frac{५६}{३९} = \frac{७}{१२}$$

मूंग का परिमाण $= १ \times \frac{१३}{६४} \div \frac{३९}{५६}$

$$= \frac{१ \times १३}{६४} \times \frac{५६}{३९} = \frac{७}{२४}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{कर्पूरमूल्य} = \frac{१६ \times ३२}{३६} = \frac{१२८}{९} = १४\frac{२}{९} \text{ द्रम्म}$$

$$\text{चन्दनमूल्य} = \frac{१६ \times २}{३६} = \frac{८}{९} = \frac{८}{९} \text{ द्रम्म}$$

$$\text{अगरुमूल्य} = \frac{१६ \times २}{३६} = \frac{८}{९} = \frac{८}{९} \text{ द्रम्म}$$

पुनः मिश्रधन को अपने अपने भाग से गुणाकर लब्धियों के योग से भाग देने पर कर्पूरादि का भाग ज्ञात होगा। सूत्र $= \frac{\text{मिश्रधन} \times \text{भाग}}{\text{लब्धियोग}}$

$$\text{कर्पूर प्रमाण} = \frac{१६ \times १}{३६} = \frac{४}{९} = \frac{४}{९} \text{ पल}$$

$$\text{चन्दन प्रमाण} = \frac{१६ \times १६}{३६} = \frac{६४}{९} = ७\frac{१}{९} \text{ पल}$$

$$\text{अगरु प्रमाण} = \frac{१६ \times ८}{३६} = \frac{३२}{९} = ३\frac{५}{९} \text{ पल}$$

उत्तर—कर्पूर मूल्य $१४\frac{२}{९}$ द्रम्म, प्रमाण $\frac{४}{९}$ पल

चन्दन मूल्य $\frac{८}{९}$ द्रम्म, प्रमाण $७\frac{१}{९}$ पल

अगरु मूल्य $\frac{८}{९}$ द्रम्म, प्रमाण $३\frac{५}{९}$ पल

मूल्य योग १६ द्रम्म।

रत्नमिश्रे करणसूत्रम्

नरघ्नदानोनितरत्नशेषैरिष्टे हृते स्युः खलु मौल्यसंख्याः।
शेषैर्हृते शेषवधे पृथक्स्थैरभिन्नमूल्यान्यथ वा भवन्ति ॥१५॥

अन्वयः—नरघ्न दानोनितरत्नशेषैः इष्टे हृते खलु मौल्य संख्या स्युः। वा शेष वधे पृथक्स्थैःशेषैर्हृते भिन्नमूल्यानि भवन्ति ॥ १५ ॥

नरसंख्या से गुणित दान संख्या से रत्न संख्या को घटा कर शेष से इष्ट संख्या को भाग देने से पृथक् पृथक् रत्नों के मूल्य ज्ञात होते हैं।

अथवा शेषों के गुणनफल में शेष का भाग देने से लब्धि मूल्य की अभिन्न संख्या ज्ञात होती है ॥ १५ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्ति :—१ − {(न − १) दा} = रत्नमानम्

अन्यरत्नमानेन युतम्

१ + {(न − १) दा} = अ० र० मा०

अनया कल्पनया सर्वत्र केवलं नरगुणितं दानरहितं स्व स्व रत्नमानमवशिष्यते। अतस्तन्मूल्यनिष्ठं प्रकल्प्यानुपातः—

$\frac{\text{मूल्यम्}\times 1}{\text{शेषः}}$ = पृथक्-पृथक् मूल्यानि।

अभिन्नलब्धिज्ञानाय शेषघात समं इष्टं कल्पितम्। $\frac{\text{शेषघातः}}{\text{शेषः}}$ = निरवयलब्धिः

उपपन्नम्।

अत्रोद्देशकः

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
सद्वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां येषां चतुर्णां धनम्।
सङ्गस्नेहवशेन ते निजधनाद्दत्त्वैकमेकं मिथो
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वद सखे! तद्रत्नमौल्यानि मे ॥१॥

८ माणिक्य, १० इन्द्रनील (नीलम), १०० मोती और ५ उत्तम हीरे ये क्रमशः चार रत्न व्यापारियों (जौहरियों) के पास (धन) थे। वे परस्पर प्रेमवश अपने-अपने रत्नों में से एक-एक रत्न दूसरों को दे दिये। इस प्रकार चारो के पास समान धन हो गये। हे मित्र! पृथक् पृथक् उन रत्नों के मूल्य को बतलाओ। १

न्यासः—मा० ८, नी० १०, मु० १००, व ५ दानम् १; नराः ४

नर गुणित दानेन (१×४) = ४ रत्नसंख्यासूनितासु शेषाः मा ४। नी ६। मु० ९६, व ४ एतैरिष्टराशौ भक्ते रत्नमूल्यानि स्युरिति। तानि च यथा कथञ्चिद् इष्टे कल्पिते भिन्नानि अत्रेष्टं स्वधिया कल्प्यते। तथाऽत्रापीष्टं कल्पितम् ९६।

अतो जातानि मूल्यानि २४।१६।१।९६ समधनम् २३३। अथवा शेषाणां घाते २३०४। पृथक् शेषैर्भक्ते जातान्यभिन्नानि ५७६।३८४।२४।२३०४ जनानां चतुर्णां तुल्यधनम् ५५९२ तेषामेते द्रम्मा सम्भाव्यते।

उदाहरण—चारो व्यापारियों के धन क्रमशः ८ माणिक्य, १० नीलम, १०० मोती, १ वज्र।

प्रस्तुत प्रश्न में नरसंख्या ४ दान संख्या १ है अतः दोनों के गुणनफल ४×१=४ को सभी व्यापारियों के रत्नों से घटाया—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri South Center

मा० ८ − ४ = ४
नी० १० − ४ = ६
मु० १०० − ४ = ९६
व० ५ − ४ = १

यहाँ इष्ट कल्पना करना है। किसी भी इष्ट पर उत्तर आजायेगा किन्तु संख्या भिन्न में आयेगी अभिन्न उत्तर ज्ञात करने के लिए ऐसा इष्ट कल्पना करें जो शेषों से विभक्त हो सके। अतः यहाँ पर सर्वाधिक संख्या तुल्य ९६ इष्ट कल्पना किया।

इष्ट में प्रत्येक शेष से पृथक्-पृथक् भाग देने से उनके मूल्य ज्ञात होंगे—

$$९६ \div ४ = \frac{९६}{४} = २४$$ माणिक्य मूल्य

$$९६ \div ६ = \frac{९६}{६} = १६$$ नीलम मूल्य

$$९६ \div ९६ = \frac{९६}{९६} = १$$ मुक्ता मूल्य

$$९६ \div १ = \frac{९६}{१} = ९६$$ वज्र मूल्य

द्वितीय प्रकार से शेषों के घात द्वारा—

शेषों का घात = ४×६×९६×१ = २३०४

$$२३०४ \div ४ = \frac{२३०४}{४} = १७६$$ मा० मू०

$$२३०४ \div ६ = \frac{२३०४}{६} = ३८४$$ नी० मू०

$$२३०४ \div ९६ = \frac{२३०४}{९६} = २४$$ मु० मू०

$$२३०४ \div १ = \frac{२३०४}{१} = २३०४$$ व० मू०

सभी व्यापारियों के धन की समता

प्र० व्यापारी का धन	द्वितीय व्यापारी का धन
५ मा० ५×२४ = १२०	७ नी० ७×१६ = ११२
१ नी० १×१६ = १६	१ मा० १×२४ = २४
१ मु० १×१ = १	१ मु० १×१ = १
१ व० १×९६ = ९६	१ व० १×९६ = ९६
योगः २३३	२३३

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

तृतीय व्यापारी का धन

९७ मु० = ९७×१ = ९७

१ मा० = १×२४ = २४

१ नी० = १×१६ = १६

१ व० = १×९६ = ९६

२३३

चतुर्थ व्यापारी का धन

२ वज्र २×९६ = १९२

१ मा० १×२४ = २४

१ नी० १×१६ = १६

१ मु० १×१ = १

२३३

इसी प्रकार द्वितीय विधि से प्राप्त धनों की समता प्रत्येक के पास ५५९२।

उत्तर——माणिक्य का मूल्य २४, नीलम का १६, मुक्ता का१, वज्र का ९६। धनसमता २३३। द्वितीय विधि से मूल्य क्रमशः ५७६, ३८४, २४, २३०४ धनसमता ५५९२।

सुवर्णगणिते सूत्रम्

सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्यवर्णः।
वर्णो भवेच्छोधितहेमभक्ते वर्णोद्धृते शोधितहेमसङ्ख्या ॥१६॥

अन्वयः—सुवर्ण वर्णाहतियोग राशौ स्वर्णैक्य भक्ते कनकैक्य वर्णः। शोधित-हेम-भक्ते वर्णः वर्णोद्धृते शोधित हेम संख्या भवति। १६

स्वर्ण और उसके वर्ण के गुणनफलों के योग में स्वर्णमानों की संख्या के योग से भाग देने पर स्वर्ण के योग का वर्ण हो जायेगा। उक्त संख्या को शोधित स्वर्ण से भाग देने पर सोने का वर्ण होगा। तथा वर्ण से भाग देने पर स्वर्ण की संख्या होगी। १६।

उपपत्ति :—अत्र सुवर्णमूल्यं वर्णपदेन, तस्य भारश्च सुवर्णपदेन व्यवहृतो वर्तते। अत्र यदि सुवर्ण माषा कल्प्यते क्रमेण य, र, ल, तथा च वर्णाः क्रमेण व १, व २, व ३ तदानुपातेन—

यद्येकेन वर्णेन य सुवर्णं तदा व १ इत्यनेन किम्—

$$\frac{\text{य}\times\text{व १}}{\text{१}} = \text{सुवर्ण मूल्यम् प्रथमम्}$$

$$\text{एवमेव } \frac{\text{र}\times\text{व २}}{\text{१}} = \text{ ,, ,, द्वितीयम्}$$

$$\frac{\text{ल}\times\text{व ३}}{\text{१}} = \text{ ,, ,, तृतीयम्}$$

एषां योगः = यो०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

पुनरनुपातः यदि सुवर्णैक्येन योगसमं मूल्यं तदा एकेन किमिति—

$$\frac{\text{यो॰ मू॰}\times १}{\text{सु॰ योग}} = \text{कनकैक्यवर्णः}$$

एवमेवं शोधितहेमभक्ते वर्णं इत्यपि साधुः ।

उदाहरणम्

विश्वार्करुद्रदशवर्णसुवर्णमाषा
दिग्वेदलोचनयुगप्रमिताः क्रमेण ।
आवर्त्तितेषु वद तेषु सुवर्णवर्ण-
स्तूर्णं सुवर्णगणितज्ञ ! वणिक् ! भवेत् कः ॥१॥

सुवर्ण गणित के विशेषज्ञ हे वणिक् ! शीघ्र बताओ १३, १२, ११ एवं १० वर्णों के सुवर्ण क्रम से १०, ४, २ और ४ माषा हैं। यदि इन सबको एक में मिला दिया जाय तो सुवर्ण का वर्ण क्या होगा ? १

न्यासः $= \frac{१३}{१०}, \frac{१२}{४}, \frac{११}{२}, \frac{१०}{४}$

जातावर्तित सुवर्णमितिः १२।

उदाहरण—प्रस्तुत प्रश्न में चार प्रकार के स्वर्ण हैं चारों वर्ण क्रमशः १३, १२, ११, १० तथा इनकी मात्रा माषा क्रमशः १०, ४, २, ४ हैं। सूत्रानुसार सुवर्ण वर्ण और मात्रा (माषा) को गुणा कर सभी गुणनफलों का योग किया।

सुवर्ण वर्ण		माषा		गुणनफल
१३	×	१०	=	१३०
१२	×	४	=	४८
११	×	२	=	२२
१०	×	४	=	४०
		योगफल	=	२४०

स्वर्णैक्य [सोने की मात्रा (माषा) का योग] = १० + ४ + २ + ४
= २० माषा

गुणनफलों के योग को स्वर्णैक्य से भाग दिया

$$२४० \div २० = \frac{२४०}{२०} = १२ \text{ सुवर्ण वर्ण}$$

उत्तर १२ सुवर्ण वर्ण हुआ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम्—

ते शोधनेन यदि विंशतिरुक्तमाषाः
स्युः षोडशाशु वद वर्णमितिस्तदा का ? ।
चेच्छोधितं भवति षोडशवर्णहेम
ते विंशतिः कति भवन्ति तदा तु माषाः ? ॥२॥

पूर्वोक्त (१०+४+२+४=२० माषा) स्वर्ण यदि शोधन करने से १६ माषा हो जाय तो उसका वर्णमान क्या होगा शीघ्र बताओ । २

यदि शोधन करने से स्वर्ण का वर्ण १६ हो जाय तो स्वर्ण कितने मापा होगा ।

न्यासः—एत (२०) एव शोधिताः सन्तः षोडश मापा भवन्ति । तदा वर्णाः १५ ते च षोडश वर्णाः स्तदा पञ्चदशमाषाः भवन्ति १५ ।

उदाहरण—यहाँ पूर्वोक्त सुवर्ण वर्णघातैक्य २४० में शोधित सुवर्ण (माषा) १६ का भाग देने से सुवर्ण वर्ण (मूल्य) ज्ञात होगा ।

अतः $२४० \div १६ = \frac{२४०}{१६} = १५$ सुवर्ण वर्ण

इसी प्रकार यदि सुवर्ण का वर्ण मूल्य १६ हो जाय तो स्वर्ण की मात्रा (माषा) क्या होगी यह ज्ञात करने के लिए सुवर्ण की मात्रा (माषा) क्या होगी यह ज्ञात करने के लिए सुवर्ण वर्ण घातैक्य २४० में वर्ण १६ का भाग देने से लब्धि माषा होगी ।

$$२४० \div १६ = \frac{२४०}{१६} = १५ \text{ माषा}$$

उत्तर=वर्णमति १५, माषा १५

वर्णज्ञानाय करणसूत्रम्—

स्वर्णैक्यनिघ्नाद्युतिजातवर्णात् सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात् ।
अज्ञातवर्णाग्निजसंख्ययाऽऽप्तमज्ञातवर्णस्य भवेत् प्रमाणम् ॥१७॥

अन्वयः—स्वर्णैक्य निघ्नात् युतिजातवर्णात् सुवर्ण तद्वर्ण वधैक्य हीनात् अज्ञात वर्णाग्निज संख्ययाप्तं अज्ञात वर्णस्य प्रमाणं भवेत् ।

सोने के योग को युतिजात वर्ण (विभिन्न प्रकार के स्वर्णों के वर्ण योग) से गुणाकर गुणनफल से सुवर्ण और उनके वर्णों के गुणनफलों के योग को घटाकर शेष में अज्ञात वर्ण सोने की संख्या से भाग देने पर अज्ञात वर्ण का मान ज्ञात होता है ॥ १७ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—विभिन्नस्वर्णवर्णयोः ज्ञानार्थमत्र कल्प्यते वर्णमामानि य, र, ल, तथा च स्वर्णमानानि अ, ब, स। एषु 'स' स्वर्णस्य वर्णोऽज्ञातः।

युव = युतिवर्णः।

":सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ" इत्यादि सूत्रेण

$$\text{जातो युतिवर्णः युव} = \frac{(\text{अ} \times \text{य}) + (\text{ब} \times \text{र}) + (\text{स} \times \text{ल})}{\text{अ} + \text{ब} + \text{स}}$$

$$= (\text{अ} + \text{ब} + \text{स})\,\text{युव} = (\text{अ} \times \text{य}) + (\text{ब} \times \text{र}) + (\text{स} \times \text{ल})$$

$$= (\text{अ} + \text{ब})\,\text{युव} + \text{स} \times \text{युव} = (\text{अ य}) + (\text{ब} \times \text{र}) + (\text{स} \times \text{ल})$$

अत्र समशोधनेन जातम्—

$$\text{स} \times \text{युव} \backsim \text{स ल} = (\text{अ} \times \text{य}) + (\text{ब} \times \text{र}) \backsim (\text{अ} \times \text{ब})\,\text{युव}$$

$$\text{स} = \frac{(\text{अ}\times\text{य}) + (\text{ब}\times\text{र}) \backsim \text{युव}\,(\text{अ} \times \text{ब})}{\text{युव} \backsim \text{स ल}}$$

उपपन्नं सर्वम्

उदाहरणम्

दशेशवर्णा वसुनेत्रमाषा अज्ञातवर्णस्य षडेतदैक्ये।
जातं सखे! द्वादशकं सुवर्णमज्ञातवर्णस्य वद प्रमाणम् ॥१॥

हे मित्र! १० वर्ण और ११ वर्ण के स्वर्ण क्रम से ८ और २ माषे हैं। अज्ञात वर्ण का सोना ६ माषा है। इन सबका योग करने से यदि १२ वर्ण का स्वर्ण हो जाता है तो अज्ञात वर्ण का मान ज्ञात करो।

न्यासः— $\frac{१०}{८}$ $\frac{११}{२}$ $\frac{०}{६}$ लब्धमज्ञातवर्णमानम् १५

उदाहरण - ज्ञात वर्ण १०, ११
ज्ञात सुवर्ण (माषा) ८। २।
अज्ञात वर्ण का सुवर्ण माषा ६
युति जात वर्ण = १२
अज्ञात वर्ण का ज्ञान अभीष्ट है।
स्वर्णैक्य = ८ + २ + ६ = १६
सूत्रानुसार = युति जात वर्ण × स्वर्णैक्य
= १२ × १६ = १९२

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सुवर्ण और वर्ण का गुणन फल =

१० × ८ = ८०

११ × २ = २२

योगफल १०२ = (८० + २२)

पूर्व गुणन फल १९२ से घटाकर अज्ञात सुवर्ण से भाग दिया।

१९२ − १०२ = ९० शेष

$९० ÷ ६ = \frac{९०}{६} =$ १५ अज्ञात सुवर्ण का वर्ण

उत्तर—अज्ञात वर्ण = १५

सुवर्णज्ञानाय करणसूत्रम्

स्वर्णैक्यनिघ्नो युतिजातवर्णः स्वर्णघ्नवर्णैक्यवियोजितश्च ।
अहेमवर्णाग्निजयोगवर्णविश्लेषभक्तोऽविदिताग्निजं स्यात् ॥१८॥

अन्वयः—स्वर्णैक्यनिघ्नः युतिजातवर्णः स्वर्णघ्नवर्णैक्य वियोजितश्च अहेमवर्णाग्निजयोगवर्ण विश्लेषेण भक्तस्तदाऽविदिताग्निजं स्यात् ।

सोने के योग से युतिजात वर्ण को गुणाकर गुणनफल से, स्वर्ण और वर्ण के गुणनफलो के योग को घटावें। शेष संख्या को अज्ञात वर्ण और युतिवर्ण के अन्तर से भाग देने पर लब्धि अज्ञात स्वर्ण का मान होगी।

उत्पपत्ति - अत्राऽपि स्वर्णमानानि पूर्ववत् य, र, ल, इति कल्पितानि। वर्ण मानानि च क्रमेण त, थ, द, इति कल्पितानि। अत्र 'ल' अज्ञातस्वर्णः। युतिजातवर्णः= युव।

'सुवर्णवर्णाहृति योगराशौ' इत्यादि सूत्रानुसारेण

$$युवा = \frac{(य \times त) + (र \times थ) + (ल \times द)}{य + र + ल}$$

छेदगमे कृते जातम्—

$$युव\,(य + र + ल) = (य \times त) + (र \times थ) + (ल \times द)$$

$$युव\,(य + र) + युव\,(ल) = (य \times त) + (र \times थ) + (ल \times द)$$

समशोधनेन जातम्—

$$युव\,(य + र) \backsim (य \times त + र \times थ) = युव\,(ल) \backsim (ल \times द)$$

$$= ल\,(युव \backsim द)$$

$$अतः \frac{युव\,(य + र) \backsim (य \times त + र \times थ)}{युव \backsim द} = ल$$

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम्

दशेन्द्रवर्णा गुणचन्द्रमाषाः किंचित् तथा षोडशकस्य तेषाम् ।
जातं युतौ द्वादशकं सुवर्णं कतीह ते षोडशवर्णमाषाः ? ॥१॥

दश और चौदह वर्णों के स्वर्ण का नाम क्रम से ३ और १ माषा है। कुछ १६ वर्ण के भी स्वर्ण हैं। इन तीनों को एक में मिलाने से १२ वर्ण हो जाता है तो १६ वर्ण वाला सुवर्ण कितने माषा था ?

न्यासः १०, ३ | १४, १ | १६, ? |

लब्धं माषमानम् १

उदाहरण—१० वर्ण का स्वर्ण ३ माषा
१४ वर्ण का स्वर्ण १ माषा
१६ वर्ण का स्वर्ण ? अज्ञात।
युति जात वर्ण = १२

सूत्र=युतिजातवर्ण × स्वर्णैक्य

अतः यु. व. = १२ × (३ + १) = १२×४ = ४८ ।

गुणनफल ४८ में स्वर्णघ्न वर्णैक्य (सोना और उसके वर्ण के गुणनफलों का योग) घटाने से—

४८ – [(१० × ३) + (१४ × १)]
=४८ – (३० + १४) = ४८ – ४४ = ४ शेष

अज्ञात वर्ण और युतिजात वर्ण का अन्तर
= १६ – १२ = ४ इससे पूर्व शेष का भाग देने पर ४ ÷ ४ = $\frac{४}{४}$ = १ लब्धि

अतः अज्ञात वर्ण = १ माषा

उत्तर = १ माषा अज्ञात वर्ण

अन्यत् करण सूत्रं वृत्तम्

साध्येनोनोऽनल्पवर्णो विधेयः साध्यो वर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च ।
इष्टक्षुण्णे शेषके स्वर्णमाने स्यातां स्वल्पानल्पयोर्वर्णयोस्ते ॥१६॥

अन्वयः—साध्येन ऊनः अनल्पवर्णः विधेयः साध्यः वर्णः स्वल्प वर्णोनितः । (कार्यः)। शेषके इष्टक्षुण्णे ते क्रमेण स्वल्पानल्पयोः वर्णयोः स्वर्ण माने स्याताम् ।

उपपत्तिः—अज्ञातस्वर्णमाने क्रमेण य, र वर्णमाने अ, क युतिजातवर्णः = युव।

"सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ" इति सूत्रानुसारेण युतिजातवर्णः = $\frac{\text{अ य + क र}}{\text{य + र}}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अत्र छेदगमे कृते जातम् = युव × (य + र) = अ य + क र

युव × य + युव × र = अ × य + क × र

समशुद्धे जातम्—

(अ य − यु व × य) = (क × र) − यु व × र

य (अ − यु व) = (यु व − क) र

अतः $र = \frac{य (अ - यु व)}{(यु व - क)}$

अत्र गुण-हार-भाज्यानामुत्पत्तिवशात् कुट्टक प्रवृत्तिः अतः क्षेपाभावेत्यादिना लब्धिगुणौ शून्यसमावतः "इष्टाहतः स्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्तिः" इति सूत्रेण जातम्—

(यु व − क) इ.+० = य

(अ − यु व) इ.+० = र

अत उपपन्नम् सूत्रम् ।

उदाहरणम्—

हाटकगुटिके षोड़शदशवर्णे तद्युतौ सखे जातम् ।
द्वादशवर्णसुवर्णं ब्रूहि तयोः स्वर्णमाने मे १ ॥१॥

हे सखे ! सोलह वर्ण और दश वर्ण की दो स्वर्ण गुटिकाओं को एक में मिलाने से यदि १२ वर्ण का सोना हो जाता है तो दोनों स्वर्ण गुटिकाओं का मान मुझे बतलाओ । १

न्यासः—१६, १०, साध्यवर्णः १२, इष्टराशिः १ गुणः १६/२, १०/४ सुवर्ण माने । द्विकेनेष्टगुणिते १६/४, १०/८ अर्ध गुणितेन १६/१ । १०/२ एवं बहुधा ।

उदाहरण—ज्ञात वर्ण क्रम से १६, १०

साध्य वर्ण = १२ इष्ट = १

सूत्रानुसार—अधिक (अनल्प) वर्ण से साध्य वर्ण घटाने पर शेष=१६ − १२ = ४ शेष ।

पुनः साध्य वर्ण से अल्प वर्ण का अन्तर करने से शेष = १२ − १० = २

इष्ट गुणित शेष = १ × २ = २ अनल्प वर्ण.

१ × ४ = ४ अल्प वर्ण

यदि दो इष्ट कल्पना करते हैं तो

---

१. "पुटिके" पाठान्तरम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शेष ४ × २ = ८ अनल्पवर्ण

शेष २ × २ = ४ अल्पवर्ण

एवमेव पृथक् पृथक् इष्ट कल्पना करने पर उत्तर भी पृथक् पृथक् आयेंगे।

छन्दश्चित्यादौ करणसूत्रं वृत्तम्

एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता भाज्याः क्रमस्थितैः।
परः पूर्वेण संगुण्यस्तत्परस्तेन तेन च ॥२०॥
एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युरिदं साधारणं स्मृतम्।
छन्दश्चित्युत्तरे छन्दस्युपयोगोऽस्य तद्विदाम् ॥२१॥
मूषावहनभेदादौ खण्डमेरौ च शिल्पके।
वैद्यके रसभेदीये तन्नोक्तं विस्तृतेर्भयात् ॥२२॥

अन्वयः—एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता स्थाप्याः। क्रमस्थितैरङ्कैस्ते भाज्याः। परः पूर्वेण संगुण्य पुनस्तेन तत्परः संगुण्य (क्रमेण) एकद्वित्र्यादि भेदास्युः। इदं साधारणं स्मृतम्। छन्दसि चित्युत्तरे, मूषावहनभेदादौ खण्डमेरौ शिल्पके, वैद्यके रस भेदीये च तद्विदाम् उपयोगो भवति। तत् विस्तृतेर्भयान्न नोक्तम्। २०–२२

एकादि अङ्कों के भेद ज्ञात करने के लिए संख्या तुल्य एकोत्तर अङ्क व्युत्क्रम से स्थापित कर उनके नीचे एकादि अङ्कों को क्रम से स्थापित कर तिर्यक क्रम से पीछे स्थित अङ्क से अग्रिम अङ्क को गुणा करने से गुणनफल संख्याओं के भेद होते हैं। यह सामान्य नियम है। छन्द शास्त्र के ज्ञाता इस विधि का उपयोग छन्द चिति (विस्तार) में, करते हैं। इसी प्रकार शिल्पज्ञ मूषावहन और खण्डमेरु के तथा भिषक् रस के भेद ज्ञान में उक्त विधि का प्रयोग करते हैं। विस्तार के भय से यहाँ उदाहरण नहीं दिये गये। २०–२२

उपपत्ति :—अत्र भेदो नाम छन्दसां प्रस्तारः गुरुलघुक्रमेण। एवमेव मूषावहन प्रभेदाश्च। यथा

ऽ।।।।।	षडक्षरेषु	१ गुरुः,	५ लघवः
भेदाश्च		ऽ।।।।।	(१)
		।ऽ।।।।	(२)
		।।ऽ।।।	(३)
		।।।ऽ।।	(४)
		।।।।ऽ।	(५)
		।।।।।ऽ	(६)

षड् भेदाः जायन्ते।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एवमेव यदा द्विगुरवश्चत्वारो लघवस्ततः प्रस्तारक्रमेण १५ भेदाः भवन्ति। संख्या गुरु संख्यया विभक्ता भेदा स्युरेवमेव द्वित्र्यादि गुरुसत्वे संख्या आद्यङ्कैर्गुणिता गुरुनिर्गुणितैक्येन भक्ताः प्रस्तारे भेदाः भवन्ति।

$$\frac{\text{सं.} \times १}{१} = \text{सं. एकगुरौ प्रस्तारः}$$

$$\frac{\text{सं}\times(\text{स} - १)}{१\times२} = \text{द्विगुरौ प्रस्तार संख्या।}$$

$$\frac{\text{सं.}\ (\text{स} - १)\ (\text{स} - २)}{१\times२\times३} = \text{त्रिगुरौ प्रस्तार संख्या एवमग्रेऽपि।}$$

उपपन्नम्

उदाहरण—

प्रस्तारे मित्र! गायत्र्याः स्युः पादे व्यक्तयः कति।
एकादिगुरवश्चाशु कति कत्युच्यतां पृथक्?॥१॥

हे मित्र! गायत्री छन्द के प्रस्तार में एक आदि गुरु अक्षरों द्वारा कितनी व्यक्तियाँ (स्वरूप, भेद) होगी? पृथक् पृथक् शीघ्र बतलाओ। १

इहहि षडाक्षरो गायत्री चरणोऽतः षडन्तानामेकाद्येकोत्तराङ्कानां क्रमस्थानां च।

न्यासः—					
६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६

यथोक्त करणेन लब्धा एकगुरुव्यक्तयः ६ द्विगुरवः १५। त्रिगुरवः २०। चतुर्गुरवः १५। पञ्चगुरवः ६। षड्गुरवः १। अथैकः सर्वलघुः १ एवमासामैक्यम्=६४ पादव्यक्तिमितिः।

एवं चतुश्चरणसंख्याकानङ्कान् यथोक्तं विन्यस्य एकादिगुरुभेदानां नियतान् सैकानेकीकृत्य जाता गायत्री वृत्तव्यक्तिसंख्या १६७७७२१६ एवमुक्ताद्युत्कृतिपर्यन्तं छन्दसां व्यक्तिमितिर्ज्ञातव्या।

उदाहरण—गायत्री छन्द के प्रत्येक चरणों में ६–६ अक्षर होते हैं। अतः एकादि गुरु अक्षरों से प्रस्तार ज्ञात करने हेतु उक्त "एकाद्येकोत्तरा अङ्का" सूत्रानुसार अङ्कस्थापन किया—

६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६

१. उदाहरण प्रक्षिप्त हैं।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एकादि गुरु कल्पित करने पर प्रस्तार एवं संख्या इस प्रकार होंगे ।

६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६

$$१=\frac{६}{१}=६$$

$$२=\frac{६\times५}{१\times२}=१५$$

$$३=\frac{६\times५\times४}{१\times२\times३}=२०$$

$$४=\frac{६\times५\times४\times३}{१\times२\times३\times४}=१५$$

$$५=\frac{६\times५\times४\times३\times२}{१\times२\times३\times४\times५}=६$$

$$६=\frac{६\times५\times४\times३\times२\times१}{१\times२\times३\times४\times५\times६}=१$$

इसी प्रकार ६ लघु मानने पर भी १ ही भेद होगा ।

$$६+१५+२०+१५+६+१=६३$$

६३+१ लघु=६४ एक चरण में भेद संख्या

इसी प्रकार गायत्री के चारों पादों की अक्षर संख्या २४ का भेद साधन करने पर १६७७७२१६ संख्या प्राप्त होगी । १

उदाहरणम्—

एकद्वित्र्यादिमूषावहनमितिमहो ब्रूहि मे भूमिभर्तु-
र्हर्म्ये रम्येऽष्टमूषे चतुरविरचिते श्लक्ष्णशालाविशाले ।
एकद्वित्र्यादियुक्त्या मधुरकटुकषायाम्लकक्षारतिक्तै-
रेकस्मिन् षड्रसैः स्युर्गणक ! कति वद व्यञ्जने व्यक्तिभेदाः ॥२॥

हे गणक ! निपुण व्यक्ति द्वारा निर्मित चिकनी एवं विशाल शालाओं (वारामदों) से युक्त सुन्दर आठ द्वारों वाले राजा के प्रासाद (राज-महल) में एक, दो, तीन एवं चार खिड़कियों (वातायनों) से पृथक् पृथक् वायु के कितने भेद होगें ।[1]

---

१. क्षेपकः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एक दो तीन आदि रसों के योग से मधुर-कटु-कषाय-अम्ल-क्षार तिक्त इन छः रसों के कितने भेद होगें।

न्यासः— $\frac{८}{१}$, $\frac{७}{२}$, $\frac{६}{३}$, $\frac{५}{४}$; $\frac{४}{५}$, $\frac{३}{६}$; $\frac{२}{७}$, $\frac{१}{८}$ । लब्धा एक-द्वित्र्यादिमूषावहनसंख्या ८, २८, ५६, ७०, ५६, २८, ८, एवमष्टमूषे राजगृहे मूषा-वहनभेदाः २५५ ।

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः $\frac{६}{१}$; $\frac{५}{२}$, $\frac{४}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{६}$ ।

लब्धा एकादि रससंयोगेन पृथग्व्यक्तयः ६, १५, २०, १५, ६, १ एतासामैक्यं सर्वभेदाः ६३ ।

मिश्रव्यवहारः समाप्तः

उदाहरण—राजप्रासाद में ८ खिड़कियाँ अतः सूत्रानुसार प्रस्तार ज्ञान हेतु संख्याओं का स्थापन इस प्रकार होगा—

८	७	६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६	७	८

$$\frac{८}{१} = ८$$

$$\frac{८\times७}{१\times२} = २८$$

$$\frac{८\times७\times६}{१\times२\times३} = ५६$$

$$\frac{८\times७\times६\times५}{१\times२\times३\times४} = ७०$$

$$\frac{८\times७\times६\times५\times४}{१\times२\times३\times४\times५} = ५६$$

$$\frac{८\times७\times६\times५\times४\times३}{१\times२\times३\times४\times५\times६} = २८$$

$$\frac{८\times७\times६\times५\times४\times३\times२}{१\times२\times३\times४\times५\times६\times७} = ८$$

$$\frac{८\times७\times६\times५\times४\times३\times२\times१}{१\times२\times३\times४\times५\times६\times७\times८} = १$$

$$८+२८+५६+७०+५६+२८+८+१=२५५$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

द्वितीय उदाहरण—

रस संख्या=६

अतः	६	५	४	३	२	१
	१	२	३	४	५	६

$$\frac{६}{१}=६$$

$$\frac{६\times५}{१\times२}=१५$$

$$\frac{६\times५\times४}{१\times२\times३}=२०$$

$$\frac{६\times५\times४\times३}{१\times२\times३\times४}=१५$$

$$\frac{६\times५\times४\times३\times२}{१\times२\times३\times४\times५}=६$$

$$\frac{६\times५\times४\times३\times२\times१}{१\times२\times३\times४\times५\times६}=१$$

$$६+१५+२०+१५+६+१=६३$$

रसों में समस्त भेद=६३

अथ श्रेढीव्यवहारः

संकलितनाय करणसूत्रम्

सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यङ्कयुतिः किल सङ्कलिताख्या ।
सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात् त्रिहृता खलु सङ्कलितैक्यम् ॥१॥

अन्वयः—अथ सैक पदघ्न पदार्थं एकाद्यङ्क युतिः किल सङ्कलिताख्या स्यात् । सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी त्रिहृता खलु संकलितैक्यं स्यात् ॥१॥

पद (एकादि से अभीष्ट संख्या पर्यन्त अन्तिम संख्या) में एक जोड़ कर पदार्ध (अन्तिम संख्या के आधे) से गुणा करने पर गुणनफल एकादि अंकों का योग होता है इसे संकलित कहते हैं ।

पद में २ जोड़कर योगफल से उस संकलित को गुणाकर तीन से भाग देने पर एकादि अंकों का संकलितैक्य होता है । अर्थात् संख्याओं के योगों का योग होता है । १

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—एकादिनामङ्कानां योगः संकालिताख्यः। यथा १+२+३+४+५=१५=संकलितम् अत्र ५= पदम् = अन्तिम संख्या।

एवमेव १ + २ + ३ + ४+५ प = सं.

विपरीत क्रमेण स्थापनेन } ५+४+३+२+१ = सं.

$$=५+(५-१)+(५-२)+(५-३)+(५-४) - सं.$$

अत्र यदि ५ = पदम्

तदा= प+(प − १)+(प − २)+(प − ३)+(प − ४)=सं.

एकादीनां योगे कृते= १+२+३+४+५ = सं.

$$(प+१)+(प+१)+(प+१)+(प+१)+(प+१) = २ \text{ सं.}$$

$$=प(प+१) = २ \text{ सं.}$$

$$\frac{प(प+१)}{२} = \text{सं.}$$

उपपन्नम्।

उत्तरार्धस्योपपत्तिः—

अत्र संकलितपरम्पराणामादय प्रकल्प्य साधिता पद्यादेकद्वयादिभेदाश्च प $\frac{(प-१)प}{२}$ तथा च $\frac{प^3-3प^2+2प}{६}$

एतानादिभिः संगुण्य योगेकृते जातम् सङ्कलितैक्यरूपम्= प+(प − १) +

$$\frac{प^2-३प^2+२प}{६} = \text{संकलितैक्यम्}$$

$$\text{संकलितैक्यम्} = प + प^2 - प + \frac{प^3-प^2+२प}{६}$$

$$= \frac{६प+६प^2-६प+प^3-३प+^2+२प}{६}$$

$$= \frac{३प^2+प^3+२प}{६} = \frac{प^3+२प^2+प^2+२प}{६}$$

$$= \frac{प^2(२+प)+प(प+२)}{२\times३}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{२प^2+प^3+प^2+२प}{२\times ३}=\frac{(प^2\times प)(प+२)}{२\times ३}$$

$$=\frac{प(प+१)(प+२)}{२\times ३}=\frac{प(प+१)}{२}\times\frac{(प+२)}{३}$$

$$=\frac{संकलित\times(प+२)}{३}$$ उपन्नम् ।

उदाहरणम्—

एकादीनां नवान्तानां पृथक् संकलितानि मे ।
तेषां सङ्कलितैक्यानि प्रचक्ष्व गणक ! द्रुतम् ? ॥१॥

हे गणक ! एक से नव तक संख्याओं का पृथक् पृथक् संकलित (योग) तथा उन सभी संकलितों का ऐक्य (योग) मुझे शीघ्र बतलाओ । १

न्यासः—१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९

संकलितानि १, ३, ६, १०, १५, २१, २८, ३६, ४५

संकलितैक्यानि १, ४, १०, २०, ३५, ५६, ८४, १२०, १६५

उदाहरण—१ से ९ तक की सभी संख्याओं का योग करना है ।

संख्या १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९

सूत्र $=\frac{(प+१)प}{२}=$ योग संकलित (जहां तक योग करना हो उस अन्तिम संख्या को पद कहते हैं ।

अतः $\frac{(१+१)१}{२}=\frac{२\times १}{२}=१$ (एक तक का योग)

$\frac{(२+१)२}{२}=\frac{३\times २}{२}=३$ (दो तक का योग)

$\frac{(३+१)३}{२}=\frac{४\times ३}{२}=६$ (तीन तक का योग)

इसी प्रकार ९ तक की संख्याओं का योग=

$\frac{(९+१)९}{२}=\frac{१०\times ९}{२}=४५$ ।

अतः १ से ९ तक सभी संख्याओं का पृथक्-पृथक् योग=१, ३, ६, १०, १५, २१, २८, ३६, ४५ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इन संकलितों का पृथक् पृथक् ऐक्य करना है।

संकलितैक्य का सूत्र$=\frac{(\text{संकलित})(\text{पद}+२)}{३}$

अतः $\frac{(१+२)१}{३}=\frac{३\times१}{३}=१$ (एक तक का संकलितैक्य)

$\frac{(२+२)३}{३}=\frac{४\times३}{३}=४$ (दो तक का संकलितैक्य)

$\frac{(३+२)६}{३}=\frac{५\times६}{३}=१०$ (तीन तक का संकलितैक्य)

इसी प्रकार $\frac{(९+२)४५}{३}=\frac{११\times४५}{३}=१६५$ (नौ तक का संकलितैक्य)

उक्त नियमानुसार १ से ९ तक की संख्याओं का संकलितैक्य = १, ४, १०, २०, ३५, ५६, ८४, १२०, १६५।

वर्गादियोगे करणसूत्रम्

द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं सङ्कलितेन हतं कृतियोगः।
सङ्कलितस्य कृतेः सममेकाद्यङ्कघनैक्यमुदीरितमाद्यैः ॥२॥

अन्वयः—द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं संकलितेन हतं कृतियोगः सङ्कलितस्य कृतेः समम् एकादि अङ्क घनैक्यम् आद्यैः उदीरितम् ॥२॥

द्विगुणित पद में एक जोड़कर तीन से भाग देकर लब्धि को संकलित से गुणा करने पर एकादि अङ्कों का वर्ग योगज्ञात होता है। संकलित के वर्ग के तुल्य एकादि अङ्कों का घनैक्य होता है। २

उपपत्ति :—संकलितसूत्रानुसारमेकादीनामङ्कानां संकलितम् $=\frac{प(प+१)}{२}$

$$=\frac{प^२+प}{२}=\frac{प^२}{२}+\frac{प}{२}$$

अत्र यदि प=१, २, ३ इत्यादि कल्प्यते तदा क्रमेण

$$\frac{प^२}{२}+\frac{प}{२}=\frac{(१)^२}{२}+\frac{१}{२}=\frac{१^२}{२}+\frac{१}{२}$$

$$\frac{२(२+१)}{२}=\frac{(२)^२+२}{२}=\frac{२^२}{२}+\frac{२}{२}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{३(३+१)}{२} = \frac{(३)^२+३}{२} = \frac{३^२}{२} + \frac{३}{२}$$ एवमग्रेऽपि

एतेषां योगे कृते

$$\frac{१^२}{२} + \frac{२^२}{२} + \frac{३^२ \cdots प^२}{२} + \frac{१}{२} + \frac{२}{२} + \frac{३}{२} \cdots प$$

$$= \frac{१^२+२^२+३^२+प^२}{२} + \frac{१+२+३ \cdots प}{२}$$

$$= \frac{वर्गयोगः}{२} + \frac{संकलितम्}{२} = \frac{व.\ यो. + सं.}{२}$$

संकलितैक्य सूत्रम् $= \frac{सं. \times (प+२)}{३}$ अनयोः साम्यं प्रकल्प्य स्थापनं क्रियते –

$$\frac{(व.\ यो. + सं.)}{२} = \frac{स(प+२)}{३}$$

$$व.यो. + सं. = \frac{२स(प+२)}{३}$$

$$वर्गयोगः = \frac{२स.(प+२)}{३} - सं.$$

$$= \frac{२सं. \times प + ४स. - ३स.}{३} = \frac{२सं.प + सं.}{३}$$

$$= \frac{सं.(२प+१)}{३}$$

उपपन्नं सूत्रं द्विघ्नपदमित्यादिः ।

अत्र सूत्रस्योत्तरार्धस्योपपत्तिः श्रीचन्द्रशेखरझामहोदयानां सरण्या सौकर्यार्थं प्रदर्श्यते—

अत्रैकादि घनरूपश्रेढ्याः परम्पराणामादयः १, ७, १२, ६० इति प्रकल्प्य पदादेकादिभेदाः प, $\frac{प^२-प}{२}$, $\frac{प^३-३प^२+२४}{६}$, $\frac{प^४-६प^३+११प^२-६प}{२४}$ एतान् पूर्वं परम्पराणामादिभिः क्रमेण संगुण्य योगे च कृते जातम् धनयोगरूपं श्रेढ्याः सर्वधनम् =

$$\frac{प}{१} + \frac{७प^२-७प}{२} + \frac{१२प^३-३६प^२+२४प}{६} + \frac{६प^४-३६प^३+६६प^२-३६प}{२४} =$$

घनयोगः ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

समच्छेदे कृते जातम् घन योगः $= \dfrac{२४प+८४प^{२}+४८प^{३}-१४४प^{४}+९६प}{२४}$

$= \dfrac{६प^{४}-३६प^{३}+६६प^{२}-३६प}{२४}$

ततस्तुल्यघनर्ण नाशाज्जातं स्वरूपम्—

घनयोगः $= \dfrac{६प^{४}+१प^{३}+६प^{२}}{२४} = \dfrac{प^{४}+२प^{३}+प^{२}}{४}$

अथवा $= \left(\dfrac{प^{३}+प^{२}}{२}\right) =$ संकलित^{२} = घनयोगः

उपपन्नमुत्तरार्धम् ।

उदाहरणम्—

तेषामेव च वर्गैक्यं घनैक्यं च वद द्रुतम् ।
कृतिसंकलनामार्गे कुशला यदि ते मतिः ॥१॥

यदि तुम्हारी बुद्धि वर्ग संख्याओं की सङ्कलन प्रक्रिया में निपुण है तो उन्हीं संख्याओं के वर्गयोग तथा घनयोग अति शीघ्र बतलाओ । १

न्यासः—१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९

वर्गैक्यम् १, ५, १४, ३०, ५५, ९१, १४०, २०४, २८५

घनैक्यम् १, ९, ३६, १००, २२५, ४४१, ७८४, १२९६, २०२५

उदाहरण—एक से नव तक की संख्याओं का वर्ग योग और घन योग सिद्ध करना है ।

सूत्र $= \dfrac{संकलित\ (२प+१)}{३} =$ वर्गैक्य (वर्गयोग)

$१+२+३+४+५+६+७+८+९ = \dfrac{९(९+१)}{२} = ४५ =$ संकलित

$\dfrac{४५(२\times९+१)}{३} = १५\times१९ = २८५$

१ से ९ तक की संख्याओं का वर्गयोग ।

१ का वर्गयोग $= \dfrac{१(२\times१+१)}{३} = \dfrac{१\times३}{३} = १$

१ से २ तक का वर्गयोग $= \dfrac{३(२\times२+१)}{३} = \dfrac{३\times५}{३} = ५$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

१ से ३ तक का वर्गयोग $= \frac{६(२\times३+१)}{३} = २\times७ = १४$

१ से ४ तक का वर्गयोग $= \frac{१०(२\times४+१)}{३} = \frac{१०\times९}{३} = ३०$

इसी प्रकार सभी संख्याओं का वर्गयोग होगा।

घनैक्य का सूत्र $=$ (संकलित)$^२ =$ घनैक्य।

१, २, ३; ४, ५, ६, ७, ८, ९, एक से नौ तक का घनयोग करना है। अतः सूत्रानुसार—

१ का संकलित $=$ १, $(१)^२ = १$ घनैक्य

२ का " $=$ ३, $(३)^२ = ९$ "

३ का " $=$ ६, $(६)^२ = ३६$ "

४ का " $=$ १०, $(१०)^२ = १००$ "

५ का " $=$ १५, $(१५)^२ = २२५$ "

९ का " $=$ ४५, $(४५)^२ = २०२५$ "

उत्तर १ से ९ तक की संख्याओं का क्रम से वर्गैक्य $=$ १, ५, १४, ३०, ५५, ९१, १४०, २०४, २८५

घनैक्य $=$ १, ९, ३६, १००, २२५, ४४१, ७८४, १२९६, २०२५।

अन्त्य-मध्य-सर्वधनज्ञानाय सूत्रम्

व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधनं मुखयुग्दलितं तत्।
मध्यधनं पदसंगुणितं तत सर्वधनं गणितं च तदुक्तम् ॥३॥

अन्वयः—व्येकपदघ्नचयः मुखयुक् अन्त्यधनं स्यात्, तत् मुखयुक् दलितं मध्यधनं भवति। तन्मध्यधनम्, तत् पद संगुणितं सर्वधनं गणितं च उक्तम्। ३

पद से एक घटाकर शेष (एक रहित पद) से चय (वृद्धि) को गुणा कर गुणनफल में आदि को जोड़ने से अन्त्य धन होता है। अन्त्य धन में आदि को जोड़कर आधा करने से मध्यधन तथा मध्यधन को पद से गुणा करने पर गुणन फल सर्वधन होता है। सर्वधन को गणित भी कहा गया है।३

उपपत्तिः—आदिः प्रथमदिवसीयं धनम्। चयः वृद्धिसंज्ञकः यावद्वृद्धिस्तावच्चयः। अतः

आदिः $+$ चयः $=$ द्वितीयदिवसीयं धनम्।

आदिः $+ २$ चयः $=$ तृतीयदिवसीयं धनम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एवमेव आदिः + (पद−१) चयः = अन्त्यधनम् ।

तथा च आदिः + $\left(\frac{\text{पद}-१}{२}\right)$ चयः = मध्यधनम् ।

सर्वेषां योगः = सर्वधनम्

यथा—(आदिः+चयः)+[आदि+$\left(\frac{\text{पद}-१}{२}\right)$ चय]+

[आदिः+(पद−१)चयः]

अथवा पद×आदिः + चयः $\frac{(\text{प}-१)\text{प}}{२}$ = सर्वधनम्

= पद $\left\{ \text{आदि} + \text{चयः}\left(\frac{\text{प}-१}{२}\right)\right\}$ सर्वधनम्

अत्र आदिः+चयः$\left(\frac{\text{प}-१}{२}\right)$ = मध्यधनम्

अतः पद $\left\{ \text{आदिः}+\text{चयः} \frac{(\text{प}-१)}{२}\right\}$ = प×मध्यधनम्

= सर्वधनम्

उपपन्नम् ।

उदाहरणम्

आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयं यो दत्त्वा द्विजेभ्योऽनुदिनं प्रवृत्तः ।
दातुं सखे! पञ्चचयेन पक्षे द्रम्मा वद द्राक् कति तेन दत्ताः ? ॥१॥

जिसने प्रथम दिन ब्राह्मणों को ४ द्रम्म देकर ५ द्रम्म की प्रतिदिन वृद्धि करके देने का निश्चय किया हे मित्र अति शीघ्र बतलाओ उसने १५ दिनों में कुल कितने द्रम्म दिये ।१

न्यासः— आदिः ४, चयः ५, गच्छः (पदम्) १५, मध्यधनम् ३९, अन्त्यधनम् ७४, सर्वधनम् ५८५ ।

उदाहरण—प्रथम दिन का धन = ४ द्रम्म = आदिः

प्रतिदिन की वृद्धि = ५ द्रम्म = चयः

दिन संख्या = १५ दिन = पद

सूत्र -- (१) = चय (पद−१)+आदि = अन्त्यधन

(२) = $\frac{\text{अन्त्यधन} + \text{आदि}}{२}$ = मध्यधन

(३) = मध्यधन×पद = सर्वधन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः (१) ५(१५−१)+४=५×१४+४=७४=अन्त्यधन

(२) $\frac{७४+४}{२}=\frac{७८}{२}=३९$ = मध्यधन

(३) ३९×१५=५८५=सर्वधन

उत्तर—१५ दिनों में कुल ५८५ द्रम्म दान किया

१५ वें दिन ७४ द्रम्म दान (अत्य धन)

८ वें दिन ३९ द्रम्म (मध्य धन)

उदाहरणम्—

आदिः सप्त चयः पञ्च गच्छोऽष्टौ यत्र तत्र मे ।
मध्यान्त्यधनसंख्ये के वद सर्वधनं च किम् ? ॥२॥

जहाँ आदि ७, चय ५, गच्छ ८ हो वहाँ मध्य धन, अन्त्य धन और सर्व धन की संख्या क्या होगी मुझे शीघ्र बतलाओ । २

न्यासः—आदिः ७, चयः ५, गच्छः ८, मध्यधनम् $\frac{४९}{२}$, अन्त्यधनम् ४२, सर्वधनम् १९६ ।

अत्र समदिने गच्छे मध्याभावात् प्रागपरयोगार्धं मध्यदिनं भवितुमर्हतीत्येवं प्रतीतिमुत्पाद्य मध्यधमादिरानेतव्यम् ।

उदाहरण—आदि=७, चय=५, गच्छ=८

अतः सूत्रानुसार (८−१)५=३५+७=४२=अन्त्यधन

$\frac{४२+७}{२}=\frac{४९}{२}$ = मध्यधन

$\frac{४९}{२}\times८=\frac{४९\times८}{२}=४९\times४=१९६$ = सर्वधन

उत्तर - मध्यधन = $\frac{४९}{२}$, अन्त्यधन = ४२

सर्वधन = १९६ ।

सुखज्ञानाय करणसूत्रम्

गच्छहते गणिते वदनं स्याद्व्येकपदघ्नचयार्धविहीने ।

अन्वयः—गच्छहृते गणिते व्येकपदघ्नचयार्ध विहीने वदनं स्यात् ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

पद से सर्वंधन में भाग देने से जो लब्धि प्राप्त हो उसमें, एक रहित पद से गुणित चय के आधे को $\left\{ \frac{(पद-१)च}{२} \right\}$ घटाने से मुख (आदि) होता है। ३$\frac{१}{२}$

उपपत्तिः—

$$सर्वंधनम् = पदम्, \ आदि + \frac{चय(पद-१)}{२}$$

$$\frac{सर्वधनम्}{पदम} = आदिः + \frac{चयः (पदम् \ १)}{२}$$

$$अतः \ \frac{सर्वंधनम्}{पदम्} - \frac{चयः(पदम्-१)}{२} = आदिः$$

= उपपन्न सूत्रम् ॥

उदाहरणम्—

पञ्चाधिकं शतं श्रेढीफलं सप्त पदं किल।
चयं त्रयं वयं विद्मो वदनं वद नन्दन ! ॥१॥

सर्वंधन (श्रेढीफल) १०५, पद ७, चय ३, हमें ज्ञात है हे नन्दन ! आदि का मान मुझे बतलाओ। १

न्यासः—आदिः ?, चयः ३, गच्छः ७, सर्वंधनम् १०५। आदिधनम् ६, अन्त्यधनम् २४, मध्यधनम् १५।

उदाहरण—आदि = ? ज्ञात करना है।

चय = ३

पद = ७

सर्वंधन = १०५

$$सूत्र = \frac{सर्वंधन}{पद} - \frac{चय(पद-१)}{२} = आदि$$

$$अतः \ \frac{१०५}{७} - \frac{३(७-१)}{२} = १५ - \frac{१८}{२}$$

$$= १५-९=६ \ आदिधन।$$

उत्तर—आदिधन=६

अन्त्यधन और मध्य धन भी ज्ञात करना हो तो पूर्वोक्त नियमानुसार किया जा सकता है यथा—

$३(७-१)+६ = १८+६ = २४$ अन्त्यधन

$\frac{२४+६}{२} = \frac{३०}{२} = १५$ मध्य धन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

चयज्ञानायसूत्रम्

गच्छहृतं धनमादिविहीनं व्येकपदार्धहृतं च चयः स्यात् ॥४॥

अन्वयः—गच्छहृतं धनं आदि विहीनं व्येक पदार्धहृतं चयः स्यात् ॥४

सर्वधन को पद से भाग देकर लब्धि से आदि को घटा कर शेष में एक रहित पदार्ध $\left(\frac{\text{प}-१}{२}\right)$ से भाग देने पर चय होता है। ४

उपपत्तिः—$\text{पदम्}\left\{\text{आदिः}+\frac{\text{चयः}(\text{पदम्}-१)}{२}\right\}=\text{सर्वधनम्}$

$$\text{आदिः}+\frac{\text{चयः}(\text{पदम्}-१)}{२}=\frac{\text{सर्वधनम्}}{\text{पदम्}}$$

$$\text{एवमेव}\ \frac{\text{चयः}(\text{पदम्}-१)}{२}=\frac{\text{सर्वधनम्}}{\text{पदम्}}-\text{आदिः}$$

$$\text{अतः चयः}=\frac{\text{सर्वधनम्}}{\text{पदम्}}-\text{आदिः}\times\frac{१}{\frac{(\text{पदम्}-१)}{२}}$$

उपपन्नम्

उदाहरणम्—

प्रथममगमदह्ना योजने यो जनेश-
स्तदनु ननु कयाऽसौ ब्रूहि यातोऽध्ववृद्ध्या।
अरिकरिहरणार्थं योजनानामशीत्या
रिपुनगरमवाप्तः सप्तरात्रेण धीमन् ? ॥१॥

जो राजा प्रथम दिन में १ योजन चला वह कितने योजन की वृद्धि कर अगले दिनों में चला जिससे सात रात्रि में ८० योजन चलकर शत्रु के नगर में पहुँच गया। हे धीमन्! शीघ्र बतलाओ। १

न्यासः—आदिः २, चयः ?, गच्छः ७, सर्वधनम् ८०। लब्धमुत्तरम् $\frac{२२}{७}$, अन्त्यधनम् $\frac{१४६}{७}$, मध्यधनम् $\frac{८०}{७}$।

उदाहरण—आदि = २, चयः ? ज्ञात करना है।
गच्छ = ७, सर्वधन = ८० योजन

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सूत्र $- \frac{\text{सर्वधन}}{\text{पद}} - \text{आदि} \times \frac{१}{\frac{\text{पद}-१}{२}} = \text{चय}$

अतः $\frac{८०}{७} - २ \times \frac{१}{\frac{७-१}{२}} = \text{चय}$

$= \frac{८० - १४}{७} \times \frac{१}{३} = \frac{६६}{७} \times \frac{१}{३}$

$= \frac{२२}{७} \text{चय}$

उत्तर $-$ चय $= \frac{२२}{७}$ योजन ।

आवश्यकतानुसार अन्त्य एवं मध्यधन का भी ज्ञान किया जा सकता है—

$\frac{२२}{७}(७-१) + २ = \left(\frac{२२}{७} \times ६\right) + २$

$= \frac{१३२}{७} + २ = \frac{१३२+१४}{७} = \frac{१४६}{७} = \text{अन्त्यधन}$

एवमेव $\frac{\frac{१४६}{७} + २}{२} = \frac{\frac{१४६+१४}{७}}{२}$

$= \frac{१६०}{७\times२} = \frac{८०}{७} = \text{मध्यधन}$ ।

गच्छज्ञानाय सूत्रम्

श्रेढीफलादुत्तरलोचनघ्नाच्चयार्धवक्त्रान्तरवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखोनं चयखण्डयुक्तं चयोद्धृतं गच्छमुदाहरन्ति ॥५॥

अन्वयः—श्रेढी फलात् उत्तर लोचनघ्नात् चयार्धवक्त्रान्तर वर्गयुक्तात्, मूलं, मुखोनं, चयखण्डयुक्तं, चयोद्धृतं गच्छं उदाहरन्ति । ५

सर्वधन को उत्तर (चय) और दो से गुणाकर गुणनफल में चय के आधे और आदि के अन्तर का वर्ग युक्त कर योगफल के वर्गमूल में से चय को घटाकर शेष में चय के आधे को जोड़कर चय से ही भाग देने पर लब्धि गच्छ होता है । ५

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः— पूर्वं परिभाषया सर्वधनमानम्

$$\text{स. ध.} = \text{पदम्} \left\{ \text{आदिः} + \frac{\text{चयः}(\text{पदम्} - १)}{२} \right\}$$

$$\text{स. ध.} = \text{पदम्} \times \text{आदिः} + \frac{\text{पदम्} \times \text{चयः}(\text{पदम्} - १)}{२}$$

$$\text{स. ध.} = \frac{२\ \text{पदम्} \times \text{आदिः} + \text{पदम्} \times \text{चयः}(\text{पदम्} - १)}{२}$$

$$२\ \text{स. ध.} = २\ \text{पदम्}\ \text{आदिः} + \text{पदम्}^{२} \times \text{चयः} - \text{पदम्} \times \text{चयः}$$

चयेनोभौ पक्षौ गुणितौ अतः $\text{चय} \times २\ \text{स. ध.} = २\ \text{पदम्} \times \text{आदिः} \times \text{चयः} + \text{पदम्}^{२} \times \text{चय}^{२} - \text{पदम्} \times \text{चय}^{२}$

समे समयुक्ते समतेव इति सिद्धान्तेनोभय पक्षयोः

$\left(\text{आदि} - \frac{\text{चयः}}{२}\right)^{२}$ इति योजनेन जातम्—

$$२\ \text{स. ध.} + \left(\text{आदिः} - \frac{\text{चय}}{२}\right)^{२}$$

$$= २\ \text{पदम्} \times \text{आदिः} + \text{पदम्}^{२} \times \text{चयः} - \text{पदम्} \times \text{चयः} + \left(\text{आदिः} - \frac{\text{चय}}{२}^{२}\right)$$

अनन्तरं पक्षयोः मूलग्रहणेन जातम्—

$$\sqrt{२\ \text{स० ध०} \times \text{चयः} + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)^{२}} = \text{पदम्} \times \text{चयः} + \text{आ} - \frac{\text{चय}}{२}$$

समशोधनेन जातम्—

$$\sqrt{२\text{स० ध०} \times \text{चय} + \left(\text{आदि} - \frac{\text{चय}}{२}\right)^{२}} - \left(\text{आ} - \frac{\text{चय}}{२}\right)$$

$$= \text{पदम्} \times \text{चयः}$$

$$= \frac{\sqrt{२\text{स० ध०} \times \text{चयः} + \left(\text{आदिः} - \frac{\text{चय}^{२}}{२}\right)} = \left(\text{आदिः} - \frac{\text{चयः}}{२}\right)}{\text{चयः}} = \text{पदम्}$$

सूत्रमुपपन्नम् ।

उदाहरण—

द्रम्मत्रयं यः प्रथमेऽह्नि दत्वा दातुं प्रवृत्तो द्विचयेन तेन ।
शतत्रयं षष्ट्यधिकं द्विजेभ्यो दत्तं कियद्भिर्दिवसैर्वदाशु ? ॥ ?॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

किसी ने ब्राह्मणों को प्रथम दिन ३ द्रम्म देकर प्रतिदिन दो – दो द्रम्म की वृद्धि से देने का निश्चय किया। इस प्रकार ३६० द्रम्म कितने दिनों में उसने दिये मुझे शीघ्र बतलाओ। १

न्यासः—आदि ३, चयः २, गच्छः ?

सर्वधनम् ३६०। अन्त्यधनम् ३७, मध्यधनम् २०। लब्धो गच्छः १८।

उदाहरण—आदि = ३ द्रम्म, चय = २ द्रम्म

सर्वधन = ३६० द्रम्म

गच्छ = ? ज्ञात करना है।

$$\text{सूत्र} = \sqrt{\{\text{चय (सर्वधन)२}\} + \left(\frac{\text{चय}}{२} - \text{आदि}\right)} = \text{वर्गमूलम्}$$

$$= \frac{(\text{वर्गमूल-आदि}) + \frac{\text{चय}}{२}}{\text{चय}} = \text{गच्छ}$$

अतः $(३६०) \times २ \times २ = १४४०$

$$\left(३ - \frac{२}{२}\right)^२ = (३ - १)^२ = (२)^२ = ४$$

$$१४४० + ४ = १४४४$$

$$\sqrt{१४४४} = ३८ = \text{वर्गमूल}$$

$$३८ - ३ = ३५$$

$$३५ + १ = ३६$$

$$३६ \div २ = \frac{३६}{२} = १८ = \text{गच्छ} = \text{पद}$$

उत्तर गच्छ = १८

अन्त्य एवं मध्यधन का ज्ञान इस प्रकार—

$$[(१८ - १) २] + ३ = (१७ \times २) + ३ = ३७ \text{ अन्त्यधन}$$

$$\frac{३७ + ३}{२} = \frac{४०}{२} = २० \text{ मध्यधन}$$

गुणोत्तरादि वृद्धौ सूत्रम्

विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः।
गच्छक्षयान्तमन्त्याद् व्यस्तं गुणवर्गजं फलं यत् तत्॥
व्येकं व्येकगुणोद्धृतमादिगुणं स्याद्गुणोत्तरे गणितम्॥५३॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्वयः— विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः, सम[१] अर्धिते वर्गः स्थाप्यः। एवं गच्छ क्षायान्तं। अन्त्यात् व्यस्तं गुणवर्गजं यत् फलं तत् व्येकं व्येक गुणोद्धृतं आदिगुणं गुणोत्तरे गणितं स्यात्। ६$\frac{१}{२}$

विषम संख्यक गच्छ (पद) होने पर उसमें से १ घटा कर शेष को गुणक तथा समसंख्य पद हो तो उसके आधे को वर्ग लिखना चाहिये। इस प्रकार क्रिया गच्छक्षय (पद संख्या के शून्य) होने तक करनी चाहिये। अनन्तर अन्तिम चिह्न (गुणक/वर्ग) के अनुसार व्यस्त (विपरीत) क्रम से यथानुसार गुण-वर्ग करना चाहिये। अन्तिम गुणज एवं वर्गजफल में १ घटा कर शेष को एक रहित गुणक (चय − १) से भाग देकर लब्धि को आदि से गुणा करने पर गुणोत्तर क्रियानुसार सर्वधन होता है॥ ६$\frac{१}{२}$॥

उपपत्तिः—गुणोत्तरक्रियायामाद्यदिवसे आदितुल्यं धनं द्वितीये दिने, गुण-गुणितादिर्धनम्। तृतीयदिने $गुण^{२} \times आदि = धनम्$। एवमेवान्तिमदिवसे धनम् = $आदि \times गुणक^{प - १}$

अतः एतेषां योगेन जातम्

$$सर्वधनम् = आ + आ \times गु + आ \times गु^{२} + \cdots \cdots + आ \times गु^{(प - १)}$$

(गु − १) अनेन गुणिते भक्ते सति फलतुल्यमेव।

अतः सर्वधनम् =

$$\frac{(गु - १)(आ + आ \times गु + आ \times गु^{२} + \cdots \cdots + आ \times गु^{प - १})}{गु - १}$$

गुणनफले धनर्णयोर्नाशाज्जातं सर्वधनम्

$$= \frac{आ \times गु^{प} - आ}{गु - १}$$

$$= \frac{आ (गु^{प} - १)}{गु - १}$$

उपपन्नम्

उदाहरणम्

पूर्वं वराटकयुगं येन द्विगुणोत्तरं प्रतिज्ञातम्।
प्रत्यहमर्थिजनाय स मासे निष्कान् ददाति कति ? ॥१॥

किसी याचक व्यक्ति को प्रथम दिन दो वराटक देकर प्रतिदिन द्विगुणित देने की जिसने प्रतिज्ञा की उस व्यक्ति ने एक मास में कुल कितने निष्क दान में दिये। १॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—आदिः २, चयः २ द्विगुणितम्, गच्छः ३० निष्काणामेकं लक्षं चत्वारि सहस्राण्यष्टौ शतानि सप्तपञ्चाशत् १०४८५७। द्रम्माः ९, पणाः ९, काकिण्यौ २। वराटकाः ६।

उदाहरण—प्रस्तुत उदाहरण में आदि २, द्विगुणोत्तर चय=२, गच्छ ३०।

सूत्र $=\frac{\text{सम}}{२}$=वर्ग, विषम − १=गुणक

$\frac{\text{अन्तिम संख्या}-१}{\text{गुण}-१}$=लब्धि, लब्धि×आदि=अभीष्ट संख्या

सूत्र के अनुसार अङ्क स्थापन करने से—

गच्छ ३० सम अतः $\frac{३०}{२}$=१५ वर्ग

१५ विषम अतः १५−१ = १४ गुणक

१४ सम ∴ $\frac{१४}{२}$= ७ वर्ग

७ विषम ∴ ७−१ = ६ गुणक

६ सम ∴ $\frac{६}{२}$ = ३ वर्ग

३ विषम ∴ ३−१ = २ गुणक

२ सम ∴ $\frac{२}{२}$ = १ वर्ग

१ विषम ∴ १−१ = ० गुणक

इस प्रकार ४ गुणक और ४ वर्ग स्थान प्राप्त हुये।

∵ चय द्विगुणोत्तर है अतः अन्तिम गुणक के स्थान पर २ अङ्क रखकर क्रम से वर्ग, वर्ग×२, एवं वर्ग क्रिया अन्तिम संख्या पर्यन्त करने पर अन्तिम संख्या=उक्तक्रम—

१५ वर्ग $(३२७६८)^२$=१०७३७४१८२४

१४ गुणक १६३८४×२ = ३२७६८

७ वर्ग $(१२८)^२$ = १६३८४

६ गुणक ६४×२ = १२८

३ वर्ग $(८)^२$ = ६४

२ गुणक ४×२ = ८

१ वर्ग $(२)^२$ = ४

० गुणक २

अन्तिम संख्या = १०७३७४१८२४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अभीष्ट संख्या $=\left(\frac{१०७३७४१८२४-१}{२-१}\right)\times२$

$=\frac{१०७३७४१८२३\times२}{१}$

$=$ २१४७४८३६४६ वराटक = उत्तर

निष्क आदि में परिवर्तन करने पर

$\frac{२१४७४८३६४६}{२०}$ = लब्धि १०७३७४१८२ काकिणी शेष ६ वराटक

$\frac{१०७३७४१८२}{४}$ = लब्धि २६८४३५४५ पण, शेष २ काकिणी

$\frac{२६८४३५४५}{१६}$ = लब्धि १६७७७२१ द्रम्म, शेष ९ पण

$\frac{१६७७७२१}{१६}$ = लब्धि १०४८५७ निष्क, शेष ९ द्रम्म

अर्थात् दाता ने याचक को १ मास में कुल १०४८५७ निष्क, ९ द्रम्म, ९ पण, २ काकिणी, ६ वराटक दिये।

उदाहरणम्—

आदिर्द्विकं सखे ! वृद्धिः प्रत्यहं त्रिगुणोत्तरा।
गच्छः सप्तदिनं यत्र गणितं तत्र किं वद ॥२॥

हे मित्र ! जहाँ आदि २, वृद्धि (चय) त्रिगुणित (×३) तथा गच्छ ७ दिन है; बतलाओ वहाँ गणित (सर्वधन) क्या होगा। ? २

न्यासः—आदिः २, त्रिगुणितं चयः, गच्छः ७। लब्धं गणितम् २१८६।

उदाहरण—पूर्वोक्त सूत्रानुसार वर्ग और गुण स्थान ज्ञात करने के लिए अङ्कों का न्यास किया—

आदि=२, चय=×३, गच्छ ७

गच्छ ७ विषम है अतः ७-१ = ६ गुणक

६ सम है अतः $\frac{६}{२}$ = ३ वर्ग

इसी प्रकार शून्य पर्यन्त

अङ्क स्थापन किया ३-१ = २ गुणक

$\frac{२}{२}$ = १ वर्ग

१-१ = ० गुणक

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यहाँ त्रिगुण वृद्धि है अत: गुणक के स्थान पर ३ रखकर गुण एवं वर्ग क्रिया करेंगे।

६ गुणक २१८७
३ वर्ग ७२९   अन्तिम संख्या २१८७
२ गुणक २७
१ वर्ग ९
० गुणक ३

$$\left(\frac{२१८७-१}{३-१}\right)२ = \text{अभीष्ट संख्या}$$

$$=\left(\frac{२१८६}{२}\right)२=(१०९३)\times२=२१८६$$

उत्तर सर्वधन = २१८६

इति श्रेढ़ीव्यवहारः

अनुष्टुबादि वृत्तज्ञानाय करणसूत्रम्

आदिगुणविहीनेन रूपेण प्रविभाजितः।
फलं गुणोत्तरे सर्वधनमानन्त्यके पदे ॥
पादाक्षरमितगच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे ॥ ७ ॥
समवृत्तानां संख्या तद्वर्गो वर्गवर्गश्च।
स्वस्वपदोनौ स्यातामर्धसमानां च विषमाणाम् ॥ ८ ॥

अन्वयः— पदाक्षरमितगच्छे द्विगुणे चये गुणवर्गजं समवृत्तानां संख्या स्यात्। तद् वर्गः वर्गवर्गश्च कार्यः। तौ स्व स्वपदोनौ तदा क्रमेण अर्ध समानां विषमाणां च संख्ये स्याताम्। ७।८

छन्दपादाक्षरसंख्या अर्थात् एक चरण में जितनी अक्षर संख्या हो उसे गच्छ तथा द्विगुणोत्तर चय कल्पित कर गुण वर्ग द्वारा (पूर्वोक्त विषमे गच्छे व्येके इत्यादि सूत्र से) साधित संख्या सम वृत्त (छन्द) की अक्षर संख्या होती है। उक्त समवृत्त संख्या के वर्ग तथा वर्ग के वर्ग को अपने अपने वर्गमूल से रहित करने पर क्रम से अर्ध सम वृत्त और विषम वृत्त की संख्या होती है। ७, ८

उपपत्तिः—अत्रादौ सम-अर्धसम-विषमवृत्तानां लक्षणं प्रदर्श्यते—

१—यस्य छन्दसश्चत्वारो चरणास्तुल्यलक्षणा तत् समवृत्तं भवति यथोक्तम् —

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अङ्घ्रयो यस्य चत्वारस्तुल्यलक्षणलक्षिताः।
तच्छन्दः शास्त्रतत्त्वज्ञाः समवृत्तं प्रचक्षते ॥

२—यस्य छन्दसः प्रथमतृतीयचरणौ, द्वितीयचतुर्थचरणौ च तुल्यौ तदर्धसमवृत्तमिति। उक्तञ्च—

प्रथमाङ्घ्रिसमो यस्य तृतीयश्चरणो भवेत्।
द्वितीयस्तूर्यवद् वृत्तं तदर्धं सममुच्यते ॥

३- यस्य छन्दसः चतुर्षु चरणेषु भिन्नानि लक्षणानि भवन्ति तद्विषमपदम्। यथा—

यस्य पादचतुष्केऽपि लक्ष्मभिन्नं परस्परम्।
तदाहुर्विषमं वृत्तं छन्दः शास्त्रविशारदाः ॥

उपपत्तिः—चतुर्षु पादेषु तुल्य लक्षणत्वात् समवृत्ते गुरुलघुवशेन यावन्तो भेदा भवन्ति तावान् एव भेदा भवन्ति। छन्दसां प्रस्तारक्रमे प्रदर्शिता भेदाः "विषमे गच्छे व्येके" इत्यादिना ज्ञातुं शक्यते। अतः विषमे गच्छे इत्यादि सूत्रस्योपपत्तौ एषामन्तर्भावः।

अर्धसमवृत्तस्योपपत्तिः—

रूपोनसमवृत्तभेदस्य च घातसमा अर्धसमवृत्तभेदा भवन्ति।

अतः (स मे भे−१)×सवृत्तभे = असवृभे = समवृत्तभे = सवृभे

एवमेव विषमवृत्ते तु रूपोन-समवृत्तजवर्गस्य समवृत्तजवर्गस्य च घाते विषमवृत्तजभेदा भवितुमर्हन्ति।

अतः (समवृत्तभे^{२}−१) समवृत्तभेदाः^{२} = विषमवृत्तभेदाः

= समवृत्तभे^{४} − समवृत्तभेद^{२}

अत उपपन्नं सूत्रम्।

उदाहरणम्—

समानामर्धतुल्यानां विषमाणां पृथक् पृथक्।
वृत्तानां वद मे संख्यामनुष्टुपछन्दसि द्रुतम् १॥ १॥

अनुष्टुप छन्द में सम, अर्धसम तथा विषम वृत्तों की भेद संख्या पृथक् पृथक् मुझे शीघ्र बतलाओ।१।

न्यासः—उत्तरो द्विगुणः २. गच्छः ८, लब्धा समवृत्तानां संख्या २५६, तदर्धसमानां ६५२८०, विषमाणां च ४२९४९०१७६०।

श्रेढीव्यवहारः समाप्तः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण—चय द्विगुणित (×२), पद=८ विषमे गच्छे व्येके इत्यादि सूत्रानुसार गुणवर्ग का स्थापन किया—

पद ८ सम संख्या है अतः $\frac{८}{२}$ =४ वर्गः

४ ,, ,, $\frac{४}{२}$ = २ वर्गः

२ ,, ,, $\frac{२}{२}$ =१ वर्गः

१ विषम संख्या है अतः १−१=० गुणकः

इस प्रकार ३ वर्ग स्थान और १ गुणक स्थान प्राप्त हुआ। गुणक २ मान कर आगे के वर्गाङ्कों को साधित करेगें। यथा—

४ वर्ग (१६)^२=२५६

२ वर्ग (४)^२=१६

१ वर्ग (२)^२=४

० गुणक २

२५६ समवृत्त भेद हुआ।

सूत्र { अर्ध सम वृत्त भेद=(समवृत्तभेद)^२ − सम वृत्त भेद
विष वृत्त भेद=(सम वृत्त भेद)^४− $\sqrt{\text{सम वृत्त}^४}$

अतः समवृत्तभेद (२५६)^२−२५६

=६५५३६−२५६=६५२८०=अर्ध सम वृत्त भेद।

विषम वृत्त भेद=(२५६)^४−$\sqrt{२५६^४}$

=४२९४९६७२९६−६५५३६

=४२९४९०१७६०

उत्तर समवृत्तभेद=२५६

अर्ध सम वृत्त भेद=६५२८०

विषम वृत्त भेद=४२९४९०१७६०

श्रेढी व्यवहार समाप्त

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्षेत्रव्यवहारः

भुजकोटयोः परिभाषा तत्रैकज्ञानेऽपरज्ञानम्

इष्टो[1] बाहुर्यः स्यात् तत्स्पर्धिन्यां दिशीतरो बाहुः ।
त्र्यस्रे चतुरस्रे वा सा कोटिः कीर्तिता तज्ज्ञैः ॥ १ ॥
तत्कृत्योर्योगपदं कर्णो दोःकर्णवर्गयोर्विवरात् ।
मूलं कोटिः कोटिश्रुतिकृत्योरन्तरात् पदं बाहुः ॥ २ ॥

अन्वयः—त्र्यस्रे चतुरस्रे वा यः इष्टोः बाहुः स्यात् तत् स्पर्धिन्यां दिशि इतरो बाहुः तज्ज्ञैः कोटिः कीर्तिता। तत् कृत्योर्योगपदं कर्णः, दोः कर्णयोर्विवरात् मूलं कोटिः; कोटि श्रुति कृत्योरन्तरात् पदं बाहुः । १, २

त्रिभुज अथवा चतुर्भुज में जो अभीष्ट भुजा होती है उस पर दूसरी दिशा से लम्ब रूप भुज होता है उसे विद्वानों ने कोटि कहा है। उन दोनों (भुज और कोटि) के वर्ग योग का वर्गमूल कर्ण होता है। भुज और कर्ण के वर्गों के अन्तर का वर्गमूल कोटि तथा कर्ण और कोटि के वर्गान्तर का मूल भुज होता है। १, २

अर्थात् $\sqrt{\text{भुज}^2+\text{कोटि}^2} = \text{कर्ण}$

$\sqrt{\text{कर्ण}^2-\text{भुज}^2} = \text{कोटि}$

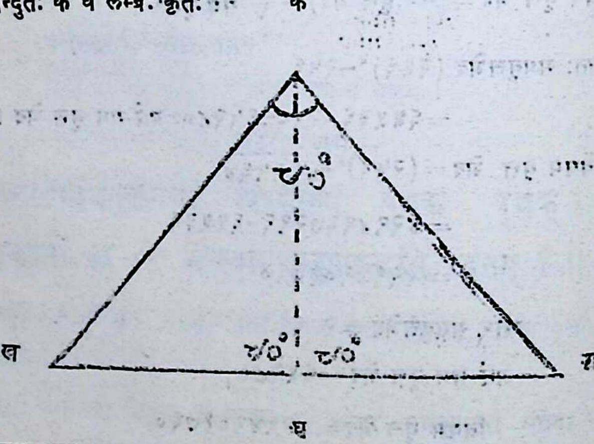
$\sqrt{\text{कर्ण}^2-\text{कोटि}^2} = \text{भुज}$

अत्रोपपत्तिः—

क ख ग समकोण (जात्य) त्रिभुजम्

तत्र ख क ग कोणः समकोणः।

क विन्दुतः क घ लम्बः कृतः



1. 'इष्टाश्' पाठान्तरम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\angle$क घग = $\angle$क घ ख = ९०°

अतः △क ख घ, क घ ग सजातीयौ समकोणत्रिभुजौ ।

अत्र क ख = भुजः, क ग = कोटिः, ख ग = कर्णः

क ख ग, क घ ग त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः

$$\frac{\text{क ग} \times \text{क ग}}{\text{ख ग}} = \frac{\text{कोटिः} \times \text{कोटिः}}{\text{कर्णः}} = \frac{\text{कोटि}^2}{\text{कर्णः}} = \text{घ ग}$$

एवमेव क ख ग, क ख घ △ जयोः साजात्यादनुपातः

$$\frac{\text{क ख} \times \text{क ख}}{\text{ख ग}} = \frac{\text{भुज} \times \text{भुज}}{\text{कर्णः}} = \frac{\text{भुज}^2}{\text{कर्णः}} = \text{ख घ}$$

$$\text{घ ग} + \text{ख घ} = \text{ख ग} = \frac{\text{कोटि}^2}{\text{कर्णः}} + \frac{\text{भुज}^2}{\text{कर्णः}}$$

$$\text{ख ग} = \text{कर्णः} = \frac{\text{कोटि}^2 + \text{भुज}^2}{\text{कर्णः}}$$

$$\text{कर्णः} \times \text{कर्णः} = \text{कोटि}^2 + \text{भु}^2$$

$$\text{कर्ण}^2 = \text{कोटि}^2 + \text{भुज}^2$$

एवमेव $\text{कोटि}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{भुज}^2$

$$\text{भुज}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{कोटि}^2$$

मूलग्रहणेन भुजकोटिकर्णानां मानम् ।

उपपन्नम्

उदाहरणम्

कोटिश्चतुष्टयं यत्र दोस्त्रयं तत्र का श्रुतिः ।
कोटिं दोः कर्णतः कोटिश्रुतिभ्यां च भुजं वद ॥ १ ॥

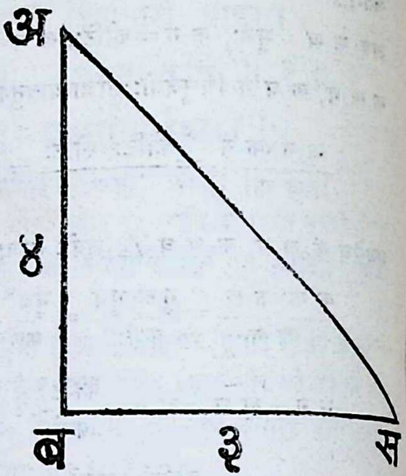
जहाँ कोटि ४ एवं भुज ३ है वहाँ कर्ण का मान क्या होगा । भुज और कर्ण के ज्ञान से कोटि तथा कर्ण-कोटि ज्ञान से भुज का मान बताओ । १

न्यासः—कोटिः ४, भुजः ३, अनयोर्वर्गयोगः २५, अस्य मूलम् ५ कर्णः ।
कर्णः ५, भुजः ३, अनयोर्वर्गान्तरम् १६ अस्य मूलम् ४ कोटिः ।
कर्णः ५, कोटिः ४, अनयोर्वर्गान्तरम् ९ अस्य मूलम् = ३ भुजः ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण—एक समकोण त्रिभुज में कोटि=४, भुज=३ कर्ण का मान ज्ञात करना है।



अ ब = कोटि = ४

ब स = भुज = ३

अ स = कर्ण = ?

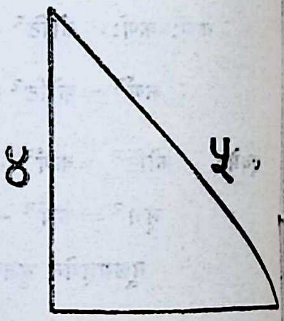
सूत्र = $\sqrt{\text{कोटि}^{२}+\text{भुज}^{२}}$ = कर्ण

अतः $\sqrt{(४)^{२}+(३)^{२}}$ = कर्ण

$\sqrt{१६+९}$ =

$\sqrt{२५}$ = ५ कर्ण

इसी प्रकार कर्ण=५, कोटि=४, भुज=?



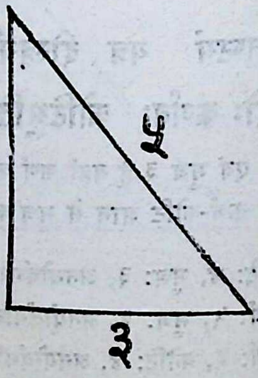
सूत्र = $\sqrt{\text{कर्ण}^{२}-\text{कोटि}^{२}}$ = भुज

$\sqrt{५^{२}-४^{२}}$ = भुज

$\sqrt{२५-१६}$ = भुज

$\sqrt{९}$ = ३ भुज

एवमेव कर्ण ५, भुज ३, कोटि ?



सूत्र = $\sqrt{\text{कर्ण}^{२}-\text{भुज}^{२}}$ = कोटि

$\sqrt{५^{२}-३^{२}}$ = कोटि

$\sqrt{२५-९}=\sqrt{१६}$ = ४ कोटि

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

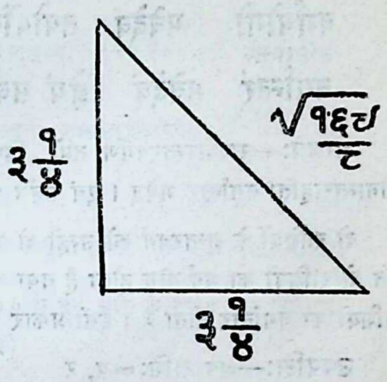
उदाहरणम्—

साङ्घ्रित्रयमितो बाहुर्यत्र कोटिश्च तावती ।
तत्र कर्णप्रमाणं किं गणक ? ब्रूहि मे द्रुतम् ॥ २ ॥

हे गणक ! जहाँ पर चतुर्थांश सहित ३ (अर्थात् $३\frac{१}{४}$) भुज हो तथा उतनी ही कोटि भी हो तो कर्ण का मान मुझे शीघ्र बतलाओ ।२

न्यासः—बाहुः $३\frac{१}{४}$, कोटिः $३\frac{१}{४}$,

अनयोर्वर्गयोगः $\frac{१६९}{८}$ अस्य मूलाभावात् करणीगत एवायं कर्णः ।



उदाहरण—भुज $= ३\frac{१}{४} = \frac{१३}{४}$

कोटि $= ३\frac{१}{४} = \frac{१३}{४}$

सूत्र $=$ भु^{२} $+$ को^{२} $=$ कर्ण^{२}

अतः $\left(\frac{१३}{४}\right)^{२} + \left(\frac{१३}{४}\right)^{२} = \frac{१६९}{१६} + \frac{१६९}{१६}$

$= \frac{३३८}{१६} = \frac{१६९}{८}$

अस्य मूलम् $= \sqrt{\frac{१६९}{८}} =$ कर्णः

अस्यासन्नमूलज्ञानार्थमुपायः—

वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात् ।
पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद् भक्तं निकटं भवेत् ॥

अन्वयः—छेदांशयोर्वधात् महतेष्टेन वर्गेण हतात् पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद् भक्तं निकटं भवेत् ॥ ४

(अवर्गाङ्क भिन्न का मूल अभीष्ट हो तो) अंश और हर के गुणन फल को किसी बड़े कल्पित इष्ट के वर्ग से गुणा कर गुणन फल का वर्गमूल लेकर उसे इष्ट गुणित हर से भाग देने पर आसन्न मूल होता है । ४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः— अवर्गाङ्कः $= \frac{य}{र}$ इष्टम् $=$ इ

हरांशयोस्तुल्याङ्केन गुणितेऽपि समत्वमिति कृत्वा हरतुल्याङ्केन हरांशौ संगुणितौ—

प्रकारान्तरेण तज्ज्ञानाय सूत्रम्—

राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः ।
वर्गयोगो भवेदेवं तयोर्योगान्तराहतिः ॥ ३ ॥
वर्गान्तरं भवेदेवं ज्ञेयं सर्वत्र धीमता ।

अन्वयः—राश्योरन्तरवर्गेण तयोः द्विघ्ने घाते युते वर्गयोगो भवेत् । एवं तयोः योगान्तराहतिः वर्गान्तरं भवेत् । एवं सर्वत्र धीमता ज्ञेयम् । ४

दो राशियों के अन्तरवर्ग को उन्हीं दो राशियों के द्विगुणित घात में जोड़ देने से उन दो राशियों का वर्ग योग होता है तथा दो राशियों के योगान्तर का घात उन दो राशियों का वर्गान्तर होता है । इसी प्रकार सर्वत्र विद्वानों को समझना चाहिए । ४

उपपत्तिः—अत्र राशिः $=$ य, र

अनयोरन्तरम् $=$ य$-$र, अस्य वर्गः $= ($य$-$र$)^2$

$= ($य$-$र$)\,($य$-$र$) = $य$^2 -$ य र $+$ र$^2 -$ य र

$= ($य$-$र$)^2 + 2$ य र

एवमेव राशयोर्योगः (य+र) अन्तरञ्च (य$-$र)

$$\begin{array}{l} य + र \\ य - र \\ \hline य^2 + य\,र - य\,र - र^2 \end{array}$$

राशयोर्वर्गान्तरम् $= ($य$^2 -$ र$^2)$

अत्र 'य र' युक्ते रहिते च कृते जातम्

य$^2 -$ र$^2 +$ य र $-$ य र

$= ($य $+$ र$)\,($य $-$ र$)$

उपपन्नम्

$\frac{य \times र}{र \times र}$ एवमेव पक्षयोः इष्टवर्गेण गुणिते सति

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जातम् $\frac{\text{य}\times\text{र}\times\text{इ}^2}{\text{र}\times\text{र}\times\text{इ}^2} = \frac{\text{य र}\times\text{इ}^2}{\text{र}^2\times\text{इ}^2}$

मूलग्रहणेन $= \sqrt{\frac{\text{य}}{\text{र}}} = \sqrt{\frac{\text{य}\times\text{र}\times\text{इ}^2}{\text{र}^2\times\text{इ}^2}} = \sqrt{\frac{\text{य}\times\text{र}\times\text{इ}^2}{\text{र}\times\text{इ}}}$

अत्र महतेष्टेन फले सूक्ष्मत्वमायाति अत एवोक्तम् महतेष्टेन। यथा यथा इष्टमानमधिकं तथा तथा आसन्नमूलं सूक्ष्ममिति।

उपपन्नम्।

इयं वर्गकरणी $\frac{\text{१६९}}{\text{८}}$ अस्याश्छेदांशयोर्घातोऽयुतघ्नः १३५२०००० अस्यासन्नमूलम् ३६७७ इदं गुणमूलेन छेद हतेन ८०० विभक्तं लब्धमासन्नपदम् $\frac{\text{४७७}}{\text{८००}}$ अयं कर्णः एवं सर्वत्र।

यथा- $\frac{\text{१६९}}{\text{८}}$ का आसन्न मूल अपेक्षित है। सूत्रानुसार एक बड़ा इष्ट कल्पित किया १०० = इष्ट। इष्ट वर्ग (१००)^2=१०००० से हर अंश के गुणन फल को गुणा किया = १०००० (१६९×८ = १०००९ (१३५२)

= १३५२००००

$\sqrt{\text{१३५२००००}}$ = ३६७६·९५८

= ३६७७

इष्टगुणित हर (१०० × ८) = ८०० से मूल ३६७७ को भाग दिया

$\frac{\text{३६७७}}{\text{८०९}}$ = ४·५९६ अथवा ४ $\frac{\text{४७७}}{\text{८००}}$

यही आसन्न मूल हुआ।

भुजकर्णयोरानयनाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम्

इष्टो भुजोऽस्माद्द्विगुणेष्टनिघ्नादिष्टस्य कृत्यैकवियुक्तयाऽऽप्तम्।
कोटिः पृथक् स्वेष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेत् त्र्यस्रमिदं तु जात्यम्॥

इष्टो भुजस्तत्कृतिरिष्टभक्ता द्विःस्थापितेष्टोनयुताऽर्धिता वा।
तौ कोटिकर्णाविति कोटितो वा बाहुश्रुती चाकरणीगते स्तः॥ ५॥

अन्वयः—इष्टो भुजः, अस्मात् द्विगुणेष्टनिघ्नात्, इष्टस्य, कृत्या एक वियुक्तया आप्तम्, कोटिः (स्यात्)। सा पृथक् इष्टगुणा भुजोना, कर्णो भवेत्। इदं तु जात्यं त्र्यस्रम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इष्टो भुजः कल्प्य, तत् कृतिः इष्ट भक्ता द्विः स्थापिता, इष्टोनयुता अर्धिता, तौ कोटि कर्णौ वा कोटितः अकरणीगते बाहु श्रुती स्तः ॥ ५ ॥

इष्ट भुज को द्विगुणित इष्ट से गुणाकर एक रहित इष्ट के, वर्ग से भाग देने पर लब्धि कोटि होती है। इस कोटि को इष्ट से गुणा कर गुणनफल से भुज को घटाने से कर्ण होता है। इस प्रकार जात्य (समकोण) त्रिभुज में ही समझना चाहिये। ४

इष्ट भुज के वर्ग में इष्ट का भाग देकर लब्धि को दो स्थानों में रखकर एक स्थान में इष्ट को घटा कर दूसरे स्थान में इष्ट को जोड़कर आधा करने से क्रम से कोटि और कर्ण होते हैं। अथवा कोटि ज्ञात होने पर इसी प्रकार भुज और कर्ण अकरणी गत होते हैं अर्थात् वर्गमूल लेने की आवश्यकता नहीं पड़ती। ५

उपपत्तिः—अत्र कल्प्यते

क = को×इ−भु। वर्गे कृते जातम्

$क^2$ = (को×इ−भु) (को×इ−भु)

$क^2$ = $को^2$×$इ^2$ − को इ भु − को इ भु − $भु^2$

= $को^2$×$इ^2$−२ को इ भु−$भु^2$

कोटिवर्गोनः कर्णवर्गो भुजवर्गो भवति।

अतः $को^2$×$इ^2$−२ को×इ×भु − $भु^2$ − $को^2$ = $भु^2$

समशोधनेन $को^2$×$इ^2$ − २ को × इ×भु = $को^2$

पक्षौ कोटया भक्तौ को×$इ^2$ − २ इ. भु. = को

अतः समशोधनेन जातम्—

को×$इ^2$−को = २ इ. भु. ततः को ($इ^2$−१)=२ इ. भु.

अतः $\frac{२ भु.×इ}{इ^2-१}$ = को.

अनन्तरं पूर्वस्वरूपे कोटेरुत्थापनेन कर्णः स्याद् इत्युपपन्नम्।

उदाहरणम्—

भुजे द्वादशके यौ यौ कोटिकर्णावनेकधा।
प्रकाराभ्यां वद क्षिप्रं तौ तावकरणीगतौ ॥ ३ ॥

भुज १२ हो तो कोटि और कर्ण के अनेक विध जो जो अकरणी गत मान हों उन्हे उक्त दोनों प्रकारों से शीघ्र बतलाओ। ३

न्यासः—भुजः १२, इष्टम् २, अनेन द्विगुणितेन ४ गुणितो भुजः ४८, इष्टस्य २ कृत्या ४ एकोनया ३ भक्तो लब्धा कोटिः १६ इयं पृथक्थेष्ट गुणा ३२ भुजोना जातः कर्णः २०।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

त्रिकेणेष्टेनेयं वा कोटिः ९, कर्णः १५, पञ्चकेन वा साधितौ कोटिकर्णौ ५, १३ इत्यादिः ।

द्वितीयेण प्रकारेणेच्छा भुजः १२, अस्य कृतिः, १४४ इष्टेन द्वयेन २, भक्तौ लब्धम् ७२, इष्टेनोनम् ७० युतम् ७४ अर्धितं च जातौ कोटि कर्णौ ३५, ७० ।

चतुष्केणेष्टेन वा १६, २० षट्केण वा ९, १५ इति

उदाहरण—इष्ट भुज १२, कोटि और कर्ण के विविध मान ज्ञात करने हैं ।

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{इष्ट भुज} \times २\ \text{इष्ट}}{\text{इ}^{२} - १} = \text{कोटि}$$

$$(\text{कोटि} \times \text{इष्ट}) - \text{भुज} = \text{कर्ण}$$

सूत्रानुसार २ इष्ट कल्पना किया

$$\text{अतः इं. भु.} \frac{१२ \times २(२)}{(२)^{२} - १} = \frac{१२ \times ४}{४ - १} = \frac{४८}{३} = १६\ \text{कोटि}$$

$$(१६\ \text{को} \times २\ \text{इ.}) - \text{भु} = ३२ - १२ = २०\ \text{कर्ण ।}$$

यदि ३ इष्ट कल्पना करें तो कोटि कर्ण का मान क्या होगा ?

$$\frac{१२ \times २(३)}{(३)^{२} - १} = \frac{१२ \times ६}{९ - १} = \frac{७२}{८} = ९\ \text{कोटि}$$

$$(९ \times ३) - १२ = २७ - १२ = १५\ \text{कर्ण}$$

इष्ट ५ कल्पना करने पर

$$\frac{१२ \times २(५)}{(५)^{२} - १} = \frac{१२ \times १०}{२५ - १} = \frac{१२०}{२४} = ५\ \text{कोटि}$$

$$(५ \times ५) - १२ = २५ - १२ = १३\ \text{कर्णः}$$

इसी प्रकार विभिन्न इष्ट द्वारा विभिन्न कोटि और कर्ण के मान ज्ञात होंगे ।

द्वितीय प्रकार से—

$$\text{सूत्र—} \quad \frac{(\text{भु})^{२}}{\text{इष्ट}} = \text{लब्धि}, \quad \frac{\text{लब्धि} - \text{इष्ट}}{२} = \text{कोटि}$$

$$\frac{\text{लब्धि} + \text{इष्ट}}{२} = \text{कर्ण}$$

यहाँ भुज = १२ इष्ट = २

$$\text{अतः सूत्रानुसार} \quad \frac{(१२)^{२}}{२} = \frac{१४४}{२} = \text{लब्धि}\ ७२$$

$$\frac{७२ - २}{२} = \frac{७०}{२} = ३५\ \text{कोटिः}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{७२+२}{२}=\frac{७४}{२}=३७ \text{ कर्णः}$$

यदि इष्ट ३, भुज १२ हो तब कोटि और कर्ण का मान =

$$\frac{(१२)^२}{३}=\frac{१४४}{३}=४८ \text{ लब्धिः}$$

$$\frac{४८-३}{२}=\frac{४५}{२}=२२\frac{१}{२} \text{ कोटिः}$$

$$\frac{४८+३}{२}=\frac{५१}{२}=२\ \frac{१}{२} \text{ कर्ण}$$

इष्ट ४ कल्पना करने पर

$$\frac{(१२)^२}{४}=\frac{१४४}{४}=३६ \text{ लब्धिः}$$

$$\frac{३६-४}{२}=\frac{३२}{२}=१६ \text{ कोटिः}$$

$$३६+४=\frac{४०}{२}=२० \text{ कर्णः}$$

इसी प्रकार अनेक मान सिद्ध होगें।

इष्टकर्णात् कोटिभुजानयने करणसूत्रम्

इष्टेन निघ्नाद्द्विगुणाच्च कर्णादिष्टस्य कृत्यैकयुजा यदाप्तम्।
कोटिर्भवेत् सा पृथगिष्टनिघ्नी तत्कर्णयोरन्तरमत्र बाहुः ॥ ६ ॥

न्यासः—द्विगुणाच्च कर्णात् इष्टेन निघ्नात् इष्टस्य कृत्यैक भुजा यदाप्तम् सा कोटि र्भवेत्। पृथगिष्टनिघ्नी तत्कर्णयोरन्तरमत्र बाहुः ॥ ६

द्विगुणित कर्ण को इष्ट से गुणा कर (गुणनफल में) इष्ट के वर्ग में १ जोड़कर (योगफल) से भाग देने पर लब्धि कोटि होती है। कर्ण और इष्ट गुणित कोटिका अन्तर भुज होता है। ६

उपपत्ति :—अत्र भु=को×इ – क

वर्गे कृते जातम् भु×भु=(को×इ – क) (को×इ – क)

$$भु^२=को^२\times इ^२ - को\ इ\ क - को\ इ\ क+क^२$$

$$भु^२=को^२\times इ^२ - २\ को\ इ\ क+क^२$$

भुज^२ + कोटि^{२} = कर्ण^२ भवति अतः को^{२} योजनेन

$$भु^२+को^२=को^२\times इ^२ - २\ को\times इ\times क+क^२+को^२$$

$$क^२=को^२\times इ^२ - २\ को\times इ\times क+क^२+को^२$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ततः समशोधनेन जातम्

$$को^2 \times इ^2 \cdot को^2 = २ \; को \times इ \times क \; ततः$$

$$को \times इ^2 + को = २ \; इ \times क = को \times (इ^2 + १)$$

$$अतः \quad \frac{२ \; इ \; क}{इ^2 + १} = कोटिः$$

पूर्वं स्वरूपे कोटेरुत्थापनेन भुजज्ञानमित्युपपन्नम् ।

उदाहरणम्—

पञ्चाशीतिमिते कर्णे यौ यावकरणीगतौ ।

स्यातां कोटिभुजौ तौ तौ वद कोविद सत्वरम् ॥ ४ ॥

हे विद्वन् ! यदि कर्ण का मान ८५ हो तो जो जो अकरणीगत कोटि और भुज के मान हों उन्हें शीघ्र बतलाओ । ४

न्यासः—कर्णः ८५ अयं द्विघ्नः १७०, द्विकेनेष्टेन निघ्नः ३४० इष्ट कृत्या सैकया भक्ता जाता कोटिः ६८ । इयमिष्टगुणाः १३६ कर्णोनिता जाता भुजा ५१ । चतुष्केणेष्टेन वा जातौ कोटि भुजौ ४० । ७५ ।

उदाहरण—कर्ण=८५, कोटि और भुज ज्ञात करना है ।

$$सूत्रम् = \frac{(२ \; कर्ण) \; इष्ट}{(इष्ट)^2 + १} = कोटि$$

कर्ण ∽ (इष्ट × कोटि) = भुज

इष्ट कल्पना किया २, कर्ण=८५

$$अतः \; सूत्रानुसार \quad \frac{(२ \times ८५)२}{(२)^2 + १} = \frac{(१७०)२}{४ + १} = \frac{३४०}{५}$$

$$= ६८ \; लब्धि = कोटिः$$

कर्ण और इष्ट (२) गुणित कोटि ६८ का अन्तर किया

$$६८ \times २ = १३६ - ८५ = ५१ \; भुज$$

अर्थात् कोटि = ६८, भुज = ५१ ।

इसी प्रकार इष्ट = ४ कल्पना करने पर

$$\frac{४(२ \times ८५)}{(४)^2 + १} = \frac{४(१७०)}{१६ + १} = \frac{६८०}{१७} = ४० \; लब्धि = कोटिः$$

इष्ट × कोटि ∽ कर्ण

$$४ \times ४० = १६० - ८५ = ७५ \; भुज$$

अतः कोटि = ४०, भुज = ७५

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

करणसूत्रं वृत्तम्

(सूत्रान्तरं दर्शयति)

इष्टवर्गेण सैकेन द्विघ्नः कर्णोऽथवा हृतः ।
फलोनः श्रवणः कोटिः फलमिष्टगुणं भुजः ॥ ७ ॥

अन्वयः—अथवा इष्टवर्गेण सैकेन द्विघ्नः कर्णः हृतः फलोनः श्रवणः कोटिः फलमिष्टगुणं भुजः । ७

इष्ट वर्ग में १ जोड़कर योगफल से द्विगुणित कर्ण को भाग देने से जो लब्धि हो उसे कर्ण में घटाने से कोटि होती है तथा लब्धि को इष्ट से गुणा करने पर भुज होता है । ७

उपपत्ति :—कल्प्यते यत् $\frac{२ क}{इ^2+१}$ = फ तथा च क − फ = को

ततः— $क^2 - २ क \times फ - फ^2 = कोटि^2$

यतो हि $कर्ण^2 - कोटि^2 = भुज^2$ भवति

अतः भुज वर्ग $= क^2 - (क^2 - २क \times फ + फ^2) = भुज^2$

$$= क^2 - क^2 + २क \times फ - फ^2 = भुज^2$$

$$= २क \times फ - फ^2 = भु^2$$

अत्र फल $= \frac{२क}{इ^2+१}$ अस्योत्थापनेन जातम्

$$\frac{२क \times २क}{इ^2+१} - \frac{(२क)^2}{(इ^2+१)^2} = भु^2$$

$$= \frac{४क^2}{इ^2+१} - \frac{४क^2}{(इ^2+१)^2} = भु^2$$

समच्छेदेन—

$$= \frac{४क^2 \times इ^2 + ४क^2 - ४क^2}{(इ^2+१)^2} = भु^2$$

$$= \frac{४क^2 \times इ^2}{(इ^2+१)^2} = भु^2$$

$$\sqrt{\frac{४क^2 \times इ^2}{(इ^2+१)^2}} = भु$$

$$= \frac{२क \times इ}{इ^2+१} = भु = फ \times इ$$

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—अत्रापि स एव किल कर्णः ८५, अत्र द्विकेनेष्टेन जातौ ५१, ६८ चतुष्केणेष्टेन वा जातौ कोटि भुजौ ७५, ४० अत्र दोः कोटयोर्नामभेद एव केवलम् । न स्वरूप भेदः ॥

उदाहरण—पूर्व उदाहरण ४ के आधार पर

कर्ण = ८५, इष्ट = २

$$\text{सूत्र} = \frac{२ \times \text{कर्ण}}{(\text{इ})^{२}+१} = \text{लब्धि}$$

कर्ण – लब्धि = कोटि

लब्धि × २ = भुज

अतः सूत्रानुसार क्रिया करने पर

$$\frac{२(८५)}{(२)^{२}+१} = \frac{१७०}{५} = ३४ \text{ लब्धि}$$

कर्ण ८५ – ३४ = ५१ कोटि

लब्धि ३४ × २ इष्ट = ६८ भुज

यदि इष्ट = ४

$$\frac{२(८५)}{(४)^{२}+१} = \frac{१७०}{१६+१} = \frac{१७०}{१७} = १० \text{ लब्धि}$$

कर्ण ८५ – १० = ७५ कोटि

लब्धि १०×४ इष्ट = ४० भुज

उत्तर इष्ट=२, कोटि=५१; भुज=६८

इष्ट ४, कोटि=७५ भुज=४०

इष्टाभ्यां भुजकोटिकर्णानयनम्

इष्टयोराहतिर्द्विघ्नी कोटिर्वर्गान्तरं भुजः ।
कृतियोगस्तयोरेवं कर्णश्चाकरणीगतः ॥ ८ ॥

अन्वयः—इष्टयोराहतिर्द्विघ्नी कोटिः, वर्गान्तरं भुजः एवं तयोः कृतियोगः अकरणी गतः कर्णश्च भवति । ८

दो कल्पित इष्टों के गुणनफल को द्विगुणित करने से कोटि तथा उन दोनों इष्टों के वर्गों का अन्तर भुज होता है इसी प्रकार उन दोनों इष्टों का वर्ग योग अकरणीगत कर्ण होता है । ८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—जात्यत्रिभुजे भुजकोटयोर्वर्गयोगः कर्णवर्गसमः। अस्मात् सिद्धान्तात् इष्टयोर्वर्गान्तरं भुजः इति साधुः। बीजगणितीय "चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम्" इत्यादिना। कल्प्यते राशिद्वयम्=रा², रो²

$$४(रा^2 \times रो^2) \backsim (रा^2+रो^2)^2 = (रा^2 - रो^2)^2$$

$$(रा^2+रो^2)^2 = (रा^2 - रो^2)^2 \backsim ४\, रा^2 \times रो^2)$$

मूलग्रहणेन जातम्—

$$रा^2+रो^2 = रा^2 - रो^2 \backsim २(रा \times रो)$$

अत्र $रा^2+रो^2$ = कर्णः, $रा^2 - रो^2$ = भुजः कोटिर्वा।

उपपन्नम्।

उदाहरणम्—

यैर्यैस्त्र्यस्रं भवेज्जात्यं कोटिदोःश्रवणैः सखे।
त्रीनप्यविदितानेतान् क्षिप्रं ब्रूहि विचक्षण ॥ ५ ॥

हे मित्र ! जिन जिन भुज-कोटि कर्णों के आधार पर जात्य त्रिभुज बनता है। हे विद्वन् उन (अज्ञात तीनों भुज, कोटि और कर्ण) का मान ज्ञात कर शीघ्र बताओ ॥५

न्यासः—अत्रेष्टे २, १, आभ्यां कोटिभुजाकर्णाः ४, ३, ५ अथवेष्टे २, ३, आभ्यां कोटि भुज कर्णाः १२।५।१३। अथवेष्टे ४, २ आभ्यां भुजकोटिंकर्णाः १६।१२।२० एवमनेकधा।

उदाहरण—एक जात्य (समकोण) त्रिभुज है जिसमें भुज कोटि कर्ण अज्ञात है। अतः इष्ट कल्पना कर आनयन करेंगे।

कल्पित इष्ट २, १

सूत्र—$२ (इ \times इ)$ = कोटि

$इ^2 - इ^2$ = भुजः

अतः दोनों इष्टों के आधार पर क्रिया करेंगे

$२(२ \times १) = ४ =$ कोटि

$प्र० इ^2 - द्वि. इ^2 = (२)^2 - (१)^2 = ४ - १ = ३ =$ भुज

$\sqrt{भु^2 + कोटि^2} =$ कर्ण

अतः $(४)^2+(३)^2 = १६+९ = \sqrt{२५} = ५$ कर्ण

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इसी प्रकार २, ३ इष्ट मानकर

$२(२\times३) = २(६) = १२$ कोटि

$(३)^२ - (२)^२ = ९ - ४ = ५$ भुज

$\sqrt{(१२)^२ + (५)^२}$ = कर्ण = $\sqrt{१४४+२५}$

= $\sqrt{१६९} = १३$ कर्ण

यदि इष्ट ४, २ कल्पना करें तो—

$२(४\times२) = २(८) = १६$ कोटि

$(४)^२ - (२)^२ = १६ - ४ = १२$ भुज

$\sqrt{(१६)^२ + (१२)^२} = \sqrt{४००} = २०$ कर्ण

उत्तर इष्ट २, १ पर भुज ३, कोटि ४, कर्ण ५

इष्ट ३, २ पर भुज ५, कोटि १२, कर्ण १३

इष्ट ४, २ पर भुज १२, कोटि १६, कर्ण २०

कर्णकोटियुतौ भुजे च ज्ञाते पृथक्करणार्थं सूत्रम्

वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गो वंशोद्धृतस्तेन पृथग्युतोनौ ।
वंशौ तदर्धे भवतः क्रमेण वंशस्य खण्डे श्रुतिकोटिरूपे ॥ ९ ॥

अन्वयः – वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गः वंशोद्धृतः । तेन वंशौ पृथक् युतोनौ तदर्धे क्रमेण श्रुतिकोटिरूपे वंशस्य खण्डे भवतः ॥ ९ ॥

वंश के अग्र और मूल के मध्य भूमि (अर्थात् भुज) के वर्ग को वंश के प्रमाण (कर्ण और कोटि योग) से भाग देकर लब्धि को वंश प्रमाण में पृथक् पृथक् जोड़ कर एवं घटाकर आधा करने से क्रम से कर्ण रूप एवं कोटि रूप वंश खण्ड का मान ज्ञात होगा । अर्थात् वंश प्रमाण में एक स्थान पर जोड़कर आधा करने से कर्ण के रूप में स्थित वंश खण्ड का प्रमाण होगा । तथा दूसरे स्थान में वंश प्रमाण से लब्धि को घटाकर आधा करने से कोटि के रूप स्थित वंश खण्ड का प्रमाण होगा ॥ ९ ॥

उपपत्तिः—अत्र वंशः = कर्णः + कोटिः वंशाग्रमूलान्तरम् = भुजः ।

जात्यत्रिभुजे $कर्ण^२ - कोटि^२ = भुजः^२$

वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं भवतीत्यतः—

(कर्ण + कोटि) (कर्ण − कोटि) = $भुज^२$

वंश (कर्णः − कोटिः) = $भुज^२$

अन्तरम् = (कर्णः − कोटिः) = $\frac{भुज^२}{वंश}$

योगः वंशः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः योगोन्तरेणोन युतेऽर्धितस्तौ इत्यादि सङ्क्रमण रीत्या ।

$$\text{कर्णः} = \frac{\text{वंशः} + \frac{\text{भु}^{२}}{\text{वंश}}}{२}$$

$$\text{कोटिः} = \frac{\text{वंशः} - \frac{\text{भु}^{२}}{\text{वंश}}}{२}$$

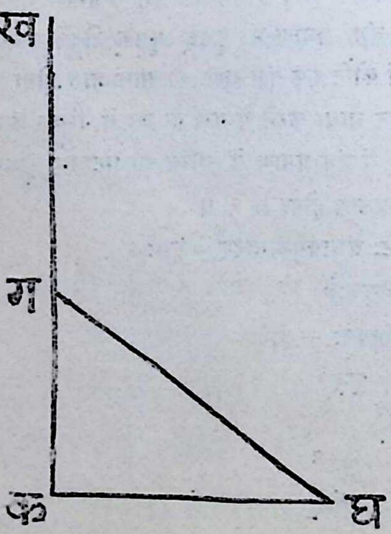
उपपन्नम्

उदाहरणम्—

यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणिप्रमाणो
गणक पवनवेगादेकदेशे स भग्नः ।
भुवि नृपमितहस्तेष्वङ्ग लग्नं तदग्रं
कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥६॥

हे गणितज्ञ ! समतल भूमि पर ३२ हाथ लम्बा एक बाँस (लम्बवत्) खड़ा था वायु वेग से किसी स्थान से टूटकर उसका अग्रभाग वंश मूल से १६ हाथ की दूरी पर भूमि को स्पर्श किया तो बताओ मूल से कितने हाथ पर टूटा था । ६

न्यासः—कर्णकोटियुतिः = ३२, भुजः १६, जाते उर्ध्वाधः खण्डे २०, १२ ।



उदाहरण—बाँस की लम्बाई ३२ हाथ, बाँस के मूल और अग्रभाग का अन्तर १६ हाथ

क ख = बाँस = ३२ हाथ

ग स्थान से टूटा, वंशाग्र ख विन्दु घ विन्दु पर भूमि को स्पर्श किया। क से घ की दूरी १६ हाथ = भुज = (वंशाग्रमूलान्तर) ।

क ग + ग घ = क ख = कोटि + कर्ण = वंश = ३२ हाथ

अर्थात् प्रश्न में कोटि और कर्ण का योग तथा भुज ज्ञात है। कोटि और कर्ण का मान पृथक् पृथक् ज्ञात करना है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सूत्र $= \frac{\text{भुज}^2}{(\text{कोटि} + \text{कर्ण})} =$ लब्धि

$$\frac{(\text{कोटि} + \text{कर्ण}) + \text{लब्धि}}{२} = \text{कर्ण}$$

$$\frac{(\text{कोटि} + \text{कर्ण}) - \text{लब्धि}}{२} = \text{कोटि}$$

अतः सूत्रानुसार क्रिया करने पर

कोटि + कर्ण = ३२, भुज १६

$$\frac{\text{भुज}^2}{(\text{कोटि} + \text{कर्ण})}\ \frac{(१६)^2}{३२} = \frac{२५६}{३२} = ८ \text{ लब्धि}$$

$$\frac{३२+८}{२} = \frac{४०}{२} = २० \text{ हाथ कर्ण}$$

$$\frac{३२-८}{२} = \frac{२४}{२} = १२ \text{ हाथ कोटि}$$

उत्तर—मूल से १२ हाथ की ऊँचाई पर टूटा

टूटे हुये भाग का प्रमाण = २० हाथ।

(अर्थात् कोटि = १२, कर्ण = २०)

कोटौ बाहुकर्णयोगे च दृष्टे सूत्रम्

स्तम्भस्य वर्गोऽहिविलान्तरेण भक्तः फलं व्यालविलान्तरालात्।
शोध्यं तदर्धप्रमितैः करैः स्याद्विलाग्रतो व्यालकलापियोगः ॥१०॥

अन्वयः–स्तम्भस्य वर्गो अहिविलान्तरेण भक्तः फलं व्यालविलान्तरात् शोध्यं तदर्धप्रमितैः करैः विलाग्रतः व्यालकलापियोगः स्यात् ॥ १०

स्तम्भ के वर्ग में अहिविलान्तर (सर्प और विल की दूरी) से भाग देने पर जो लब्धि हो उसे सर्प और विल की दूरी से घटाकर आधा करने से सर्प और मयूर के योग स्थान से विल की दूरी ज्ञात होगी। भुज को कर्ण और भुज के योग से घटाने पर शेष कर्ण होगा। १०

उपपत्तिः—अत्रापि ९ सूत्रानुसारमेवोपपत्तिः

अत्र स्तम्भः = कोटिः ज्ञातः, भुजः+कर्णः = व्यालविलान्तरम्

कोटि^{2} = कर्ण^2 − भुज^2 (वर्गान्तरं योगान्तरघातसमम्)

अतः कोटि^{2} = (कर्ण+भुज) (कर्ण − भुज)

= व्यालविलान्तरम् (कर्ण − भुजः)

$$\frac{\text{कोटि}^2}{(\text{कर्ण} + \text{भुज})} = (\text{कर्ण} - \text{भुजः})$$

∵ कोटिः = स्तम्भः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \frac{\text{स्तम्भः}^2}{\text{व्यालविलान्तरम्}} = \frac{\text{कोटि}^2}{\text{कर्णः} + \text{भुजः}} = (\text{कर्णः} - \text{भुजः}) = \text{लब्धिः}$$

पूर्वोक्तसंक्रमणगणितरीत्या

$$\text{भुजः व्यालविलान्तरम्} = \frac{\text{व्यालविलान्तरम्} - \frac{\text{स्तम्भ}^2}{\text{व्यालविलान्तरम्}}}{2}$$

$$\text{भुजः} = \frac{(\text{कर्ण} + \text{भुज}) - \text{लब्धि}}{2} \quad \text{उपपन्नम्}$$

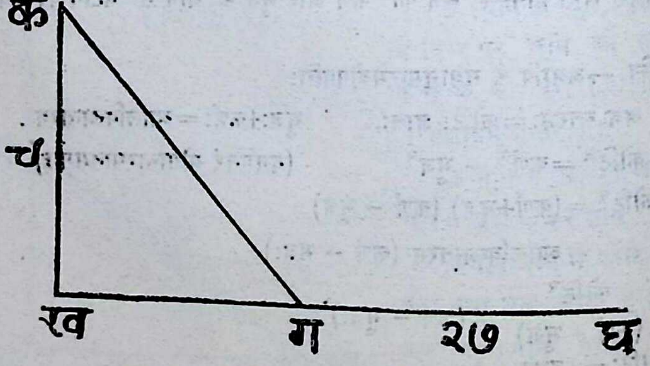
उदाहरणम्—

अस्ति स्तम्भतले विलं तदुपरि क्रीडाशिखण्डी स्थितः
स्तम्भे हस्तनवोच्छ्रिते त्रिगुणितस्तम्भप्रमाणान्तरे।
दृष्ट्वाऽहिं विलमाव्रजन्तमपतत् तिर्यक् स तस्योपरि
क्षिप्रं ब्रूहि तयोर्विलात् कतिकरैः साम्येन गत्योर्युतिः ॥७॥

एक स्तम्भ के नीचे (भूमि पर) एक विल है। ९ हाथ ऊँचे उस स्तम्भ पर एक मयूर वैठा है। उसने स्तम्भ के तीन गुने (९×३=२७) हाथ की दूरी पर विल में आते हुये सर्प को देखा। वह (मयूर) कर्ण मार्ग से (तिर्यग्) उस सर्प को पकड़ने के लिए टूट पड़ा। यदि सर्प और मयूर की गति समान हो तो विल से कितनी दूरी पर मयूर ने सर्प को पकड़ लिया। ६

न्यासः—स्तम्भः ९, अहिविलान्तरम् २७ जाता विलयुत्योर्मध्ये हस्ताः १२।

उदाहरण – स्तम्भ की ऊँचाई = ९ हाथ = कोटि
क ख = स्तम्भः ९ हाथ = कोटि
ख घ = सर्प और विल का अन्तर = २७ हाथ
∴ क ग + ग ख = कर्ण + भुज
ख ग = भुज = ज्ञात करना है।



CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{स्तम्भ}^२}{\text{अहिविलान्तर}} = \frac{\text{कोटि}^२}{(\text{कर्ण} + \text{भुज})} = \text{लब्धि}$$

$$\frac{(\text{कर्ण} + \text{भुज}) - \text{लब्धि}}{२} = \text{भुज}$$

अतः सूत्रानुसार क्रिया करने पर

स्तम्भ = ९ अहिविलान्तर = २७

$$\frac{(९)^२}{२७} = \frac{८१}{२७} = ३ \text{ लब्धि}$$

$$\frac{२७ - ३}{२} = \frac{२४}{२} = १२ \text{ हाथ की दूरी पर मयूर ने सर्प को पकड़ा}$$

उत्तर=१२ हाथ भुज, अथवा व्याल मयूर की युति,

२७ – १२ = १५ हाथ कर्ण मान

कोटिकर्णान्तरे भुजे च दृष्टे सूत्रम्

भुजाद्वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं द्विधा कोटिकर्णान्तरेणोनयुक्तम् ।
तदर्धे क्रमात् कोटिकर्णौ भवेतामिदं धीमताऽऽवेद्य सर्वत्र योज्यम् ॥
सखे पद्मतन्मज्जनस्थानमध्यं भुजः कोटिकर्णान्तरं पद्मदृश्यम् ।
नलः कोटिरेतन्मितं स्याद्यदम्भो वदैवं समानीय पानीयमानम् ॥

अन्वयः - भुजात् वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं द्विधा, कोटिकर्णान्तरेण ऊनं युक्तम् तदर्धं, क्रमात् कोटिकर्णौ भवेतां इदं धीमतां आवेक्ष्य सर्वत्र योज्यम् । ११

सखे ! पद्मतन्मज्जनस्थानमध्यं भुजः, पद्मदृश्यं कोटिकर्णान्तरं, नलः कोटिः एतन्मितं अम्भः स्यात् एवं पानीयमानं समानीय वद । १२

भुजवर्ग में कोटि और कर्ण के अन्तर से भाग देने पर जो लब्धि प्राप्त हो उसे कोटिकर्णान्तर में घटाकर तथा जोड़कर आधा करने से क्रम से कोटि और कर्ण का मान होता है। इस नियम का व्यवहार बुद्धिमान व्यक्ति को सर्वत्र करना चाहिये । ११

१. वेक्ष्य, २. स्याद्यदम्भः, स्याद्यतोऽम्भो पाठान्तराणि ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे सखे (प्रस्तुत उदाहरण में) कमल और उसके डूबने के स्थान के मध्य की दूरी भुज है।

दृश्यकमल कोटि और कर्ण का अन्तर है (अर्थात् $\frac{1}{2}$ कमल की कली का जल के ऊपर प्रमाण = कोटि कर्णान्तर)। कमलनाल कोटि। कोटि (नाल) तुल्य ही जल का प्रमाण है। इस प्रकार नाल का मान ज्ञात कर जल का प्रमाण (गहराई) बताओ। १२

उपपत्तिः—भुजः कोटिकर्णान्तरञ्चात्र ज्ञातम्, कोटिकर्णान्तरम् = क − को

(पूर्वोक्तरीत्या) भुज^2 = कर्ण^2 − कोटि^{2}

वर्गान्तरं योगान्तरघातसममिति

भुज^2 = (कर्ण + कोटि) (कर्ण − कोटि)

$$\frac{\text{भुज}^2}{(\text{कर्ण} - \text{कोटि})} = (\text{कर्ण} + \text{कोटि}) = \text{लब्धिः}$$

सङ्क्रमणरीत्या योज्योनीकृत्यार्धितेरिति

$$\frac{\text{लब्धिः} - \text{क. को.}}{2} \text{ अथवा } \frac{\frac{\text{भुज}^2}{\text{कर्ण} - \text{कोटि}} - \text{क. को.}}{2} = \text{कोटिः}$$

$$\frac{\frac{\text{भुज}^2}{\text{क} - \text{को}} + \text{क. को.}}{2} = \text{कर्णः}$$

उपपन्नम्

उदाहरण :—

चक्रक्रौञ्चाकुलितसलिले क्वापि दृष्टं तडागे
तोयादूर्ध्वं कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम्।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक कथय क्षिप्रमम्भः प्रमाणम् ॥८॥

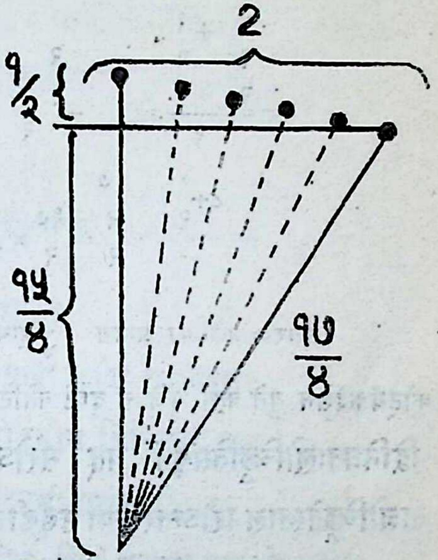
हे गणक ! चक्रवाक और क्रौञ्च पक्षियों से सुशोभित किसी सरोवर में जल से ऊपर $\frac{1}{2}$ हाथ तुल्य कमलकली का अग्रभाग दिखलाई पड़ा जो मन्द-मन्द वायु के वेग से आहत हो कर दो हाथ आगे जाकर जल में डूब गया तो जल का प्रमाण बताओ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South.Center

न्यासः—कोटिकर्णान्तरम् $\frac{१}{२}$; भुजः २; लब्धं जलगाम्भीर्यम् $\frac{१५}{४}$ इयं कोटिः। इयमेव कलिकामानयुतं कर्णः $\frac{१७}{४}$।

दाहरण—



$$सूत्र = \frac{भु^{२}}{कोटिकर्णान्तर} = लब्धि$$

$$\frac{लब्धि - (क - को)}{२} = कोटि$$

$$\frac{लब्धि^{२} + (क. - को)}{२} = कर्णः$$

कोटिकर्णान्तर $= \frac{१}{२}$ तथा भुज = २ ज्ञात है।

∴ सूत्रानुसार कार्य करने पर $[(२)^{२} \div \frac{१}{२}] - \frac{१}{२}$

$$= \frac{\frac{(२)^{२}}{\frac{१}{२}} - \frac{१}{२}}{२}$$

$$= \frac{४ \times \frac{२}{१} - \frac{१}{२}}{२} = \frac{८ - \frac{१}{२}}{२}$$

$$= \frac{१५}{२ \times २} = \frac{१५}{४} = कोटि,$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∴

$$\text{एवं कर्ण} = \frac{\frac{\text{भु}^2 (\text{भुज वर्ग})}{\text{को० क० अ०}} + \text{को०क०अ०}}{२} = \frac{\frac{\frac{२^2}{१} + \frac{१}{२}}{\frac{१}{२}}}{२}$$

$$= \frac{\frac{\frac{४}{१} + \frac{१}{२}}{\frac{१}{२}}}{२} = \frac{४ \times \frac{२}{१} + \frac{१}{२}}{२}$$

$$= \frac{८ + \frac{१}{२}}{२} = \frac{\frac{१७}{२}}{२} = \frac{१७}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{१७}{४} = \text{कर्ण}$$

उत्तर = जल का प्रमाण $\frac{१५}{४}$ हाथ

कोट्यैकदेशेन युते कर्णे भुजे च दृष्टे कोटिकर्ण ज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः ।
तालोच्छ्रितेस्तालसरोऽन्तरघ्न्या उड्डीनमानं खलु लभ्यते तत् ॥१३॥

अन्वयः— द्विनिघ्नतालोच्छ्रिति संयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन तामेव ताल सरोऽन्तरघ्न्याः तालोच्छ्रितेस्ताल सरोऽन्तरघ्न्या विभाजितायाः यल्लभ्यते, तत् खलु उड्डीनमानं स्यात् ।

द्विगुणित ताल की ऊँचाई से युत ताल-सरोवर के अन्तर से ताल की उँचाई गुणित ताल-सरोवरान्तर में भाग देने पर लब्धि उड्डीनमान होता है ।

उपपत्तिः – कल्प्यते तालोच्छ्रितिमानम् = ता उ, सरोऽन्तरं = स अ

उड्डीनमानम् = उ

∴ कोटिः = ता उ + उ

भुजः = स अं

कर्णः = ता उ – उ + स अं.

∵ $\text{कर्ण}^2 = \text{भुज}^2 + \text{कोटि}^2$

∴ $(\text{ता उ} - \text{उ} + \text{स अं})^2 = (\text{स उ})^2 + (\text{ता} + \text{उ})^2$

या, ता उ – उ + स अं) (ता उ – उ + स अं) = $(\text{स अं})^2$ + (ता उ + उ) (ता उ + उ)

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

या, ता उ² − ता उ × उ + ता उ × स अं − ता उ × उ + उ² − स उ × उ
+ ता उ × स अं − स अ × उ + स अ² = स अं² + ता उ² + उ² + ता उ × उ

या, २ ता उ × स अं − २ ता उ × उ − २ स अं × ३ = २ ता उ० × उ०

या, २ ता उ × स अं = २ ता उ × उ + २ ता उ × उ + २ स अं × उ

या, २ ता उ × स अं = ४ ता उ × उ + २ स अं उ

या, २ ता उ × स अं = २ उ (२ ता उ + स अं)

$$\text{या,}\ \frac{\text{२ ता उ × स अं}}{\text{(२ ता उ + स अं)}} = \text{२उ}$$

$$\text{या}\ \frac{\text{२ ता उ × स अं}}{\text{२ (२ ता उ + स अं)}} = \text{उ} = \text{उड्डीनमानम्}$$

उदाहरणम्—

वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्याथ परो द्रुतं श्रुतिपथेनोड्डीय किञ्चिद्द्रुमात् ।
जातैवं समता तयोर्यदि गताबुड्डीनमानं कियद्-
विद्वँश्चेद् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाऽऽचक्ष्व मे ॥९॥

हे विद्वन् ! १०० हाथ ऊँचे वृक्ष पर बैठे दो बन्दरों में एक बन्दर वृक्ष से नीचे उतर कर वृक्षमूल से २०० हाथ की दूरी पर स्थित सरोवर में गया । दूसरा वन्दर वृक्ष के शीर्ष से कुछ ऊपर उछल कर कर्ण मार्ग द्वारा सरोवर में कूद गया । यदि दोनों वन्दरों का गमन मार्ग एवं गति प्रमाण तुल्य हो तो शीघ्र बताओ की दूसरा बन्दर कितनी ऊँचाई तक उछला । ९

न्यासः— वृक्षवाप्यन्तरम् = २००; वृक्षोच्छ्रायः = १००; लब्धमुड्डीनमानम् = ५०; कोटिः = १५०; भुजः = २००; कर्णः २५० ।

उदाहरण—

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{(ता. स. अ × ता. उ)}}{\text{(२ ता. उ. + स. अ.)}} = \text{उ. मान}$$

प्रस्तुत प्रश्न में—ता. उ. = १००

ताल सरान्त = २००

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

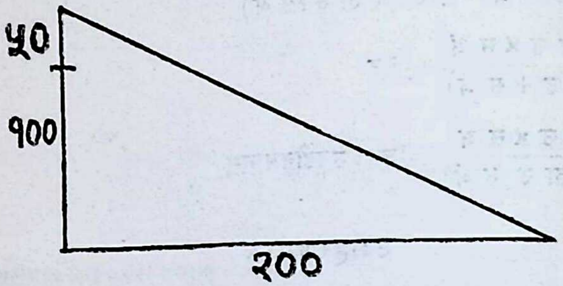
अतः $\frac{२००\times१००}{२(१००)+२००} = \frac{२००००}{४००}$

$= ५०$ हाथ उड्डीनमान

$१००+५० = १५०$ वृ उ.+उ. मा.$=$कोटि

$क^२ = भु^२ + को^२$

$= १५०^२ + २००^२$



$क^२ = २२५०० + ४००००$

$= ६२५००$

$\sqrt{क^२} = \sqrt{६२५००}$

$क = २५०$

उत्तर—उड्डीनमान $=$ ५० हाथ

कर्ण मान $=$ २५० हाथ

भुजकोट्योर्योगे कर्णे च ज्ञाते पृथक्करणसूत्रं वृत्तम्—

कर्णस्य वर्गाद्द्विगुणाद्विशोध्यो
दोःकोटियोगः स्वगुणोऽस्य मूलम् ।
योगो द्विधा मूलविहीनयुक्तः
स्यातां तदर्धे भुजकोटिमाने ॥१४॥

अन्वयः—द्विगुणतकर्णस्य वर्गाद् स्वगुणोः दोः कोटि योगः (स्वेनैव गुणितं वर्गीकृतं भुजकोट्योर्योगः) विशोध्यः, अस्य मूलं ग्राह्यम्, योगः (भुज कोटि योगः) द्विधा मूलविहीनयुक्तः तदर्ध्ये क्रमेण भुज कोटिमाने स्याताम् ॥१४॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

द्विगुणित कर्ण वर्ग में भुज कोटि योग वर्ग को घटाकर उसका मूल लेकर उसे दो स्थान में रखकर, एक जगह भुज कोटि योग में घटाकर तथा दूसरी जगह जोड़ कर उसका आधा करने पर क्रमशः भुज और कोटि के मान होते हैं ॥१४॥

उपपत्तिः—अत्र कल्प्यते भुजकोटियोगः = भु + को = अ; कर्ण = क

$\therefore$ योग^2 = अ^2 = (भु + को)^2

या, अ^2 = भु^{2} + को^{2} + २ भु को

परन्तु क^2 = भु^{2} + को^{2}

$\therefore$ अ^2 = क^2 + २ भु को

या, अ^2 − २ भु को = क^2

अथवा − २ भु को = क^2 − अ^2

अत्र पक्षयोः 'क^2' योजनेन

क^2 − २ भु को = २ क^2 − अ^2

= भु^{2} + को^{2} − २ भु को = २ क^2 − अ^2 (अत्र क^2 = भु^{2} + को^{2})

= (भु − को)^2 = २क^2 − अ^2

$\therefore$ भु − को = $\sqrt{\text{२ क}^2 - \text{अ}^2}$

अत्र यदि $\sqrt{\text{२क}^2 - \text{अ}^2}$ = व = मूलम्

$\therefore$ भु − को = $\sqrt{\text{२क}^2 - \text{अ}^2}$ = व

'योगोऽन्तरेणोनयुतो·········' इत्यादिना

$\because$ भु + को = योग = अ एवं भु − को = मूलम् = व

भु + को − भु + को = अ − व

या, २ को = अ − व

$$\therefore \text{को} = \frac{\text{अ} - \text{व}}{\text{२}} = \frac{\text{योग} - \text{मूल}}{\text{२}}$$

एवं

भु + को + भु − को = अ + व

$\therefore$ २ भु = अ + व

$$\text{या}\quad \text{भु} = \frac{\text{अ} + \text{व}}{\text{२}}$$

$$= \frac{\text{योग} + \text{मूल}}{\text{२}}$$ उपपन्नम्

उदाहरणम्—

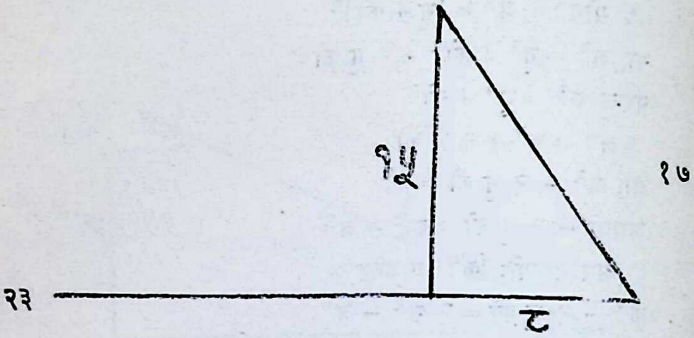
दश सप्ताधिकाः कर्णस्त्र्यधिका विंशतिः सखे।
भुजकोटियुतिर्यत्र तत्र ते मे पृथग्वद ॥ १० ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे मित्र ! जहाँ कर्ण १७ और भुज कोटि योग २३ है, वहाँ भुज और कोटि का मान अलग-अलग बताओ।

न्यासः - कर्णः १७; दोः कोटियोगः २३, जाते भुजकोटि माने ८, १५।



उदाहरणः—

सूत्र $=\sqrt{२ क^२ - (भु + को)^२}=$ मूलम्

$\frac{(भुज \pm को) \cdot मूल)}{२}=$ भुज, कोटि

कर्ण $= १७$ एवं भुज+कोटि $= २३$

$\therefore क^२ = १७^२ = २८९$

इसे द्विगुणित करने पर

$२८९ \times २ = ५७८ \cdots\cdots (१)$

$\because (भुज + कोटि)^२ = २३^२ = ५२९$

अतः (१) में ५२९ घटाने पर

$५७८ - ५२९ = ४९$

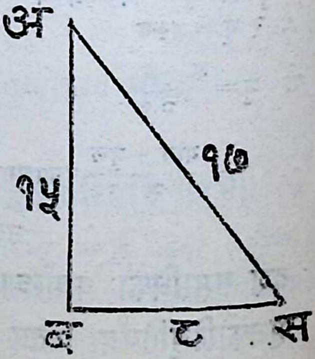
इसका मूल लेने पर

$\sqrt{४९} = ७$

$\frac{२३ - ७}{२} = \frac{१६}{२} = ८ =$ भुज

एवं २३ में जोड़कर आधा करने पर —

$\frac{२३ + ७}{२} = \frac{३०}{२} = १५$ कोटि



CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः उत्तर भुजः = ८,

कोटि = १५

प्रक्षेपः—

उदाहरणम्—

दोः कोट्योरन्तरं शैलाः कर्णो यत्र त्रयोदश।
भुजकोटी पृथक् तत्र वदाशु गणकोत्तम्॥

हे गणकोत्तम! यदि भुज और कोटिका अन्तर ७ है तथा कर्ण का मान १३ है तो भुज और कोटि का मान पृथक्-पृथक् वताओ।

न्यासः—कर्णः १३, भुजकोट्योरन्तरम् = ७, भुजकोटी ५।१२।

उदाहरण— सूत्र = $२(\text{क})^२ - (\text{भु. को. अ.})^२ = \sqrt{\text{शेषः}} = \text{मूलम्}$

$$\frac{\text{भु. को. अ.} \pm \text{मू}}{२} = \text{भु., को.}$$

कर्ण = १३

भुजकोट्यन्तर = ७

अतः $२(१३)^२ - (७)^२ ।\ \ २(१६९) - ४९$

$= २(१६९) = ३३८ - ४९ = २८९$

$\sqrt{२८९} = १७$

$१७ + ७ = \frac{२४}{२} = १२$ कोटि

$१७ - ७ = \frac{१०}{२} = ५$ भुजः

कर्णस्य वर्गाद् दलिताद् विशोध्य दोः कोटियोगार्धकृतिं पदं यत्।
तदूनयुक्ते भुजकोटियोगदले भवेतां भुजकोटिमाने॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लम्बाऽऽबाधाऽऽनयनम्—

अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगाद्वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्बः ।
वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे ॥१५॥

अन्वयः—वेण्वोः (समतलभूमिस्थितयोः द्वयोर्वेण्वोः) वधे योगहृते अन्योन्यमूलाग्र सूत्र योगाद् (वेण्वोरन्यमूलाग्रगं यत्सूत्रं तयोः सूत्रयोगाद् भूमौ अवलम्बितं सूत्रं) अवलम्बः स्यात् । वंशौ भूघ्नौ स्वयोगेन हृतौ (विभक्तौ) लम्बोभयतः (लम्बमूलाद् वेणुमूलान्तर गतौ) कुखण्डे च स्याताम् ।

समतल भूमि में स्थित दोनों वंशों के गुणनफल में वंशों के योग से भाग देकर परस्पर वंशों के मूल और शिखर को मिलाने वाली रेखाओं के योग विन्दु से भूमि पर अवलम्बित सूत्र लम्ब होता है । उन्हीं दोनों वंशों को अभीष्ट आधार से पृथक् पृथग् गुणा करके दोनों वंशों के योग से भाग देने पर लम्ब के दोनों ओर की आबाधा के मान ज्ञात होते हैं । १५

उपपत्तिः—अ ब=वंशः=व, द स=वंश=य

वंशयोर्योगविन्दुः=क, लम्बः=क ख=ल, अन्योन्यमूलाग्रसूत्रे=अ स, द ब, आ बा धा= ख स=आ, ब स=भूमि=भू अत्र अ ब स, क ख स त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातेन=

$$\text{ख स} = \text{आ} = \frac{\text{ब स} \times \text{क ख}}{\text{अ ब}}$$

$$= \frac{\text{भू ल}}{\text{व}} \quad \ldots\ldots\ldots (१)$$

एवं द स ब, क ख ब त्रिभुजयोः साजात्यानुपातः

$$\text{ब ख} = \text{आ} = \frac{\text{स ब} \times \text{क ख}}{\text{द स}} = \frac{\text{भू} \times \text{ल}}{\text{व}} \ldots\ldots\ldots (२)$$

(१), (२) अनयोर्योगः –

$$\text{आ}' + \text{आ} = \frac{\text{भू} \times \text{ल}}{\text{व}} + \frac{\text{भू} \times \text{ल}}{\text{व}'}$$

$$\text{ब स} = \text{भूमि} = \text{भू} = \text{वं} = \frac{(\text{भू. ल} + \text{व. भू. ल})}{\text{व. व}'}$$

$$\text{भू} = \frac{\text{भू. ल}}{\text{वं}} \frac{(\text{व}' + \text{व})}{\text{व}'}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$भू\times वं\times व' = भू, ल\ (वं' + व) \quad \frac{भू\times वं\times व'}{वं'+व} = भू.\ ल$$

या, $\frac{भू\times वं\times व'}{भू\ (व'+व)} = ल.$ अनेन (i), (ii) उत्थापनेन जातम् —

$$आ = \frac{भू\times ल}{व'} = \frac{भू\times व\times वं'}{\frac{व+व'}{व'}} = \frac{भू\times व\times व'}{व'(व+व')} = \frac{भू\times व}{व+व'}$$

$$एवं\ आ' = \frac{भू\times ल}{व} = \frac{भू\times व\times व}{\frac{(व+व)}{व}} = \frac{भू\times व\times व'}{व(व+व')} = \frac{भू\times व'}{व+व'}$$

—उपपन्नम्

उदाहरणम्—

पञ्चदशदशकरोच्छ्रयवेण्वोरज्ञातमध्यभूमिकयोः ।
इतरेतरमूलाग्रगसूत्रयुतेर्लम्बमानमाचक्ष्व ॥११॥

दो वंश क्रमशः १५ एवं १० हाथ ऊँचे हैं। दोनों के मध्य की भूमि अज्ञात है। परस्पर एक के शीर्ष से दूसरे के मूल तक सूत्र बाँध देने पर दोनों सूत्रों के योगविन्दु से लम्ब का मान क्या होगा ? ११

न्यासः—वंशौ १५।१०। जातो लम्बः ६। वंशान्तरभूः ५। अतो जाते भूखण्डे ३।२। अथवा भूः १०। खण्डे ६।४। वा भूः १०। खण्डे ९।६।वा भूः २०। खण्डे १।८ एवं सर्वत्र लम्बः स एव । यद्यत्र भूमि तुल्ये भुजे वंशः कोटिस्तदा भूखण्डेन किमिति त्रैराशिकेन सर्वत्र प्रतीतिः ।

उदाहरण—वृहद् वंश = १५; लघु वंश = १० लम्ब = क ख, सूत्रयोग विन्दु १५ = क और अभीष्ट भूमि = २

सूत्रानुसार दोनों वंशों के गुणनफल में दोनों के योग का भाग देने से—

$$\frac{१५\times १०}{१५+१०} = \frac{१५०}{२५} = ६ = लम्ब,$$

प्रकारान्तर—यहाँ △ अ ब स और △ द स ब और △ क ख स त्रिभुजों के सजातीय होने के कारण—

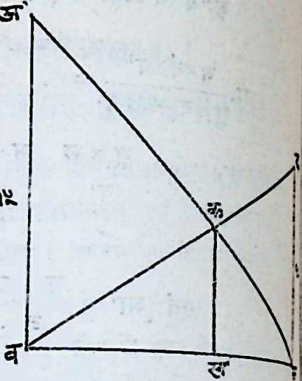
$$ख\ स = \frac{२\times क\ ख}{१०} \ldots\ldots (i)$$

११ ली०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इसी प्रकार △ द स ब और △ क ख ब के सजातीय होने के कारण—



$$\text{ब ख} = \frac{२ \times \text{क ख}}{१०} \ldots\ldots\ldots (ii)$$

समी० (i), (ii) को जोड़ने पर

$$\text{ख स} + \text{ब ख} = \frac{२ \times \text{क ख}}{१५} + \frac{२ \times \text{क ख}}{१०}$$

$$\text{ब स} = \frac{२ \times \text{क ख}}{१५} + \frac{२ \times \text{क ख}}{१०}$$

$$\text{बस} = \frac{१० \times २ \times \text{क ख} + १५ \times २ \times \text{क ख}}{१५ \times १०}$$

$$२ = \frac{२० \text{क ख} + ३० \text{क ख}}{१५०} = \frac{५० \text{क ख}}{१५०} \mid २ = \frac{\text{क ख}}{३}$$

$२ \times ३ = \text{क ख} = \text{लम्ब} = ६$

अवाधा साधन—इष्ट भूमि = ५

$$\frac{१५ \times ५}{१५ + १०} = \frac{७५}{२५} = ३ \text{ प्र. आवाधा}$$

$$\frac{१० \times ५}{१५ + १०} = \frac{५०}{२५} = २ \text{ द्वि. आबाधा}$$

इसी प्रकार कोई भी अभीष्ट भूमि से आवाधाओं का मान ज्ञात किया जा सकता है।

अक्षेत्रलक्षणम्

(केषाञ्चित् पाठः)

स्वल्पा तदितरभुजयुतिरथवा तुल्यैक भुजमानात् ।
अदि्दष्टा यदि मोहान्नेदृक्क्षेत्रं भवत्यतोऽक्षेत्रम् ॥

अन्वय :—तत् (कश्चिदेकभुजः) इतर भुजयुतिः स्वल्पा अथवा एक भुजमान तुल्यः यदि मोहात् उद्दिष्टः इदृक् क्षेत्रं न भवति । अतो अक्षेत्रम् ।

किसी भी क्षेत्र में एक भुजा के मान से अन्य भुजाओं का योग स्वल्प अथवा तुल्य हो तो वह क्षेत्र नहीं होता। यदि मोह (भ्रम) वश कोई उक्त प्रकार का क्षेत्र बतलाया है तो उसे अक्षेत्र ही मानना चाहिये क्योंकि ऐसा कोई क्षेत्र नहीं होता। १६

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम्—

चतुरस्रे द्विषड्द्व्यर्का भुजास्त्र्यस्रे त्रिषण्णव ।
उद्दिष्टा यत्र धृष्टेन तदक्षेत्रं विनिर्दिशेत् ॥१॥

किसी चतुर्भुज में २, ६, ३ और १२ क्रम से भुजाओं के मान हैं तथा किसी त्रिभुज में भुजायें क्रम से ३, ६, ९ है। इस प्रकार किसी धृष्ट ने क्षेत्र परिमाण बतलाया हो तो उसे अक्षेत्र कहना चाहिये ॥ १

रेखागणितीय सिद्धान्त के अनुसार किसी भी त्रिभुज में दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है। समान एवं छोटा नहीं हो सकता। इसी प्रकार किसी भी चतुर्भुज की तीन भुजाओं का योग चौथी से बड़ा होगा छोटा या तुल्य नहीं हो सकता। प्रस्तुत उदाहरण में चतुर्भुज की चारों भुजायें क्रम से २, ६, ३, १२ है। यहाँ तीन भुजाओं का योग २+६+३=११, चौथी भुजा १२ से अल्प है अतः यह क्षेत्र सम्भव नहीं। इसी प्रकार एक त्रिभुज की तीन भुजायें क्रम से ३, ६, ९ हैं। इनमें भी दो भुजाओं का योग ३+६=९ यह तीसरी भुजा ९ के तुल्य है अतः उक्त दोनों ही क्षेत्र असम्भव हैं। अतः ये अक्षेत्र हैं।

आबाधादीनां साधनपूर्वकं क्षेत्रफलानयनम्—

त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो भुवा हृतो लब्ध्या ।
द्विष्ठा भूरूनयुता दलिताऽऽबाधे तयोः स्याताम् ॥१७॥
स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः ।
लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति ॥१८॥

अन्वयः—त्रिभुजे भुजयोर्योगः तदन्तरगुणः भुवा हृतः लब्धा द्विष्ठा, भूरून युता दलिता तयोः आबाधे स्याताम्।

स्वाबाधा भुजकृत्योरन्तरमूलं लम्बः प्रजायते। लम्बगुणं भूम्यर्धं त्रिभुजे स्पष्टं फलं (क्षेत्रफलं) भवति। १७, १८

त्रिभुज की दो भुजाओं के योग को उन्हीं दोनों भुजाओं के अन्तर से गुणाकर आधार (तृतीय भुज) से भाग देने पर जो लब्धि प्राप्त हो उसे दो स्थानों पर रखकर एक स्थान में आधार में घटाकर आधा करने से तथा द्वितीय स्थान में आधार में जोड़कर आधा करने से क्रम से दोनों आबाधायें आ जाती है। अपनी आबाधा और भुज के वर्गों के अन्तर का वर्गमूल लम्ब होता है।

लम्ब और आधार के गुणनफल को आधा करने से त्रिभुज का स्पष्ट क्षेत्रफल होता है। १७, १८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम्–

क्षेत्रे मही मनुमिता त्रिभुजे भुजौ तु
यत्र त्रयोदशतिथिप्रमितौ च यस्य।
तत्रावलम्बकमथो कथयावबाधे
क्षिप्रं तथा च समकोष्ठमितिं फलाख्याम् ॥

जहां त्रिभुज क्षेत्र में आधार १४; दोनों भुजायें क्रम से १३ और १५ हैं। उस त्रिभुज के लम्ब और दोनों आबाधाओं का मान बताओ। तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल बतलाओ। १४

न्यासः—भूः १४, भुजौ १३, १५, लब्धे आबाधे ५।९ लम्बश्च १२, क्षेत्रफलम् ८४।

उदाहरण—त्रिभुज का आधार १४, एक भुजा १३, दूसरी भुजा १५, लम्ब आधार की दोनों आबाधायें तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

$$\text{सूत्र} = \frac{\frac{(\text{१ भु} + \text{२ भु})(\text{१ भुज} \backsim \text{२ भुज})}{\text{आधार}} + \text{आधार}}{\text{२}} = \text{प्रथम आबाधा}$$

$$\frac{\text{आधार} - \frac{(\text{१ भु} + \text{२ भु})(\text{१ भुज} - \text{२ भुज})}{\text{आधार}}}{\text{२}} = \text{द्वितीय आबाधा}$$

अतः सूत्रानुसार दोनों भुजाओं के योग और अन्तर के गुणनफल में आधार का भाग दिया।

१५+१३=२८ योग। १५ - १३=२ अन्तर

२८×२=५६ गुणनफल

$$\text{५६} \div \text{१४} = \frac{\text{५६}}{\text{१४}} = \text{४ लब्धि}$$

$$\frac{\text{१४} - \text{४}}{\text{२}} = \frac{\text{१०}}{\text{२}} = \text{५ प्रथम आबाधा}$$

$$\frac{\text{१४} + \text{४}}{\text{२}} = \frac{\text{१८}}{\text{२}} = \text{९ द्वितीय आबाधा}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लम्बसाधन—

भुज^{२} − आधार^{२} = भु^{२} − आबाधा^{२} = लम्ब^{२}

अतः $(१३)^{२} - ५^{२}$ (प्र. आवाधा^{२})

$= १६९ - २५ = १४४$

$\sqrt{१४४} = १२$ लम्ब

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{२}$$ । यहाँ आधार=१४

अतः $\frac{१२ \times १४}{२} = ८४$ क्षेत्रफल

उत्तर—प्रथम आबाधा ५, द्वितीय आबाधा ९, लम्ब १२ क्षेत्रफल ८४ ।

उदाहरणम्—

दशसप्तदशप्रमौ भुजौ त्रिभुजे यत्र नवप्रमा मही ।
अबधे वद लम्बकं तथा गणितं गाणितिकाशु तत्र मे ॥२॥

' हे गणितज्ञ ! जिस त्रिभुज में दोनों भुजायें क्रम से १० और १७ हैं तथा भूमि (आधार) ९ है । उस त्रिभुज की आबाधाओं, लम्ब एवं क्षेत्रफल को शीघ्र बतलाओ । १५

न्यासः—भुजौ १०, १७, भूमिः ९ । अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योगः इत्यादिना लब्धम् २१, जाते आवाधे ६, १५ अत्रोभयत्रापि जातो बहिर्लम्बः ८, अत्र फलम्=३६ ।

उदाहरण—प्रथम भुजा अ व=१०, द्वितीय भुजा अ स=१७, व स=आधार=९, अ द लम्ब, आबाधा (द व, द स) और क्षेत्रफल ज्ञात करना है ।

पूर्वसूत्रानुसार—(त्रिभुजे भुजयोर्योगः इत्यादि) दोनों भुजाओं के योग को दोनों के अन्तर से गुणाकर आधार से भाग दिया ।

$$\frac{(१७+१०) \times (१७-१०)}{९} = \frac{२७ \times ७}{९} = २१ \text{ लब्धि}$$

लब्धि से भूमि को घटाकर तथा जोड़कर आधा करने से क्रमशः दोनों आबाधायें ।

$$२१ - ९ = \frac{१२}{२} = ६ \text{ प्रथम आबाधा} = \text{द व}$$

$$२१ + ९ = \frac{३०}{२} = १५ \text{ द्वितीय आबाधा} = \text{द स}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{\{(\text{व स}+\text{अ व})^2-\text{अस}\}\ \{\text{अ स}^2-(\text{ब स}-\text{अ स}^2)\}}{4\times\text{बस}^2\times\text{अ ब}^2}$$

पुनस्तथैव वर्गान्तरं योगान्तरघातसमम्

$$\frac{(\text{व स}+\text{अ व}-\text{अ स})\ (\text{ब स}+\text{अ ब}-\text{अ स})}{४\ \text{ब स}^2\times\text{अ ब}}\times$$

$$(\text{अ स}+\text{व स}-\text{अ स})\ (\text{अ स}+\text{अ ब}-\text{ब स})=\text{ज्या ब}^2$$

$$\text{अत्र ब स}+\text{अ व}+\text{अ स}=\text{योगः}=२\ \frac{\text{योग}}{२}$$

अस्योत्थापनेन—

$$\frac{२\text{योगार्ध}\times२(\text{योगार्ध}-\text{अ स})\times२(\text{योगार्ध}-\text{अ ब})\times२(\text{योगार्ध}-\text{ब स})}{४\text{ब स}\times\text{अ ब}}=\text{ज्या ब}^2$$

$$\text{अतः}\ \frac{\text{योगार्ध}\ (\text{योगार्ध}-\text{अ स})\ ४\ (\text{योगार्ध}-\text{अ ब})\ (\text{योगार्ध}-\text{ब स})}{\text{ब स}^2\times\text{अ ब}^2}=\text{ज्या ब}^2$$

अस्य मूलग्रहणेन जातम्—

$$\text{ज्या ब}=२\frac{\sqrt{\text{योगार्ध}\ (\text{योगार्ध}-\text{अ स})\ (\text{योगार्ध}-\text{अ ब})\times\text{योगार्ध}-\text{ब स}}}{\text{ब स}^2\times\text{अ ब}^2}=\text{ज्या ब}$$

$$\text{अतः}\ \frac{\text{ज्या ब}\times\text{ब स}\times\text{अ ब}}{२}=\text{जातं त्रिभुज फलमिति}$$

तुल्य गुणहरयोर्नाशात्

$$\sqrt{\text{योगार्ध}\ (\text{योगार्ध}-\text{अ स})\ (\text{योगार्ध}-\text{अ ब})\times(\text{योगार्ध}-\text{ब स})}=\text{त्रिभुजफलम्}$$

उपपन्नम्

चतुर्भुजफलानयनमुपपाद्यते—

अत्र कल्प्यते अ इ उ क चतुर्भुजं यत्र क्रमशः अ इ, उ इ, इ क, क अ भुजाः। अ इ उ क कर्णौ तदा अ उ क, इ उ क त्रिभुजयोः फलयोगः अ उ इ क चतुर्भुजफलमिति सुस्पष्टम्।

परं "भुजमध्यगता जीवा" इत्यादिना त्रिभुजफलानयनप्रकारेण उ अ, अ क भुजाभ्यां गुणिता द्विभक्ता उ अ क त्रिभुजफलं भवति।

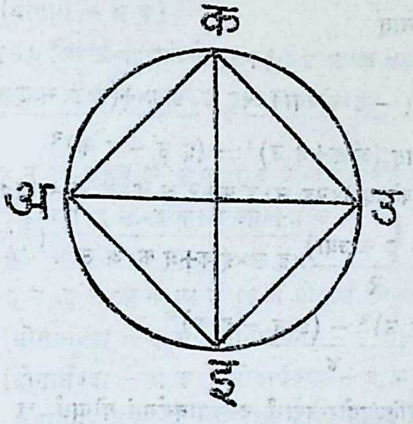
CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि उ अ क कोणः = अ

उ इ क कोणः = इ

$$\frac{\text{ज्या अ×उ अ×अ क}}{२} = \text{उ अ क}\triangle\text{ फलम् ।}$$



$$\frac{\text{ज्या इ×उ इ×इ क}}{२} = \triangle\text{ उ इ क त्रिभुजफलम्}$$

अनयोर्योगेन जातम्

$$\frac{\text{ज्या अ×उ अ×अ द + ज्या इ×उ इ×इ क}}{२} = \text{चतुर्भुजफलम् ।}$$

"भुजवर्गयुतिर्भूमिवर्गोना भुजघातहृत" इत्यादिना उ क कर्णोभयपार्श्वगत त्रिभुजद्वये ।

$$\frac{\text{अ क}^२\text{+अ उ}^२ - \text{उ क}^२}{\text{२अ क×अ उ}} = \text{अ कोज्या}$$

$$\frac{\text{इ उ}^२\text{+इ क}^२ - \text{उ क}^२}{\text{२इ उ×इ क}} = \text{इ कोज्या}$$

$$\text{अतः १+अ कोज्या} = १ + \frac{\text{अ क}^२\text{+अ उ}^२ - \text{उ क}}{\text{२अ क×अ उ}}$$

$$= \frac{\text{२अ क×अ उ+अ क}^२\text{+अ उ}^२ - \text{उ क}^२}{\text{२ अ क×अ उ}}$$

$$\frac{(\text{अ क+अ उ})^२ - \text{उ क}^२}{\text{२अ क×अ उ}} \text{ ....(१)}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एवमेव १ − अ कोज्या = उ क^2 − (अ क − अ उ)^2 .... (२)

तथा च १+इ कोज्या = $\frac{(\text{इ उ}+\text{इ क}^2) - \text{उ क}^2}{\text{२इ उ}\times\text{इ क}}$ .... (३)

१ − इ कोज्या = $\frac{\text{उ क}^2 - (\text{इ उ} - \text{इ क})^2}{\text{२ इ उ}\times\text{इ क}}$ .... (४)

ततः प्रथम (१) मानात्

(अ क+अ उ)^2 − २अ क ·अ उ (१+अ कोज्या = उ क^2 ।

तथा (४) मानात् (१ − इ कोज्या)×२इ उ ·इ क +(इ उ − इ क) = उ क^2

पुनरनयोः समीकरणात् (अ क+अ उ)^2 − (इ उ − इ क)^2

= (१ − इ कोज्या)×२इ उ×इ क+२ अ क×अ उ × (१+अ कोज्या)

ततः $\frac{(\text{१} - \text{इ कोज्या})}{\text{२}}$×इ उ×इ क+अ क ·अ उ × $\frac{(\text{१}+\text{अ कोज्या})}{\text{२}}$

= $\frac{(\text{अ क}+\text{अ उ})^2 - (\text{इ उ} - \text{इ क})^2}{\text{४}}$

अत्र प्रथमपक्षे रूपकोटिज्ययोरन्तरार्धं दलज्यावर्गसमं योगार्धं च दलकोटिज्यावर्गसमं त्रिकोणमिति चतुर्विंश प्रकारेण सिध्यति ।

द्वितीयपक्षे तु वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वात् । एवमेव पूर्वदर्शित त्रिभुजफलानयनरीत्या सकलभुजयोगार्धं प्रकल्प्योत्थापनेन पूर्वसमीकरणमेतादृशं स्यात् ।

इदं ज्या^{2}×इ उ×इ क+अ क·अ उ×अ द कोज्या^{2}

= (योगार्ध − इ उ) (योगार्ध − इ क) ...... (१)

एवमेव (२), (ग) आभ्यां समीकरणेन जातं इ द कोज्या^{2}

× इ उ×इ क + अ क×अ उ×अ द ज्या^{2}

= (योगार्ध − अ उ) (योगार्ध − अ क) .... (२)

ततः (१), (२) अनयोर्वधेन जातम्

इ द ज्या^{2}×इ द कोज्या^{2}×इ उ×इ क^2 + इ द कोज्या × अ द कोज्या^{2}×इ उ× अ क×इ क×अ उ+अ द ज्या^{2}×इ द ज्या^{2}×इ उ×इ क×अ क×अ उ+अ द ज्या^{2} अ द कोज्या^{2}×अ क ×अ उ^2 = (योगार्ध − इ उ) (योगार्ध − इ क) (यो द × अ उ) (यो द×अ क) ततः पूर्वपक्षे २ अ द ज्या×अ द कोज्या×इ द ज्या×इ द कोज्या×इ क× इ क×अ क×अ उ । इति धनं ऋणं च ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

मूलग्रहणेन —

$$\sqrt{\begin{array}{l}\text{इ द ज्या}\times\text{इ द कोज्या}\times\text{इ उ}\times\text{इ क}+\text{अ द ज्या}\times\\ (\text{अ द कोज्या}\times\text{अ क}\times\text{अ उ})^{2}+\text{इ उ}\times\text{इ क}\times\text{अ क अ उ}\times\\ (\text{इ द कोज्या}\times\text{अ द कोज्या}-\text{अ द ज्या}\times\text{इ द ज्या})\end{array}}$$

$$=(\text{योगार्ध}-\text{इ उ})(\text{योगार्ध}-\text{इ क})(\text{योगार्ध}-\text{अ उ})(\text{योगार्ध}-\text{अ क})$$

यतोहि ज्याकोज्याघातो द्विगुणो द्विगुणकोज्या स्यादतः उत्थापनेन जातम्,

$$\left(\frac{\text{इ ज्या}\times\text{इ उ}\times\text{इ क}}{2}+\frac{\text{अ ज्या}\times\text{अ क}\times\text{अ उ}}{2}\right)^{2}$$

$$+\text{इ उ}\times\text{इ क}\times\text{अ क}\times\text{अ उ}\times\text{इ द अ}\times\text{द योगकोज्या}^{2}$$

$$=\left(\frac{\text{इ ज्या}\times\text{इ उ}\times\text{इ क}+\text{अ ज्या}+\text{अ क}\times\text{अ उ}}{2}\right)^{2}$$

$$+\text{इ उ}\times\text{इ क}\times\text{अ क}\times\text{अ उ}\times\text{इ अ योगार्ध कोज्या}^{2}$$

$$=(\text{योगार्धज्या}-\text{इ उ})(\text{योगार्धज्या}-\text{इ क})\times(\text{योगार्धज्या}-\text{अ उ})\times(\text{योगार्धज्या}-\text{अ क})$$

$\therefore$ उभयोसमत्वात् $\text{फ}^{2}+\text{इ उ}\times\text{इ क}\times\text{अ क}\times\text{अ उ}\times\text{इ अ योगदलकोज्या}^{2}$

$$=(\text{यो द ल}-\text{इ उ})(\text{यो द}-\text{इ क})\times(\text{यो ग द}-\text{अ उ})(\text{यो द ल}-\text{अ क})$$

समशोधनं विधाय मूलग्रहणेन —

$$\sqrt{(\text{यो द}-\text{इ उ})(\text{यो द}-\text{इ क})(\text{यो द}-\text{अ उ})(\text{यो द}-\text{अ क})-\text{भु धा}\times\text{इ अ योगदल कोज्या}^{2}}\ \text{फ}$$

$$\sqrt{\text{अन्य}-\text{आद्य}}=\text{फ}$$

कोणयोरभिमुखस्थयोर्युतेः खण्डकोटिगुणवर्गसंगुणा" इत्यादिना विषमचतुर्भुज-फलानयनमुपपद्यते ।

वृत्तान्तर्गतस्य चतुर्भुजस्य फलानयनवासना-वृत्तान्तर्गते चतुर्भुजे इ अ कोणयोर्योगस्य ज्या शून्य समा भवति समकोणद्वयसमत्वात् ।

अतः आद्यमानं शून्यं प्रकल्पितम् ।

$\sqrt{\text{अन्य}}=\text{फ}$ उपपन्नम्

अथवा $$\frac{\text{इ ज्या}\times\text{इ उ}\times\text{इ क}+\text{अ ज्या}\times\text{अ उ}\times\text{अ क}}{2}=\text{फ}$$

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

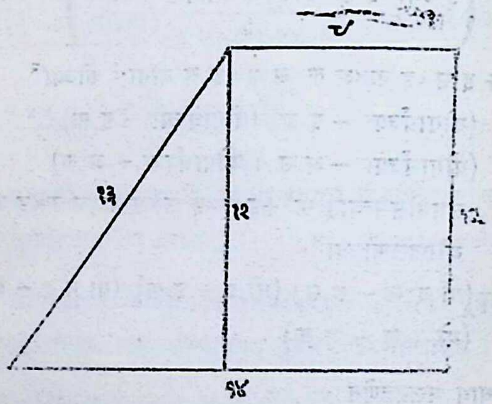
Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम् -

भूमिश्चतुर्दशमिता मुखमङ्कसङ्ख्यं
बाहू त्रयोदशदिवाकरसम्मितौ च ।
लम्बोऽपि यत्र रविसंख्यक एव तत्र
क्षेत्रे फलं कथय तत् कथितं यदाद्यैः ॥१६॥

जिस चतुर्भुज क्षेत्र का आधार १४, मुख ९ दोनों भुजाओं का प्रमाण क्रम से १३ एवं १२ है तथा लम्ब भी १२ ही है तो उक्त क्षेत्र का क्षेत्रफल उसी प्रकार बताओ जैसे प्राचीन आचार्यों ने बतलाया है । १६

न्यासः—भूमिः १४ । मुखं ९ । बाहू १३।१२ लम्बः १२ । उक्तवत् करणेन जातं क्षेत्रफलं करणी १८०० । अस्याः पदं किञ्चिन्न्यूनमेकचत्वारिंशच्छतम् १४१ ।



इदमत्र क्षेत्रे न वास्तवं फलम् किन्तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम् इति वक्ष्यमाणकरणेन वास्तवं फलम् ।

अत्र त्रिभुजस्य पूर्वोदाहृतस्य न्यासः—

भूमिः १४ भुजौ १३, १५ अनेनापि प्रकारेण त्रिबाहुके तदेव वास्तवं फलम् ८४। अत्र चतुर्भुजस्य अस्पष्टमुदितम् । १६

उदाहरण – एक चतुर्भुज का आधार = १४
शीर्ष (मुख) भुज = ९
प्रथम भुज = १३
द्वितीय भुज = १२

सूत्र = $\frac{\text{भुजाओं का योग}}{२}$ – प्रत्येक भुज = शेष

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\sqrt{\text{शेष भुजों का घात}}$ = क्षेत्रफल त्रिभुज का वास्तव,
चतुर्भुज का अवास्तव।

अतः भुजाओं का योगार्ध =

$$१४+९+१३+१२ = \frac{४८}{२} = २४$$

योगार्ध से भुजाओं को घटाने से शेष—

२४ − १४ = १०
२४ − ९ = १५
२४ − १३ = ११
२४ − १२ = १२

शेष संख्याओं का गुणनफल =

१०×१५×११×१२ = १९८००

गुणनफल का वर्गमूल = $\sqrt{१९८००}$ = १४०·७१२

स्वल्पान्तर से १४१ स्थूल क्षेत्रफल हुआ।

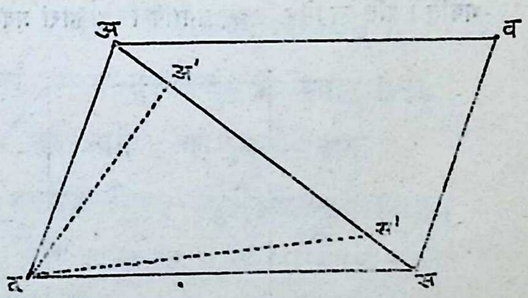
वास्तवफल ज्ञान हेतु सूत्र—

$$\frac{(\text{आधार} + \text{मुख})}{२} \times \text{लम्ब} = \text{वास्तव क्षेत्रफल}$$

अतः $\frac{१४+९}{२} = \frac{२३}{२} \times १२ = १३८$

उत्तर = १३८ (वास्तव क्षेत्रफल)

त्रिभुज फलानयन पूर्वोक्त उदाहरण से—



पूर्वोक्त सूत्रानुसार

सभी भुजाओं का योगार्ध =

१३+१५+१४ = ४२ योग

$\frac{४२}{२}$ = २१ योगार्ध

योगार्ध से भुजाओं को घटाने से शेष—

२१ − १३ = ८
२१ − १४ = ७
२१ − १५ = ६
२१ − ० = २१

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शेष का गुणनफल = ८×७×६×२१ = ७०५६

गुणनफल का वर्गमूल = √७०५६ = ८४

उत्तर—त्रिभुज का वास्तव क्षेत्रफल = ८४

स्थूलत्वनिरूपणार्थं सूत्रम्—

चतुर्भुजस्यानियतौ हि कर्णौ कथं ततोऽस्मिन्नियतं फलं स्यात्।
प्रसाधितौ तच्छ्रवणौ यदाद्यैः स्वकल्पितौ तावितरत्र न स्तः॥
तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णावनेकधा क्षेत्रफलं ततश्च।

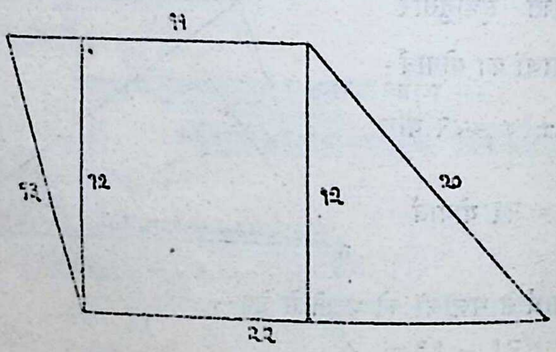
चतुर्भुजे ह्येकान्तर कोणावाक्रम्य अन्तः प्रवेश्यमानौ भुजौ तत्संसक्तं स्वकर्णं सङ्कोचयतः। इतरौ तु बहिः प्रसरन्तौ स्वकर्णं वर्धयतः अत उक्तं तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णाविति।

अन्वयः—(यत्र) चतुर्भुजस्य अनियतौ हि कर्णौ ततो अस्मिन् नियतं फलं कथं स्यात्। आद्यैः स्वकल्पितौ श्रवणौ प्रसाधितौ इतरत्र न स्तः। तेष्वेव बाहुषु अपरौ कर्णौ भवेतां ततः क्षेत्रफलञ्च अनेकधा भवति।

जब चतुर्भुज के कर्ण ही अनिश्चित होंगे तो त्रिभुज का फल निश्चित कैसे हो सकता है। पूर्वाचार्यों ने जो कल्पित कर्णों का साधन किया है वे अन्यत्र सम्भव नहीं है। क्योंकि उन्हीं भुजाओं से अनेक प्रकार के कर्णो एवं क्षेत्रफलों का साधन किया गया है।

चतुर्भुज के एकान्तर कोणों को पकड़कर उनसे संलग्न भुजाओं को अन्तर प्रविष्ट करने पर (भीतर की ओर दबाने से) कोणों से संलग्न कर्ण संकुचित (छोटा) होता है। तथा उन्हीं भुजाओं को बाहर की ओर फैलाने से कर्ण का मान बढ़ता है। इसीलिए कहा गया है कि उन्हीं भुजाओं से अन्य कर्ण भी हो सकते हैं।

उपपत्तिः—चतुर्भुजे कोणयोः अन्तः संकोचने कर्णस्य मानं संकुचितं अल्पं वा भवति। इति स्वयमेव सिद्धम् तथापि चित्र द्वारा प्रदर्श्यते—



अ व स द एकं चतुर्भुजक्षेत्रम्

अ स कर्णः ∠द अ स, व स द

कोणाभ्यां संपृक्तम्। अ, स

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रान्तयोः अन्तः प्रवेशेन यदि अ स विन्द्वोः स्थितिः क्रमेण अं सं स्थानयोः समागच्छति तदा अं सं कर्णः अ स कर्णान्न्यूनः एवं उभाभ्यां बहिः विस्तारेण अ स कर्णस्यापि विस्तारः इति सुस्पष्टमेवोपन्नम् ।

लम्बयोः कर्णयोर्नैकमनिर्दिश्यापरं कथम् ।
पृच्छत्यनियतत्वेऽपि नियतं चापि तत्फलम् ॥
स प्रच्छकः पिशाचो वा वक्ता नितरां ततः ।
यो न वेत्ति चतुर्बाहुक्षेत्रस्यानियतां स्थितिम् ॥

अन्वयः—लम्बयोः कर्णयोः नैकमनिर्दिश्यं अनियतत्वेऽपि कथं नियतं चापि फलं पृच्छति । स पृच्छकः पिशाचः ततः गणको वा नितरां पिशाचः यो चतुर्बाहुक्षेत्रस्य अनियतां स्थितिं न वेत्ति ॥

दोनों लम्बों अथवा दोनों कर्णों में से किसी एक को भी विना वतलाये अनियत स्थिति में भी जो नियत फल पूछता है वह पिशाच है। अथवा जो चतुर्भुज क्षेत्र की अनियत स्थिति को न जानता हुआ उत्तर देता है वह उससे (पृच्छक से) भी बड़ा पिशाच है ।

चतुर्भुजानां फलानयने सूत्रम्—

इष्टा श्रुतिस्तुल्यचतुर्भुजस्य कल्प्याऽथ तद्वर्गविवर्जिता या ॥२३॥
चतुर्गुणा बाहुकृतिस्तदीयं मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणम् ।
अतुल्यकर्णाभिहतिर्द्विभक्ता फलं स्फुटं तुल्यचतुर्भुजे स्यात् ॥२४॥
समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथाऽयते तद्भुजकोटिघातः ।
चतुर्भुजेऽन्यत्र समानलम्बे लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम् ॥२५॥

अन्वयः—तुल्य चतुर्भुजस्य इष्टा श्रुतिः कल्प्या अथ तद् वर्ग विवर्जिता या चतुर्गुणा बाहुकृतिः तदीयं मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणं भवेत् । अतुल्य कर्णाभिहतिः द्विभक्ता तुल्य चतुर्भुजे स्फुटं फलं स्यात् । समश्रुतौ तुल्य चतुर्भुजे तथा आयते च तद् भुजकोटिघातः फलं स्यात् अन्यत्र समानलम्बे चतुर्भुजे कुमुखैक्यखण्डं लम्बेन निघ्नं फलं स्यात् ॥२३–२५॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सम चतुर्भुज में एक कर्ण को इष्ट मान (कल्पित) कर उसके वर्ग को चार गुणित भुजवर्ग में घटा कर शेष का वर्गमूल लेने से दूसरे कर्ण का मान होता है। दोनों अतुल्य (असमान) कर्णों के घात का आधा समचतुर्भुज का वास्तव क्षेत्रफल होता है।

समान कर्णों वाले तुल्य चतुर्भुज अर्थात् वर्ग क्षेत्र तथा आयत क्षेत्र में भुज कोटि का घात (गुणनफल) ही क्षेत्रफल होता है। अन्य चतुर्भुजों में जहाँ लम्ब समान हों किन्तु भुजायें समान न हो वहाँ मुख और आधार के योग के आधे को लम्ब से गुणा करने पर क्षेत्रफल होता है ॥२१–२५॥

उपपत्तिः—रेखागणितीय सिद्धान्तेन समचतुर्भुजस्य सर्वभुजानां योगः कर्णवर्गयोगसमं भवतीति नियमेन—

$$४ \text{ भु}^2 = \text{प्र. क}^2 + \text{द्वि. क}^2$$

अथवा समचतुर्भुजे कर्णयोः परस्परं लम्बरूपत्वस्याधं कारित्वस्य चातिरोहितत्वात् कर्णार्धयोर्वर्गयोगश्चतुर्भुजवर्गसमो भवति। यथा—

$$\frac{\text{प्र क}^2}{२} + \frac{\text{द्वि क}^2}{२} = ४ \text{ भु}^2$$

$$\frac{\text{द्वि क}^2}{२} = ४ \text{ भु}^2 - \frac{\text{प्र. क}^2}{२}$$

$$\therefore \text{ द्वि क}^2 = ४\text{भु}^2 - \frac{\text{प्र. क}^2}{२} \times २$$

$$\text{द्वि. क}^2 = ४\text{भु}^2 - \text{प्र. क}^2$$

$$\text{द्वि. क} = \sqrt{४ \text{ भु}^2 - \text{प्र. क}^2}$$

$$\text{एवं चतुर्भुज फलम्} = \frac{\text{प्र.क.} \times \text{द्वि.क.}}{२}$$

यतोहि $\frac{\text{प्र. क}}{२} \times \text{द्वि.क.} = २$ त्रिभुजफलम् = समचतुर्भुजफलम्। अतः वर्गक्षेत्रे—

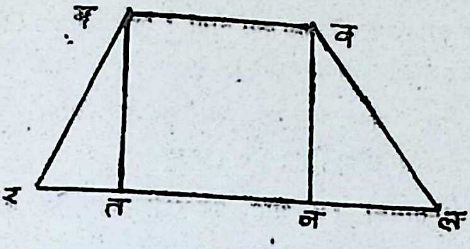
भुज^2 = क्षेत्रफलम्। आयते च भुजः × कोटिः = क्षेत्रफलम्

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

विषमभुजचतुर्भुजे तु लम्बयोरुत्पादनेन चतुर्भुजमेकं त्रिभुजद्वयं च जायते। यथा



क्षेत्रे—य र ल व विषमचतुर्भुजम् य त, व न लम्बौ अतः लम्बगुणं भूम्यर्धमित्यादिना

$$\frac{\text{य त} \times \text{र त}}{\text{२}} = \triangle\,\text{य र त फलम्}$$

एवमेव य व × य त = भुज×कोटि = य त न व चतुर्भुजस्य फलम्

$$\text{तथा च } \frac{\text{व न} \times \text{न ल}}{\text{२}} = \triangle\,\text{व न ल त्रिभुजस्य फलम्}$$

$$\triangle\,\text{य र त} + \square\,\text{य र न व} + \triangle\,\text{व न ल} = \text{य र ल व चतुर्भुजफलम्}$$

$$= \frac{\text{य त} \times \text{र त}}{\text{२}} + \text{य व} \times \text{य त} + \frac{\text{व न} \times \text{न ल}}{\text{२}} = \square\,\text{य र ल व}$$

$\because$ य त = व न।

$$\text{अतः } \frac{\text{य त}}{\text{२}}(\text{त र} + \text{२ य व} + \text{न ल}) = \frac{\text{य त}}{\text{२}}(\text{र त} + \text{य व} + \text{त न} + \text{न ल})$$

$$= \frac{\text{य त}}{\text{२}}(\text{र ल} + \text{य व}) = \frac{\text{लम्ब}}{\text{२}}(\text{भूमि} + \text{मुख}) = \text{चतुर्भुजस्य फलम्}$$

उपपन्नम्

अत्रोद्देशकः

क्षेत्रस्य पञ्चकृतितुल्यचतुर्भुजस्य कर्णौ
ततश्च गणितं गणक! प्रचक्ष्व।
तुल्यश्रुतेश्च खलु तस्य तथाऽऽयतस्य
यद्विस्तृती रसमिताऽष्टमितञ्च दैर्घ्यम्॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे गणक ! जिस समचतुर्भुज की भुजायें ५ के वर्ग के तुल्य अर्थात् २५ हैं, उस क्षेत्र के दोनों कर्णों का मान एवं क्षेत्रफल बतलाओ। तथा उक्त क्षेत्र के यदि कर्ण तुल्य हों अर्थात् वर्गक्षेत्र हो तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा ? जिस आयत क्षेत्र की चौड़ाई ६ और लम्बाई ८ हो उसका क्षेत्रफल बतलाओ। १६

प्रथमोदाहरणे न्यासः—भुजाः २५, २५, २५, २५ अत्र त्रिंशन मितामेकां श्रुतिं प्रकल्प्य यथोक्त करणेन जाताऽन्या श्रुतिः ४०। फलञ्च ६००।

अथवा—चतुर्दशमितामेकां १४ श्रुतिं प्रकल्प्योक्तवत्करणेन जाताऽन्या श्रुतिः ४८। फलञ्च ३३६।

द्वितीयोदाहरणे—तत्कृत्योर्योगपदं कर्णः इति जाता करणीगता श्रुतिरुभयत्र तुल्यैव १२५० गणितश्च ६२५

अथायतस्य—न्यासः-विस्तृतिः ६, दैर्घ्यम् ८, अस्य गणितं ४८।

उदाहरण—सूत्र-

$$(४\times भुज)^2 - कल्पितकर्ण^2 = \sqrt{शेष} = द्वितीयकर्ण$$

$$\frac{प्र.\ कर्ण\times द्वि.\ कर्ण}{२} = क्षेत्रफलम्$$

प्रस्तुत उदाहरण में भुज=२५। एक कर्ण का मान कल्पित किया ३०=कल्पित कर्ण (प्रथम)

अतः सूत्रानुसार—

$$(४\times २५^2) - (३०)^2$$

$$= (४\times ६२५) - ९०० = २५०० - ९०० = १६००$$

$$\sqrt{१६००} = ४०\ द्वितीय\ कर्ण$$

$$क्षेत्रफल = \frac{३०\times ४०}{२} = \frac{१२००}{२} = ६००$$

इसी प्रकार कर्णमान कल्पित किया १४=प्रथम कर्ण

$$(४\times २५^2) - (१४)^2 = २५०० - १९६ = २३०४$$

$$= \sqrt{२३०४} = ४८\ द्वितीय\ कर्ण$$

$$क्षेत्रफल = \frac{१४\times ४८}{२} = \frac{६७२}{२} = ३३६$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वर्गक्षेत्र का कर्ण साधन—

वर्ग क्षेत्र की चारों भुजायें तुल्य होती हैं।

$\sqrt{\text{भुज}^2+\text{कोटि}^2}=\text{कर्ण}^2=\sqrt{२५^2+२५^2}$

$=\sqrt{६२५+६२५}=\sqrt{१२५०}=\text{कर्णः}=२५\sqrt{२}$

भुज×कोटि = २५×२५ = ६२५ वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल

आयत का क्षेत्रफल = भुज×कोटि

यहाँ भुज = ६, कोटि = ८

अतः ६×८ = ४८ = आयत का क्षेत्रफल।

उदाहरणम्

क्षेत्रस्य यस्य वदनं मदनारितुल्यं
विश्वम्भरा द्विगुणितेन मुखेन तुल्या।
बाहू त्रयोदशनखप्रमितौ च लम्बः
सूर्योन्मितश्च गणितं वद तत्र किं स्यात् ॥२॥

जिस क्षेत्र का मुख मदनारि (शिव) के तुल्य अर्थात् ११, (विश्वम्भरा भूमि) आधार मुख का दूना अर्थात् २२, भुज १३ और २० तथा लम्ब सूर्य अर्थात् १२ हो तो उस क्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ। १७

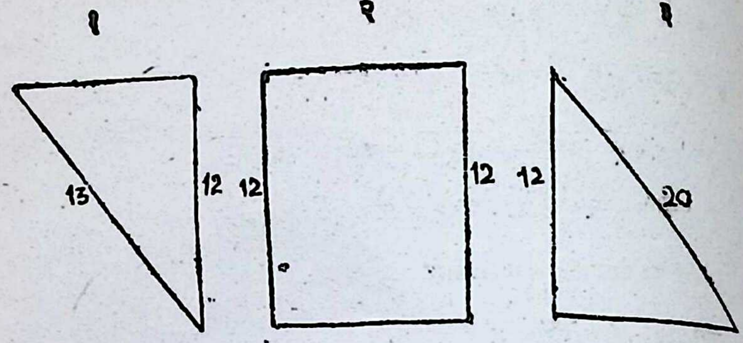
न्यासः - मुखम् ११, भूमिः २२, बाहू १३, २०, लम्बः १२ अथ सर्वदोर्युतिदलमित्यादिना स्थूलफलं २५०। वास्तवं फलं तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति जातं फलम् १९८।

कस्यचिन्मतम् मूले नास्ति—क्षेत्रस्य खण्डत्रयं कृत्वा फलानि पृथगानीय ऐक्यं कृत्वाऽस्य फलोपपत्तिर्दर्शनीया।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

खण्डत्रयदर्शनम्—



[(१३)^२ − (१२)^२ = १६९ − १४४ = $\sqrt{२५}$ = ५ प्रथम त्रिभुजस्य भूमिः

११ − ५ = ६ चतुर्भुजस्य (२) भुजः = ६

२२ − ६ = १६ द्वितीय त्रिभुजस्य (३) आधारः]

प्रथमक्षेत्रस्य भुजकोटि कर्णाः ५।१२।१३ द्वितीय क्षेत्रे आयते विस्तृतिः ६। दैर्घ्यम् १२। तृतीय क्षेत्रस्य भुजकोटिकर्णाः १६।१२।२० अत्र त्रिभुजयोः क्षेत्रयोर्भुजकोटिघातार्धंफलम् आयते चतुरस्रे क्षेत्रे तद्भुजकोटिघातः फलम्।

प्रथमक्षेत्रे फलम् = $\frac{१२ \times ५}{२}$ = ३०

द्वितीयक्षेत्रे फलम् = १२ × ६ = ७२

तृतीयक्षेत्रे फलम् = $\frac{१२ \times १६}{२}$ = ९६

एषामैक्यम् = १९८ सर्वक्षेत्रफलम्।

उदहरण—क्षेत्र में मुख = ११, भुज १३, २०, आधार २२ है। क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

"सर्वदोर्युतिदलम्" इस सूत्र के अनुसार क्रिया करने पर स्थूल क्षेत्रफल

$$= \frac{१३ + ११ + २० + २२}{२} = \frac{६६}{२} = ३३$$

३३ − १३ = २०

३३ − ११ = २२

३३ − २० = १३

३३ − २२ = ११

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शेष का गुणनफल $= २०\times२२\times१३\times११ = ६२९२०$

$\sqrt{६२९२०} = २५०\cdot८३$

स्थूल क्षेत्रफल $= २५०$

सूक्ष्म क्षेत्रफल साधन—

सूत्र—लम्ब $\times\left(\frac{\text{मुख} + \text{आधार}}{२}\right) =$ क्षेत्रफल

अतः सूत्रानुसार क्रिया करने पर—

मुख $= ११$ आधार $= २२$ लम्ब $= १२$

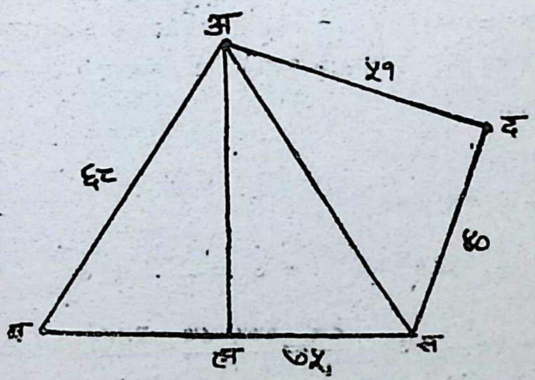
$\left(\frac{११+२२}{२}\right)\times १२ = \frac{३३}{२}\times१२ = ३३\times६ = १९८$

क्षेत्रफल $= १९८$ वास्तविक

अन्यदुदाहरणम्

पञ्चाशदेकसहिता वदनं यदीयं
भूः पञ्चसप्ततिमिता प्रमितोऽष्टषष्ट्या ।
सव्यो भुजो द्विगुणविंशतिसम्मितोऽन्य-
स्तस्मिन् फलं श्रवणलम्बमिति प्रचक्ष्व ॥२॥

जिस क्षेत्र में मुख ५१, आधार ७५, वाम भुज ६८ तथा द्वितीय (अन्य) भुज ४० है उसका क्षेत्रफल, कर्ण एवं लम्ब का मान बतलाओ । १८



न्यासः—वदनम् ५१, भूमिः ७५, भुजौ ६८, ४०

उक्त लम्ब और कर्ण के मान की आनयन विधि आगे दिखलाई जायेगी ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

फलावलम्ब-श्रुतीनां सूत्रं वृत्तार्धम्

ज्ञातेऽवलम्बे श्रवणः, श्रुतौ तु लम्बः, फलं स्यान्नियतं तुतत्र ॥

अन्वयः—अवलम्बे ज्ञाते श्रवणः, श्रुतौ (ज्ञाते) तु लम्बः, तत्र तुफलं नियतं स्यात् ।

लम्ब के ज्ञात होने पर कर्ण का ज्ञान होता है तथा कर्ण ज्ञात होने पर लम्ब का मान ज्ञात होता है । ऐसी स्थिति में क्षेत्र का क्षेत्रफल भी नियत होता है । २३½

लम्बज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्

चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजेऽवलम्बः

प्राग्वद्भुजौ कर्णभुजौ मही भूः ॥२४॥

अन्वयः—चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजे कर्णभुजौ भुजौ, भूः मही (आधारः) (इति प्रकल्प्य) प्राग्वद् लम्बः (साध्यः) ।

चतुर्भुज के अन्दर स्थित त्रिभुज के कर्ण भुज को भुज मानकर तथा भूमि को आधार मानकर पूर्वोक्त "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि नियमानुसार लम्ब का ज्ञान करना चाहिये । २४

[अत्र लम्ब ज्ञानार्थं सव्य भुजाग्राद् दक्षिणमूलगामि इष्टकर्णः सप्तसप्ततिमितः ७७ कल्पितः । तेन चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजं कल्पितम् । तत्रादौ कर्ण एको भुजः ७७, द्वितीयस्तु सव्य भुजः ६८, भूः सैव ७५ । अत्र प्राग्वल्लब्धो लम्बः ३०८।५]

पूर्वोक्त उदाहरण—कर्ण = ७७ कल्पित किया । चतुर्भुजान्तर्गत त्रिभुज की एक भुजा (कल्पित कर्ण) = ७७, द्वितीय भुज = ६८ तथा आधार = ७५ दो भुज और आधार का ज्ञान होने पर सूत्र सं० १७ "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि के अनुसार क्रिया करने पर लम्ब ज्ञात होगा ।

यथा—७७+६८ = १४५ योग

७७−६८ = ९ अन्तर

$$१४५ \times ९ = १३०५ ।\ १३०५ \div ७५ = \frac{१३०५}{७५} = १७\frac{२}{५}$$

$$७५ - १७\frac{२}{५} = ७५ - \frac{८७}{५} = \frac{३७५-८७}{५} = \frac{२८८}{५}$$

$$\frac{२८८}{५} \times \frac{१}{२} = \frac{१४४}{५} = \text{प्रथम आबाधा}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$७५+१७\frac{२}{५}=७५+\frac{८७}{५}=\frac{३७५+८७}{५}=\frac{४६२}{५}$$:

$$\frac{४६२}{५}\times\frac{१}{२}=\frac{२३१}{५}=\text{द्वितीय अबाधा}$$

$$\therefore\sqrt{\text{भु}^{२}-\text{प्र. अबाधा}^{२}}=\text{लम्ब}$$

$$\text{अतः } (६८)^{२}-\left(\frac{१४४}{५}\right)^{२}=४६२४-\frac{२०७३६}{२५}$$

$$=\frac{२५(४६२४)-२०७३६}{२५}=\frac{११५६००-२०७३६}{२५}$$

$$=\sqrt{\frac{९४८६४}{२५}}=\frac{३०८}{५}=\text{लम्ब}$$

लम्बज्ञाते कर्णज्ञानार्थं सूत्रम्

यल्लम्बलम्बाश्रितबाहुवर्गविश्लेषमूलं कथिताऽबधा सा ।
तदूनभूवर्गसमन्वितस्य यल्लम्बवर्गस्य पदं स कर्णः ॥२५॥

अन्वयः— लम्ब लम्बाश्रित बाहुवर्ग विश्लेषमूलं यत् सा आबाधा कथिता । तदून भूवर्गसमन्वितस्य लम्बवर्गस्य यत् पदं स कर्णः ॥

लम्ब और लम्बाश्रित भुज के वर्गों के अन्तर का वर्गमूल आबाधा कही गई है। इस आबाधा को भूमि से घटा कर शेष के वर्ग में लम्ब का वर्ग जोड़कर वर्गमूल लेने से कर्ण होता है । २५

उपपत्तिः—पूर्वसूत्रसुसारं लम्बाश्रित बाहुः कर्णः लम्बश्च कोटिरिति प्रकल्प्य तयोर्वर्गान्तरपदं आबाधा रूपो भुजो भवति ।

अतः भूमि–प्र. आबाधा = द्वितीया आबाधा । लम्ब = कोटिः । अतः कर्णः = $\sqrt{\text{लम्ब}^{२}+\text{कोटि}^{२}}$

उपपन्नम्

सूत्रानुसार उदाहरण—

पूर्वोक्त उदाहरण में लम्ब $=\frac{३०८}{५}$

लम्ब से संलग्न भुज = ६८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अतः पूर्वोक्त सूत्रानुसार आबाधा $= \sqrt{\text{भुज}^2 - \text{लम्ब}^2}$

$$= \sqrt{६८^2 - \left(\frac{३०८}{५}\right)^2} = \sqrt{४६२४ - \frac{९४८६४}{२५}}$$

$$= \sqrt{\frac{२५(४६२४)}{२५} - \frac{९४८६४}{२५}} = \sqrt{\frac{२०७३६}{२५}}$$

$$= \frac{१४४}{५} \qquad \text{भूमि} = ७५$$

अतः $७५ - \frac{१४४}{५} = \frac{३७५ - १४४}{५} = \frac{२३१}{५}$ द्वि॰ आबाधा

$\text{आबाधा}^2 + \text{लम्ब}^2 = \text{कर्ण}^2$

अतः $\left(\frac{२३१}{५}\right)^2 + \left(\frac{३०८}{५}\right)^2 = \sqrt{\frac{५३३६१}{२५} + \frac{९४८६४}{२५}}$

$$= \sqrt{\frac{१४८२२५}{२५}} = \frac{३८५}{५} = ७७ = \text{कर्ण}$$

द्वितीयकर्णज्ञानार्थं सूत्रम्—

इष्टोऽत्र कर्णः प्रथमं प्रकल्प्यस्त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये।
कर्णं तयोः क्ष्मामितरौ च बाहू प्रकल्प्य लम्बाबधे च साध्ये ॥
आबाधयोरेककुप्स्थयोर्यत् स्यादन्तरं तत्कृतिसंयुतस्य ।
लम्बैक्यवर्गस्य पदं द्वितीयः कर्णो भवेत्सर्वचतुर्भुजेषु ॥२७॥

अन्वयः—अत्र प्रथमं तु इष्टः कर्णं प्रकल्प्य, कर्णोऽभयतः स्थिते त्र्यस्रे तयोः कर्णं क्षमाम्, इतरौ च बाहू प्रकल्प्य, लम्बाबधे च साध्ये। एक ककुप्स्थयो आबाधयो यत् अन्तरं स्यात् तत् कृतिसंयुतस्य लम्बैक्य वर्गस्य पदं सर्वचतुर्भुजेषु द्वितीयः कर्णः भवेत्। २८, २९

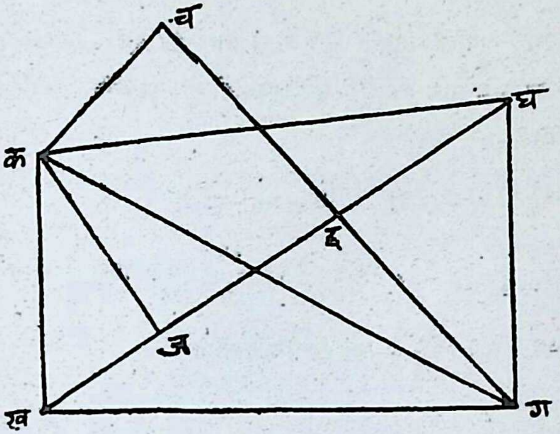
सर्व प्रथम एक इष्ट कर्ण कल्पित कर उसे उसके दोनों पार्श्व में स्थित त्रिभुजों की भूमि (आधार) कल्पित कर उसके आश्रित दोनों भुजाओं को भुज मान कर पूर्वोक्त विधि से लम्ब और आबाधा का ज्ञान हो सकता है।

एक पार्श्व की आबाधाओं के अन्तर वर्ग में दोनों लम्बों के योग का वर्ग जोड़कर वर्गमूल लेने से सभी प्रकार के चतुर्भुजों में द्वितीय कर्ण होता है। २८, २९

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—क ख ग घ एकश्चतुर्भुजस्तत्र ख घ एकः कल्पितः कर्णः। अनेन जातौ क ख घ, ख घ ग में त्रिभुजौ स्तः। तत्र क्रमेण ख ज, ज घ आबाधे क ज लम्बस्तथा च अ व, व ग आबाधे क व लम्बश्च साध्यः।



ग छ लम्बं स्वमार्गे वर्धयित्वा ख घ समानान्तरा क च रेखा कृता। एवं क च ग एकं जात्यत्रिभुजं जायते।

तत्र ग च=कोटिः, आबाधान्तरम्=ज छ=क च=भुजः

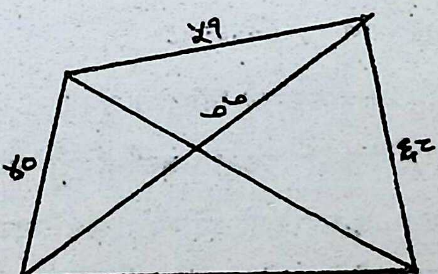
क ग द्वितीय कर्णः=$\sqrt{\text{भुज}^2+\text{कोटि}^2}$

=$\sqrt{\text{ग च}^2+\text{क च}^2}$=$\sqrt{\text{लम्बयोगः}^2+\text{आबाधान्तरम्}^2}$

उपपन्नम्

(पूर्वोक्त-उदाहरणेन) न्यासः—

तत्र चतुर्भुजे सव्य भुजाग्रात् दक्षिण भुजमूलगामिनः कर्णस्य मानं ७७ कल्पितम्। तत्कर्णरेखावच्छिन्नस्य क्षेत्रस्य मध्ये कर्णं रेखोभयतो ये त्र्यस्रे उत्पन्ने तयोः कर्णं भूमिं तदितरौ च भुजौ प्रकल्प्यः प्राग्वल्लम्बः आबाधा च साधिता।



CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

तद्दर्शनम्—लम्बः ६० द्वितीय लम्बः २४ आबाधयोः ४५।३२ रेक ककुप्स्तयोर
न्तरस्य १३ कृतिः १६९। लम्बैक्यम् ८४। अस्य कृतिः ७०५६ योगः ७२२५ तस्य पदं
द्वितीय कर्ण प्रमाणम् $=\sqrt{७२२५}=८५$

उदाहरण—पूर्वोक्त चतुर्भुज में भुज का मान ६८ एवं ७५ दिया हुआ है। कर्ण के मान ७७ को भुज मान कर "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि नियमानुसार आबाधा साधन करने पर—

$$६८+७५=१४३, \quad ७५-६८=७$$

$$\frac{१४३\times७}{७७}=१३, \quad ७७-१३=\frac{६४}{२}=३२ \text{ प्रथम आबाधा}$$

$$७७+१३=\frac{९०}{२}=४५ \text{ द्वितीय आबाधा}$$

लम्ब साधन—

$$(६८)^२-(३२)^२=४६२४-१०२४=३६००$$

$$\sqrt{३६००}=६०=\text{लम्ब}$$

इसी प्रकार भुजमान ५१ और ४० तथा भूमि ७७ मान कर साधन करने पर क्रम से आबाधा का मान ४५, ३२ तथा लम्ब मान २४ होता है।

द्वितीय कर्ण का मान साधन—

आबाधाओं के अन्तर $(४५-३२)=१३$

$$\text{लम्बों का योग}=(६०+२४)=८४$$

$$(१३)^२+(८४)^२=(१६९)+(७०५६)$$

$$=७२२५$$

$$\text{द्वितीय कर्ण}=\sqrt{७२२५}=८५$$

अत्रेष्टकल्पने विशेषोक्त सूत्रम्—

कर्णाश्रितं स्वल्पभुजैक्यमुर्वीं प्रकल्प्य तच्छेषमितौ च बाहू।
साध्योऽवलम्बोऽथ तथाऽन्यकर्णः स्वोर्व्याः कथञ्चिच्छ्रवणो न दीर्घः
तदन्यलम्बान्न लघुस्तथेदं ज्ञात्वेष्टकर्णः सुधिया प्रकल्प्यः।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

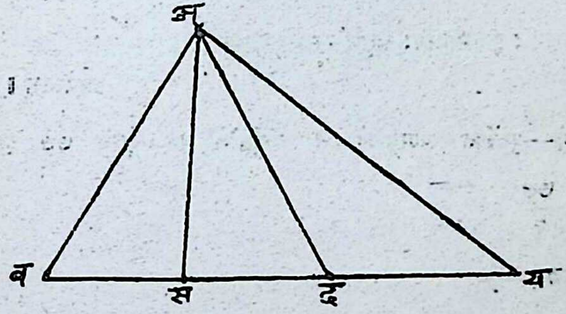
Digitization by eGangotri-South Center

अन्वयः—कर्णाश्रितं स्वल्प भुजैक्यं ऊर्वी, तत् शेषमितौ बाहू च प्रकल्प्य, अवलम्बः तथा अन्य कर्णः साध्यः। कथञ्चिद् श्रवणः स्वोर्व्याः दीर्घः अन्यलम्बाच्च लघुः न स्यात्। इदं ज्ञात्वा सुधिया इष्टकर्णः प्रकल्प्यः। ३०, $\frac{३१}{२}$

कर्णाश्रित (कर्ण के उभय पार्श्वस्थित) भुजाओं के योग यदि अल्प हो तो उन्हें भूमि मान कर तथा शेष अन्य भुजाओं को भुज मान कर (त्रिभुजे भुजयोर्योगः इत्यादि सूत्र से) लम्ब तथा 'इष्टोऽत्र कर्णः' इत्यादि सूत्र से अन्य कर्ण का साधन करना चाहिये। इष्ट कर्ण की कल्पना इस प्रकार करनी चाहिये कि वह भूमि से अधिक और अन्य लम्ब से अल्प न हो।

उपपत्तिः—रेखागणितीय सिद्धान्तेन त्रिभुजे भुजद्वययोगस्तृतीय भुजादधिको भवति। इति सिद्धान्तेन कर्णाश्रित भुजयोर्योगः कर्णादधिकः एवमेवान्यकर्णाश्रितस्य स्वल्पभुजैक्यस्य तदन्य कर्ण रूपत्वे चतुर्भुजस्य त्रिभुजाकारकत्वात् प्रथमकर्णमानं परमाल्पमेव।

यथा—



अ ब स द य एकश्चतुर्भुजः अत्र ब द कर्णाश्रितस्वल्प

भुजयोर्योगः = ब य

यदि ब य = भूमिः कल्प्यते

तदा अ द = परमाल्पकर्णः।

तदा अ स = लम्बः कोटि रूपः

स द, भुजः, अ द = कर्णः इति उपपन्नम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अत्र "तदन्यलम्बादिति" "तदन्यकर्णादिति" इति पाठद्वयं लभ्यते। भास्करमते-तदन्यलम्बादिति पाठो वर्तते। परं कमलाकरः मतमिदं विखण्डयति—

तदन्य कर्णत्रिभुजेऽत्र भूस्थे भुजावधे ये विषमैक कोणात्।
तद्भेदवाहौ च विलम्बकोटी कर्णः स्वकीयोऽतिलघुर्मतो मे॥

अस्मादाधारेण "तदन्य कर्णादिति" पाठः समीचीनः विषमचतुर्भुजस्य फलानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्।

विषम चतुर्भुजफलानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्

त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये
तयोः फलैक्यं फलमत्र नूनम् ॥२९॥

अन्वयः—कर्णोभयतः स्थिते ये त्र्यस्रे तयोः फलैक्यम् अत्र नूनं फलं स्यात्।

विषम चतुर्भुज में कर्णाश्रित दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग चतुर्भुज का क्षेत्रफल होता है।

उपपत्तिः—कर्णरेखा चतुर्भुजस्य भागद्वयं करोति। भागद्वयं त्रिभुजात्मकमिति अतः द्वयोस्त्रिभुजयोः फलयोर्योगः चतुर्भुजस्य फलं भवति।

उपपन्नम्।

उदाहरण—पूर्वोक्त उदाहरण में चतुर्भुज की भूमि ७७ इसका आधा

$=\frac{७७}{२}$

लम्ब $=$ २४

अतः $\frac{७७}{२}\times२४=७७\times१२=९२४=$ प्रथम त्रिभुज का फल।

इसी प्रकार—द्वितीय लम्ब ६० से द्वितीय त्रिभुज का मान—

$\frac{७७}{२}\times६०=७७\times३०=२३१०$ द्वितीय त्रिभुज का फल

दोनों का योग $९२४+२३१०=३२३४$

विषम चतुर्भुज का क्षेत्रफल हुआ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

समान लम्बस्यावाधादि ज्ञानाय करण सूत्रं वृत्तद्वयम्—

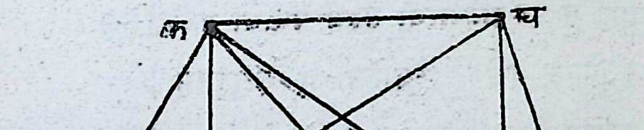
समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिम् ।
भुजौ भुजौ त्र्यस्रवदेव साध्ये तस्याबधे लम्बमितिस्ततश्च ॥२३॥
आबाधयोना चतुरस्रभूमिस्तल्लम्बवर्गैक्यपदं श्रुतिः स्यात् ।
समानलम्बे लघुदोः कुयोगान्मुखान्यदोः संयुतिरल्पिका स्यात् ॥

अन्वयः—समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य मुखोन भूमिं भूमिं, भुजौ, भूजौ परिकल्प्य तस्य अवधे त्र्यस्रवत् एव साध्ये । ततः लम्बमितिश्च साध्या । आबाधयोना चतुरस्रभूमिः या लम्ब वर्गैक्यपदं श्रुतिः स्यात् । समान लम्बे लघुदोः कुयोगात् मुखान्यदोः संयुतिः अल्पिका स्यात् ॥ ३२, ३३ ।

समान लम्बवाले चतुर्भुज की भूमि में मुख घटा कर शेष को भूमि (आधार) तथा दोनों भुजाओं को भुज मानकर त्रिभुज की तरह ही उनकी आबाधाओं का साधन करें (त्रिभुजे भुजयोर्योगः इत्यादि से) चतुर्भुज की भूमि में आबाधा को घटाकर शेष और लम्ब के वर्ग योग का वर्गमूल कर्ण होता है । समलम्ब चतुर्भुज में लघुभुज और भूमि के योग से मुख और अन्य भुज का योग अल्प होता है । ३२, ३२

उपपत्तिः—

अत्र कल्प्यते क ख ग घ एकं विषम चतुर्भुजम्—



अत्र क च; घ, ज, द्वौ लम्बौ क ग, ख घ द्वौ कर्णौ, क घ मुखम्
ख ग भूमिः
क ख बृहद् भुजः, घ ग लघु भुजः ।
समलम्ब चतुर्भुजे भूमि मुखयोः परस्परं समानान्तरत्वं सिद्धमेव ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अत्र घ ग समानान्तरा, क छ रेखा कृता ।

अत्र क छ=घ ग, क घ=छ ग

एवम् क ख छ त्रिभुजे चतुर्भुजस्यैव भुजाः ।

ख छ=(ख ग − च ग)=(ख ग − क घ)

=मुखोन भूमिः । अयमेवाधारः

क ख छ त्रिभुजे क च लम्बः चतुर्भुजस्यैव लम्बः

एवमेव △क छ च=△घ ज ग

छ च=ख च आबाधाभ्यां पृथक् पृथक् हीनचतुरस्र भूमेर्भुजरूपत्वात् लम्बस्य च कोटिरूपत्वात् चतुर्भुज कर्णस्य च कर्णरूपत्वात् आबाधयोनेत्यादिना वासना सिध्यति।

एवमेव क खछ त्रिभुजे—

ख छ+छ क > अ च

तथाच, च ग, क घ रेखयोः क्रमेण योगेन न्यूनाधिकत्वस्य, ख ग, क घ रेखयोः भूमि (आधार) लघुभुजयोर्योगः > ख क + क ख (अनयोर्योगादधिकः)

उपपन्नम् सर्वम् ।

उदाहरणम्—

द्विपञ्चाशन्मितव्येकचत्वारिंशन्मितौ भुजौ ।
मुखं तु पञ्चविंशत्या तुल्यं षष्ट्या मही किल ॥१॥
अतुल्यलम्बकं क्षेत्रमिदं पूर्वैरुदाहृतम् ।
षट्पञ्चाशत् त्रिषष्टिश्च नियते कर्णयोर्मिती ।
कर्णौ तत्रापरौ ब्रूहि समलम्बं च तच्छ्रुती ॥२॥

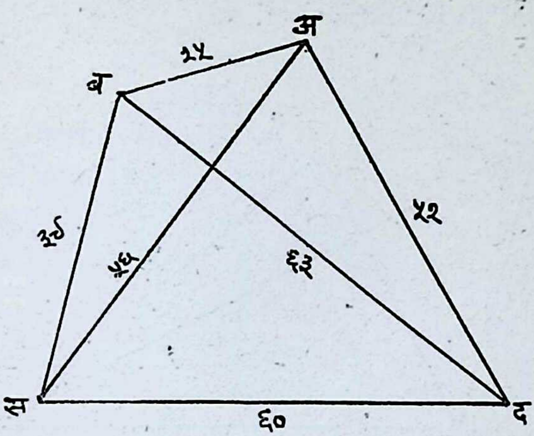
चतुर्भुज के एक भुज का मान ५२, द्वितीय भुज का मान ३९, मुख का मान २५ तथा भूमि (आधार) का मान ६० है। इस प्रकार यह पूर्वाचार्यों द्वारा प्रदर्शित एक अतुल्य (विषम) लम्बों वाला क्षेत्र है जिसके नियत कर्णों का मान ५६ और ६३ है। यदि यह चतुर्भुज (क्षेत्र) समलम्बक हो तो इसके लम्बों और कर्णों को बतलाओ। १९, २०

न्यासः—अत्र बृहत् कर्णस्त्रिषष्टिमितं प्रकल्प्य जातं प्राग्वदन्यः कर्णः ५६ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण—चतुर्भुज क्षेत्र में १ भुज ३९, द्वितीय ५२, मुख २५ तथा आधार ६० है। यथा—



यहाँ बृहत् कर्ण ६३ को इष्ट कर्ण मान कर "त्रिभुजे भुजयोर्योगः इत्यादि सूत्रानुसार आबाधाओं का साधन किया—

त्रिभुज अ ब द में भुज अ ब = २५, अ द = ५२; कर्ण ६३

अतः २५ + ५२ = ७७, ५२ − २५ = २७

$$७७ \times २७ = २०७९ \div ६३ = \frac{२०७९}{६३} = लब्धि = ३३$$

$$६३ + ३३ = ९६, \frac{९६}{२} = ४८ \text{ प्रथम आबाधा} = द\ य$$

$$६३ - ३३ = ३०, \frac{३०}{२} = १५ \text{ द्वितीय आबाधा} = ब\ य$$

$$(२५)^२ - (१५)^२ = ६२५ - २२५ = \sqrt{४००} = २० = लम्ब = अ\ य$$

इसी प्रकार त्रिभुज ब स द में भुज ३९, ६० के आधार पर लम्ब

$$स\ य = (३९)^२ - (१५)^२ = १५२१ - २२५ = १२९६$$

$$\sqrt{१२९६} = ३६ = लम्ब\ (\text{द्वितीय})$$

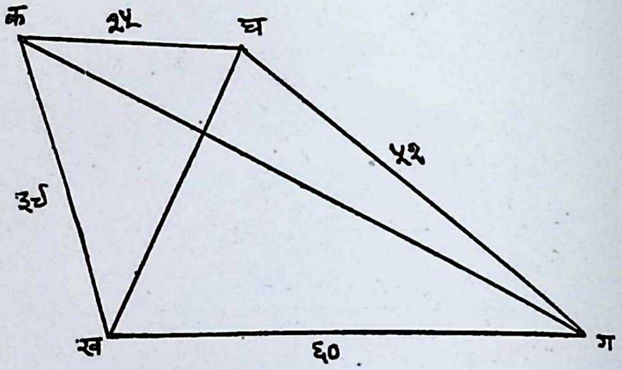
$$२० + ३६ = ५६ = \text{द्वितीयं कर्ण}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—अथ षट्पञ्चाशत्स्थाने द्वात्रिंशन्मितं कर्णं ३२ प्रकल्प्य प्राग्वत्साध्यमाने कर्णे जातं करणीखण्डद्वयं ६२१ ।२७०० अनयोर्मूलयोरैक्यम् =

$$२४\frac{२२}{२५}+५१\frac{२४}{२५}= \text{द्वितीयः कर्णः } ७६\frac{२२}{२५}$$



उदाहरण—ख घ कर्ण=३२, क ख ग त्रिभुज में भुज ३९, २५ भूमि ३२।
अतः आबाधा—

$$३९+२५=६४,\ ३९-२५=१४$$

$$६४\times१४=८९६\div३२=२८ \text{ लब्धिः}$$

$$३२-२८=४,\ \frac{४}{२}=२ \text{ प्रथम आबाधा}$$

$$३२+२८=६०,\ \frac{६०}{२}=३० \text{ द्वितीय आबाधा}$$

$$(२५)^२-(२)^२=६२५-४=६२१$$

$$\sqrt{६२१}=२४\frac{२२}{२५}=२४.९$$

इसी प्रकार $(५२)^२=२७०४,\ (२)^२=४$

$$२७०४-४=२७००।\ \sqrt{२७००}=५१.९$$

$$=५१\frac{२४}{२५}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

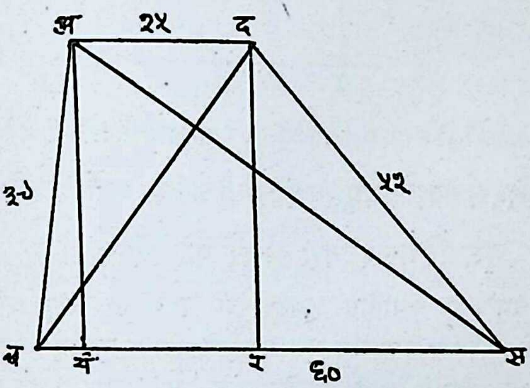
द्वितीय कर्ण = २४·९ + ५१·९ = ७६·८।

अथवा $७६\frac{२२}{२५}$

अथ तदेव क्षेत्रं समलम्बं चेत् तदा मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमितिज्ञानार्थं त्र्यस्रं कल्पितम्।

उदाहरण—मुखोनभूमि = ६०–२५ = ३५ कल्पित किया।

भूमि = ३५, भुज = ३९ एवं ५२



अतः आबाधा =

$$\frac{(३९+५२)\,(५२-३९)}{३५}$$

$$=\frac{९१\times१३}{३५}=\frac{११८३}{३५}$$

$$=३३\frac{२८}{३५}=३३\frac{४}{५}=\frac{१६९}{५}$$

$$\frac{३५}{१}+\frac{१६९}{५}=\frac{१७५}{५}+\frac{१६९}{५}=\frac{३४४}{५}$$

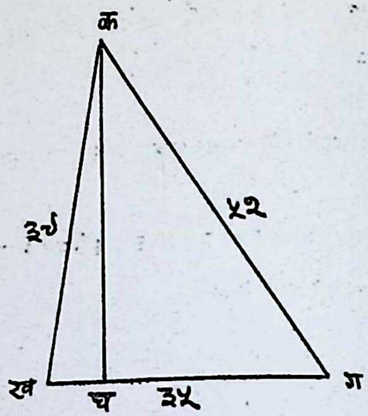
$$\frac{३४४}{५}\times\frac{१}{२}=\frac{१७२}{५}$$ प्रथम आबाधा

$$\frac{३५}{१}-\frac{१६९}{५}=\frac{१७५}{५}-\frac{१६९}{५}=\frac{६}{५}$$

$$\frac{६}{५}\times\frac{१}{२}=\frac{३}{५}$$ द्वितीय अबाधा।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

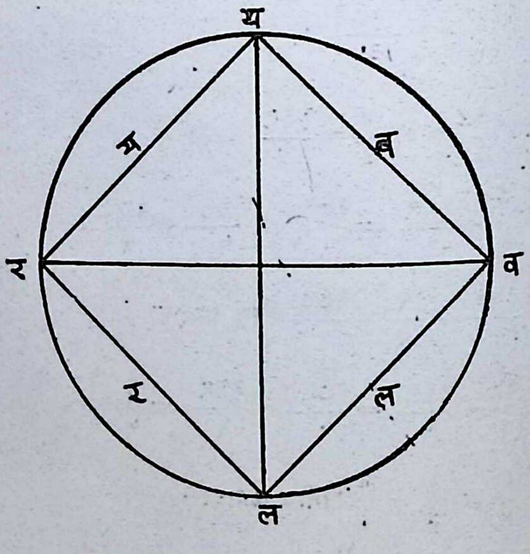


एवमनियतत्वेऽपि नियतावेव कर्णावानीतौ ब्रह्मगुप्ताद्यैस्तदानयनं यथा—

कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्योऽन्यभाजितं गुणयेत् ।
योगेन भुजप्रतिभुजवधयोः कर्णौ पदे विषमे ।।

विषम चतुर्भुज के कर्णाश्रित भुजाओं का गुणा कर योग करें और उनको पृथक् पृथक् रखें। पश्चात् सम्मुखस्थ भुज घातों के योग से गुणाकर द्वितीय कर्णाश्रित भुजाओं के घात के योग से भाग देने से प्रथम कर्ण होता है। प्रथम कर्णाश्रित भुजघात योग से भाग दें तो द्वितीय कर्ण होता है।

क्षेत्रम्



CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—य र ल व वृत्तान्तर्गतं चतुर्भुजं कल्प्यते यस्य भुजाः—

य र = य,

र ल = र,

ल व = ल,

व य = व,

य ल, र व = कर्णाः

वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजस्य सम्मुखकोणयोर्योगः समकोण द्वयंभवति ।

$\angle$ य + $\angle$ ल = १८०°

$\therefore \angle$ य = १८०° − $\angle$ ल

$\therefore$ कोज्या य = कोज्या (१८०° − ल)

अथवा

कोज्या य = − कोज्या ल

(कोणोनसमकोणद्वयस्य कोटिज्यायास्तत्कोण कोटिज्यया ऋणगतया समत्वात्) परञ्च ।

भुजवर्गयुतिर्भूमिवर्गोना भुजघातहृत् ।
दलिता त्रिभुजस्यास्त्रकोटिज्या भुजसंयुतौ ॥

इति त्रिकोणमित्यनुसारेण

र व = अ

तथा

$$\text{तदा कोज्या य} = \frac{\text{य}^2 + \text{व}^2 - \text{अ}^2}{\text{२ य व}}$$

$$\text{कोज्या ल} = \frac{\text{र}^2 + \text{ल}^2 - \text{अ}^2}{\text{२ र ल}}$$

$\because$ कोज्या य = − कोज्या ल

$$\therefore \frac{\text{य}^2 + \text{व}^2 - \text{अ}^2}{\text{२ य व}} = -\frac{\text{र}^2 + \text{ल}^2 - \text{अ}^2}{\text{२ र ल}}$$

$$\therefore \text{२ र ल} (\text{य}^2 + \text{व}^2 - \text{अ}^2) = -\text{२ य व} (\text{य}^2 + \text{ल}^2 - \text{अ}^2)$$

$$\text{य}^2 \text{ र ल} + \text{व}^2 \text{ र ल} - \text{अ}^2 \text{ र ल} = -\text{र}^2 \text{ य व} - \text{ल}^2 \text{ य व} + \text{अ}^2 \text{ य व}$$

$$\text{य}^2 \text{ र ल} + \text{व}^2 \text{ र ल} + \text{र}^2 \text{ य व} + \text{ल}^2 \text{ य व} = \text{अ}^2 \text{ र ल} + \text{अ}^2 \text{ य व}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$य^2 \, र \, ल + र^2 \, य \, व + व^2 \, र \, ल + ल^2 \, य \, व = अ^2 \, (र \, ल + य \, व)$

$य \, र \, (य \, ल + र \, व) + ल \, व \, (व \, र + ल \, य) = अ^2 \, (र \, ल + य \, व)$

$(य \, र + ल \, व) \, (य \, ल + र \, व) = अ^2 \, (र \, ल + य \, व)$

$\therefore अ^2 \, (र \, ल + य \, व) = (य \, र + ल \, व) \, (य \, ल + र \, व)$

$$\therefore अ^2 = \frac{(य \, र + ल \, व) \, (य \, ल + र \, व)}{र \, ल + य \, व}$$

$$अ = \sqrt{\frac{(य \, र + ल \, व)(य \, ल + र \, व)}{र \, ल + य \, व}} = \text{प्रथमः कर्णः}$$

एवमेवाग्रे द्वितीयः कर्णः—

$\angle र + \angle व = १८०^0$

$\therefore \angle र = १८०^\circ - \angle व$

$\therefore$ कोज्या $र =$ कोज्या $(१८०^\circ - व)$

अथवा

$\therefore$ कोज्या $र = -$कोज्या $व$

(कोणोनसमकोणद्वयस्य कोटिज्यास्तत्कोणकोटिज्यया ऋणगतया समत्वात्)

परञ्च

'भुजवर्गयुतिरित्यादिना'

त्रिकोणमित्यनुसारेण—

$ल \, य = क$ तथा

$$\text{कोज्या } र = \frac{र^2 + य^2 - क^2}{२ \, र \, य}$$

$$\text{कोज्या } व = \frac{ल^2 + व^2 - क^2}{२ \, ल \, व}$$

$\because$ कोज्या $र = -$कोज्या $व$

$$\frac{र^2 + य^2 - अ^2}{२ \, र \, य} = -\frac{ल^2 + व^2 - क^2}{२ \, ल \, व}$$

$\therefore २ \, ल \, व \, (र^2 + य^2 - क^2) = -२ \, र \, य \, (ल^2 + व^2 - क^2)$

$र^2 \, ल \, व + य^2 \, ल \, व - क^2 \, ल \, व = -ल^2 \, र \, य - व^2 \, र \, य + क^2 \, र \, य$

$र^2 \, ल \, व + य^2 \, ल \, व + ल^2 \, र \, य + व^2 \, र \, य = क^2 \, ल \, व + क^2 \, र \, य$

$र \, ल \, (र \, व + ल \, य) + य \, व \, (य \, ल + व \, र) = क^2 \, (ल \, व + र \, य)$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$(\text{र ल}+\text{य व})\,(\text{र व}+\text{ल य})=\text{क}^2(\text{ल व}+\text{र य})$$

$$\therefore \text{क}^2\,(\text{ल व}+\text{र य})=(\text{र ल}+\text{य व})\,(\text{र व}+\text{ल य})$$

$$\therefore \text{क}^2=\frac{(\text{र ल}+\text{य व})\,(\text{र व}+\text{ल य})}{\text{ल व}+\text{र य}}$$

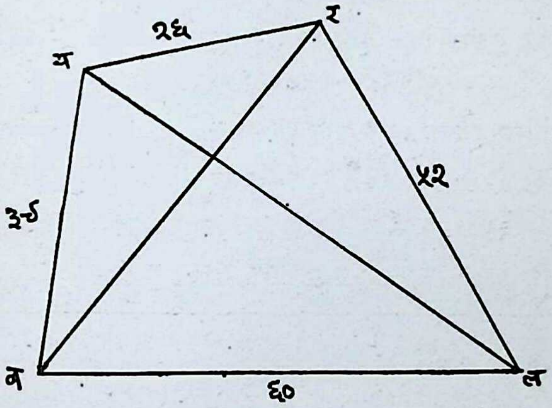
$$\therefore \text{क}=\sqrt{\frac{(\text{र ल}+\text{य व})(\text{र व}+\text{ल य})}{\text{ल व}+\text{र य}}}=\text{द्वितीयकर्णः}$$

परं च एवं वृत्तान्तर्गतस्यैव चतुर्भुजस्य कर्णमानं भवतीति स्फुटम् ।

उपपन्नम् ।

क्षेत्रम्

उदाहरण—



"कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्यो० ।" इत्यादि से

प्रथम कर्ण के आश्रित भुजाओं का घात—

२५×३९=९७५

५२×६०=३१२०

योग ९७५+३१२०=४०९५

द्वितीय कर्ण के आश्रित भुजाओं का घात –

२५×५२=१३००

३९×६०=२३४०

योग १३००+२३४०=३६४०

सम्मुख स्थित भुजाओं का घातैक्य करने पर—

३९×५२=२०२८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

२५×६० = १५००

२०२८+१५०० = ३५२८

३५२८ से प्रथम कर्णाश्रित भुजघातैक्य से गुणा करने पर—

प्रथम कर्णाश्रित भुजघातैक्य = ४०९५

सम्मुख स्थित भुजघातैक्य से गुणा करने पर—

४०९५ × ३५२८ = १४४४७१६०

द्वितीय कर्णाश्रित भुजघातैक्य से भाग देने पर—

१४४४७१६० ÷ ३६४० = ३९६९

$\sqrt{३९६९}$ = ६३ प्रथम कर्ण

द्वितीय कर्णाश्रित भुजघातैक्य = ३६४०

सम्मुख स्थित भुजघातैक्य से गुणा करने पर—

३६४०×३५२८ = १२८४१९२०

प्रथम कर्णाश्रित भुजघातैक्य से भाग देने पर—

१२८४१९२० ÷ ४०९५ = ३१३६

$\sqrt{३१३६}$ = ५६

द्वितीय कर्ण

सूत्र—

प्रथम कर्ण = अ ।

∵ य व=य, व ल=व, ल र=ल, रय=र

$$\therefore \text{अ} = \sqrt{\frac{(\text{य र} + \text{ल व})(\text{य ल} + \text{र व})}{\text{र ल} + \text{य व}}}$$

$$\text{अ} = \sqrt{\frac{(३९\times२५+५२\times६०)\ (३९\times५२+२५\times६०)}{(२५\times५२+३९\times६०)}}$$

$$= \sqrt{\frac{४०९५\times३५२८}{३६४०}} = ६३$$

६३ = प्रथम कर्ण

सूत्र—

द्वितीय कर्ण = क

$$\because \text{क} = \sqrt{\frac{(\text{र ल}+\text{य व})(\text{र व}+\text{ल य})}{\text{ल व}+\text{र य}}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\sqrt{\frac{(२५\times५२+३९\times६०)\,(२५\times६०+५२\times३९)}{५२\times६०+२५\times३९}}$$

$$\sqrt{\frac{३६४०\times३५२८}{४०९५}}=५६$$

द्वितीय कर्ण=५६

"लघुप्रक्रिया दर्शनद्वारेणाह"

अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोट्यः
परस्परं कर्णहता भुजा इति ।
चतुर्भुजं यद्विषमं प्रकल्पितं
श्रुती तु तत्र त्रिभुजद्वयात्ततः ॥३४॥
बाह्वोर्वधः कोटिवधेन युक् स्या-
देका श्रुतिः कोटिभुजावधैक्यम् ।
अन्या लघौ सत्यपि साधनेऽस्मिन्
पूर्वैः कृतं यद्गुरु तन्न विद्मः ॥३५॥

स्वेच्छा से दो जात्य त्रिभुज बनाकर उनमें से एक के कर्ण से दूसरे के भुज और कोटि तथा दूसरे के कर्ण से पहले के भुज-कोटि को गुणा करने से विषम चतुर्भुज की चारों भुजायें हो जायेगी। इस प्रकार के विषम चतुर्भुज के कर्ण भी उक्त त्रिभुजद्वय से जाने जाते हैं। क्योंकि दोनों त्रिभुजों के भुजों के घात में कोटियों का घात जोड़ने से एक कर्ण होगा तथा पहले त्रिभुज की कोटि को दूसरे त्रिभुज के भुज से तथा दूसरे त्रिभुज की कोटि को पहले त्रिभुज के भुज से गुणाकर जोड़ने पर दूसरा कर्ण होगा। पूर्वाचार्यों ने इस प्रकार की सरल रीति रहने पर भी जो गौरव युक्त विधि कही है उसका कारण मैं नहीं जानता।

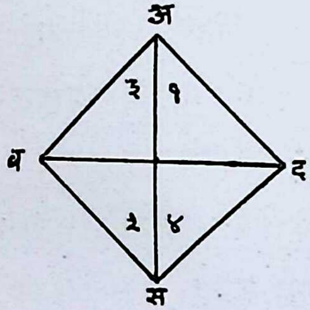
उपपत्ति :—कल्प्यते प्रथमजात्यत्रिभुजस्य भुजः=भु, कोटिः=को, कर्णः=क तथा अनेन प्रकारेण द्वितीय त्रिभुजस्य भुजः=भु', कोटिः=को', कर्णः=क'। अथ कस्यापि जात्यत्रिभुजस्येष्टगुणितभुजादिवशेन यद् अन्यं जात्यत्रिभुजं उत्पद्यते तज्जात्यं भवति।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ प्रथमजात्यत्रिभुजस्य भुजकोटिभ्यां द्वितीयसजातीयत्रिभुजस्य भुजकोटिकर्णाः पृथक्-पृथक् गुण्यन्ते तदा समकोणद्वयं स्याद् एवं द्वितीयजात्यत्रिभुजस्य भुजकोटिभ्यां प्रथमत्रिभुजस्य भुजकोटिकर्णाः यदि पृथक्-पृथक् गुण्यन्ते तदापि समकोण द्वयं स्यात्। एवं चत्वारि जात्यत्रिभुजानि उत्पन्नानि मिथः सजातीयानि। अथैषां योगेनैकं विषमभुज चतुर्भुजं जायते। अतस्तुल्य भुजकोटिनां तुल्य त्रिभुजोपरिस्थापनेन अ ब स द विषम चतुर्भुजं जातम्। अस्य स्वरूपदर्शनेनैवाभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटयः परस्परं कर्णं हता इत्यादि उपपद्यते।

क्षेत्रम्



स्पष्टम् :—

१. $भु \times क' = भु\ क'$
२. $को \times क' = को\ क'$
३. $भु' \times क = भु'\ क$
४. $को' \times क = को'\ क$

एते विषमचतुर्भुजस्य क्रमेण चत्वारो भुजाः।

तथा च

$$भु \times भु' + को \times को' = \text{प्रथमः कर्णः}$$

$$को \times भु' + भु \times को' = \text{द्वितीयः कर्णः}$$

इति

उदाहरण :—

प्रथम त्रिभुज—

भु=३, को=४, कर्ण=५

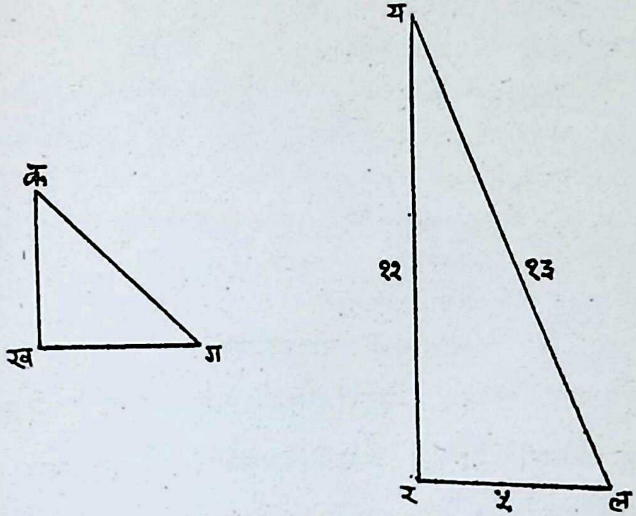
द्वितीय त्रिभुज—

भु'=५, को'=१२, कं=१३

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटचे इत्यादि सूत्रानुसार—



प्रथम त्रिभुज के कर्ण से द्वितीय त्रिभुज के भुज, कोटि को गुणा करने पर—

भु'×क=५×५=२५

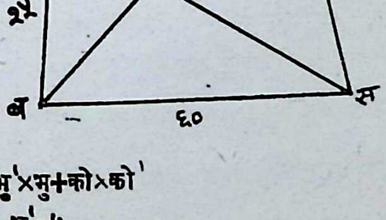
को'×क=१२×५=६०

द्वितीय त्रिभुज के कर्ण से प्रथम त्रिभुज के भुज कोटि को गुणा करने पर—

भु×क'=३×१३=३९

को×क'=४×१३=५२

विषम चतुर्भुज की चारों भुजायें—



प्रथम कर्ण=भु'×भु+को×को'

∵ भु=३, भु'=५

को=४, को'=१२

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∴ प्रथम कर्ण=३×५+४×१२
=१५+४८=६३
प्रथम कर्ण=६३
द्वितीय कर्ण=को×भु'+मु×को'
∵ को=४, को'=१२
मु=३, भु'=५
∴ द्वि० कर्ण=४×५+३×१२
=२०+३६
=५६ द्वितीय कर्ण

अथ सूचीक्षेत्रोदाहरणम्

क्षेत्रे यत्र शतत्रयं क्षितिमितिस्तत्त्वेन्दु तुल्यं मुखं,
बाहुः खोत्कृतिभिः शरातिधृतिभिस्तुल्यौ च तत्र श्रुती।
एका खाष्टयमैः समा तिथिगुणैरन्याऽथ तल्लम्बकौ,
तुल्यौ गोधृतिभिस्तथा जिनयमैर्योगाच्छ्रुवो लम्बयोः ॥२१॥
तत्खण्डे कथयाधरे श्रवणयोर्योगाच्च लम्बाबधे,
तत्सूची निजमार्गवृद्धभुजयोर्योगाद्यथा स्यात्ततः।
स्वाबाधां वद लम्बकं च भुजयोः सूच्याः प्रमाणे च के,
सर्वं गाणितिक प्रचक्ष्व नितरां क्षेत्रेऽत्र दक्षोऽसि चेत् ॥२२॥

जहाँ किसी क्षेत्र मे भूमि का मान ३००, मुख १२५, प्रथमभुज २६०, द्वितीय १९५, प्रथम कर्ण २८०, द्वितीय कर्ण ३१५, प्रथम लम्ब १८९ तथा द्वितीय लम्ब २२४ है तो लम्ब और कर्ण के योग करने से उसके नीचे के दोनों भागों का प्रमाण तथा दोनों कर्णों के योग से लम्ब और आबाधाओं के मान एवं भुजों को अपने मार्ग में बढ़ाने से जहाँ योग होगा, वहाँ से भूमि पर अबाधा सहित लम्ब व सूची का प्रमाण क्या होगा यदि तुम क्षेत्रमिति गणित में दक्ष हो तो बताओ ॥२१, २२॥

अथ सन्ध्याद्यानयनाय करणसूत्रम्

लम्बतदाश्रितबाह्वोर्मध्यं सन्ध्याख्यमस्य लम्बस्य।
सन्ध्यूना भूः पीठं साध्यं यस्याधरं खण्डम् ॥३६॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

तत्सन्धिर्द्विष्ठः परलम्बश्रवणाहतः परस्य पीठेन ।
भक्तो लम्बश्रुत्योर्योगात्स्यातामधः खण्डे ।।३७।।

लम्ब तथा लम्ब से स्पर्श करने वाली भुजा के बीच का खण्ड, उस लम्ब की सन्धि कहलाती है। भूमि के मान में सन्धि घटाने से पीठ होती है। जिसका अधः खण्ड साधन करना हो, वहाँ सन्धि को दो स्थानों पर रखकर, एक को पर लम्ब तथा दूसरे को पर कर्ण से गुणाकर दूसरे की पीठ से दोनों जगह भाग दें, तो कर्ण और लम्ब के योग से अधः स्थित खण्ड होते हैं ।।३७, ३६।।

उदाहरण :--

लम्ब = १८९

आश्रितभुज = १९५

"यल्लम्बलम्बाश्रित बाहुवर्ग"

$\sqrt{\text{भु}^2 - \text{ल}^2}$ $\sqrt{१९५^2 - १८९^2}$ = ४८ वर्गान्तरमूल प्रथम सन्धि

भूमिमान = ३००

३०० − ४८ = २५२ प्रथम पीठ ।

पुनः इसी प्रकार—

लम्ब = २२४

लम्बाश्रितभुज = २६०

"यल्लम्बलम्बाश्रित बाहुवर्ग"

$\sqrt{\text{भु}^2 \cdot \text{ल}^2}$

$\sqrt{२६०^2 - २२४^2} = \sqrt{१७४२४}$ = १३२

द्वितीय सन्धि = १३२

भूमि = ३००

∴ ३००−१३२ = १६८ द्वितीय पीठ

प्रथम लम्ब = १८९,

४८ प्र० सन्धि	४८ प्र० सन्धि
×२२४ प० लम्ब	×२८० पर कर्ण
१०७५२	१३४४०
१६८)१०७५२(६४	१६८)१३४४०(८०
१०७५२	१३४४०
×	×

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लम्ब का अधः खण्ड=६४। कर्ण का अधः खण्ड=८०

(१) द्वि. स. × प्र. ल. ÷ प्र. पी.

१३२ × १८९ ÷ २५२

$\therefore$ $\frac{१३२ \times १८९}{२५२}$ = ९९ द्वि. लम्ब का अधः खण्ड।

(२) द्वि. स. × प्र. क. ÷ प्रथमपीठ = द्वि. क. अ. ख.

१३२ × ३१५ ÷ २५२

$\therefore$ $\frac{१३२ \times ३१५}{२५२}$ = १६५ द्वि. कर्ण का अधः खण्ड।

इति

कर्णयोर्योगादधो लम्बज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तम्

लम्बौ भूघ्नौ निजनिजपीठविभक्तौ च वंशौ स्तः।
ताभ्यां प्रागवच्छ्रुत्योर्योगाल्लम्बः कुखण्डे च ॥३८॥

दोनों लम्बों को (प्रथम लम्ब, द्वितीय लम्ब) भूमि से गुणाकर व अपनी-अपनी पीठ से भाग देकर वंश प्रमाण होता है। वंश प्रमाण के बाद "अन्योन्यमूलाग्रसूत्रयोगात्" इत्यादि इस सूत्र के अनुसार कर्णों के योग से भूमि पर लम्ब और आबाधाओं का ज्ञान करना चाहिए।

स्पष्टार्थम् :—

$$\text{प्र० वंश} = \frac{\text{प्रथम लम्ब} \times \text{भूमि}}{\text{स्व० पीठ}}$$ ।

$$\text{द्वि० वंश} = \frac{\text{द्वि० लम्ब} \times \text{भूमि}}{\text{स्व० पीठ}}$$ ।

"वेण्वोर्वधे योग हृतेऽवलम्बः"

$$\frac{\text{प्र० वंश} \times \text{द्वि० वंश}}{\text{प्र. वंश} + \text{द्वि० वंश}} = \text{कर्णयोग से भूमिपर लम्ब}$$ ।

"अभीष्ट भूघ्नो वंशौ"

इस सूत्र के अनुसार—

$$\frac{\text{प्रथम वंश} \times \text{भूमि}}{\text{प्र. वंश} + \text{द्वि. वंश}} = \text{प्रथम अबाधा}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{\text{द्वितीय वंश}\times\text{भूमि}}{\text{प्र. वंश}\times\text{द्वि. वंश}}=\text{द्वितीय अबाधा}$$

उदाहरण :—

$$\text{प्रथम वंश}=\frac{\text{प्रथम लम्ब}\times\text{भूमि}}{\text{स्वपीठ}}$$

∵ प्रथम लम्ब = १८९
भूमि = ३००
पीठ = २५२

उत्थापन देने से—

$$\therefore \text{प्र० वंश}=\frac{१८९\times ३००}{२५२}=२२५$$

प्रथम वंश = २२५

$$\text{द्वितीय वंश}=\frac{\text{द्वि०ल०}\times\text{भू}}{\text{पीठ}}$$

द्वि० ल० = २२४
भू = ३००
पीठ = १६८

उत्थापन देने पर—

$$\text{द्वि० वंश}=\frac{२२४\times ३००}{१६८}=४००$$

द्वितीय वंश = ४००

"वेण्वोर्वधेयोग हृतेऽवलम्बः" इत्यादिना—

$$\frac{\text{प्र० वंश}\times\text{द्वि० वंश}}{\text{प्र० वंश}+\text{द्वि० वंश}}=\frac{२२५\times ४००}{२२५+४००}=\frac{९००००}{६२५}$$

= १४४ कर्णयोग से भूमि पर लम्ब

"अभिष्टभूघ्नो वंशो" इत्यादिना

$$\text{प्रथम आबाधा}=\frac{\text{प्र० वंश}\times\text{भू}}{\text{प्र०वंश}+\text{द्वि०वंश}}$$

$$\therefore \frac{२२५\times ३००}{२२५+४००}=१०८$$

प्रथम आबाधा = १०८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{द्वितीय अबाधा} = \frac{\text{द्वि० वंश}\times\text{भू}}{\text{प्र० वंश}+\text{द्वि० वंश}}$$

$$= \frac{४००\times३००}{२२०+४००} = १९२$$

द्वितीय आवाधा = १९२

लम्बावाधाभुजज्ञानम्

लम्बहृतो निजसन्धिः परलम्बगुणः समाह्वयोज्ञेयः ।
समपरसन्ध्योरैक्यं हारस्तेनोद्धृतौ तौ च ॥३९॥
समपरसन्धी भूघ्नौ सूच्याबाधे पृथक् स्याताम् ।
हारहृतः परलम्बः सूचीलम्बो भवेद् भूघ्नः ॥४०॥
सूचीलम्बघ्नभुजो निजनिजलम्बोद्धृतौ भुजौ सूच्याः ।
एवं क्षेत्रक्षोदः प्राज्ञैस्त्रैराशिकात् क्रियते ॥४१॥

अन्वयः—निजसन्धिः परलम्बगुणः लम्बहृतः समाह्वयः ज्ञेयः । समपरसन्ध्योः ऐक्यं हारः स्यात् । तौ समपरसन्धी भूघ्नौ तेन हारेण उद्घृतौ च तदा सूच्याबाधे पृथक् स्याताम् । परलम्बः भूघ्नः हारहृतः सूचीलम्बः भवेत् । सूचीलम्बघ्नभुजौ निज-निज लम्बोद्घृतौ सूच्याः भुजौ भवतः । प्राज्ञैः एवं क्षेत्रक्षोदः त्रैराशिकात् क्रियते ।

निज-सन्धि को परलम्ब से गुणाकर तथा अपने लम्ब का भाग देने पर लब्धि "सम" होगी । सम व परसन्धि का योग हार होगा । सम व परसंधि को पृथक्-पृथक् भूमि से गुणाकर तथा हार से दोनों में पृथक्-पृथक् भाग देने पर दोनों लब्धियाँ सूची की आवाधायें होंगी । पर लम्ब को भूमि से गुणकर व हार से भाग देने पर सूची लम्ब होता है । यदि दोनो भुजों को सूची लम्ब से पृथक्-पृथक् गुणाकर तथा अपने-अपने लम्ब का भाग दें तो सूची की भुजायें होती हैं । इस प्रकार बुद्धिमान त्रैराशिक से क्षेत्रावयवों का ज्ञान करते हैं ॥ ३९–४१ ॥

न्यासः—अत्र किलायं लम्बः २२४, अत्र सन्धिः १३२ अयं परलम्बेनानेन १८९, गुणितः स्वलम्बेन २२४ भक्तः समाख्यो जातः $\frac{८९१}{८}$ अस्य पर सन्धेश्च ४८, योगो हाराख्यः $\frac{१२७५}{८}$ अनेन समसन्धिः परसन्धिश्च विभक्तौ भूमि गुणितौ जाते सूच्याबाधे $\frac{१५३६}{१७}$, $\frac{३५६४}{१७}$ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

परलम्बः १८९ भूमि-गुणो हारभक्तो जातः सूचीलम्बः $\frac{६०४८}{१७}$ सूचीलम्बेन भुजौ १९५, २६०, गुणितौ स्वलम्बाभ्यामाभ्याम् १८९, २२४ यथाक्रमं भक्तौ जातौ स्वमार्गं-वृद्धौ सूचीभुजौ $\frac{६२४०}{१७}$, $\frac{७०२०}{१७}$।

उदाहरण

प्र. लम्ब = २२४, सन्धि = १३२, परलम्ब = १८९

$$\text{सम} = \frac{\text{स्वसन्धि} \times \text{परलम्ब}}{\text{स्वलम्ब}} ।$$

उत्थापन देने पर—

$$\text{सम} = \frac{१३२ \times १८९}{२२४} = \frac{८९१}{८}$$

$$\text{प्रथमसम} = \frac{८९१}{८} ।$$

परसन्धि + सम = हार

∵ परसन्धि = ४८

$$\therefore ४८ + \frac{८९१}{८} = \frac{१२७५}{८}$$

$$\text{हार} = \frac{१२७५}{८}$$

$$\text{प्रथम आबाधा} = \frac{\text{सम} \times \text{भूमि}}{\text{हार}}$$

∵ भूमि = ३००

उत्थापन देने पर—

$$\text{प्र० आ०} = \frac{\frac{८९१}{८} \times ३००}{\frac{१२७५}{८}}$$

$$= \frac{८९१ \times \overset{४}{\cancel{३००}} \times \cancel{८}}{\cancel{८} \times \underset{१७}{\cancel{१२७५}}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{प्रथमआबाधा} = \frac{३५६४}{१७}$$

$$\text{द्वितीय आबाधा} = \frac{\text{परसन्धि} \times \text{भूमिः}}{\text{हार}}$$

$$\because \text{परसन्धि} = ४८$$

$$\therefore \text{द्वि० आ०} = \frac{४८ \times ३००}{\frac{१२७५}{८}}$$

$$= \frac{४८ \times ३०० \times ८}{१२७५} = \frac{१५३६}{१७}$$

$$\therefore \text{द्वितीय आबाधा} = \frac{१५३६}{१७} \text{।}$$

इसी प्रकार द्वितीय का—

$$\text{द्वितीय लम्ब} = १८९$$

$$\text{सन्धि} = ४८$$

$$\text{पर लम्ब} = २२४$$

$$\text{सम} = \frac{\text{सन्धि} \times \text{परलम्ब}}{\text{लम्ब}}$$

उत्थापन देने पर—

$$\frac{४८ \times २२४}{१८९} = \frac{१०७५२}{१८९} = \frac{५१२}{९}$$

$$\therefore \text{द्वितीय सम} = \frac{५१२}{९} \text{।}$$

$$\text{पर सन्धि} + \text{सम} = \text{हार}$$

$$\because \text{पर सन्धि} = १३२$$

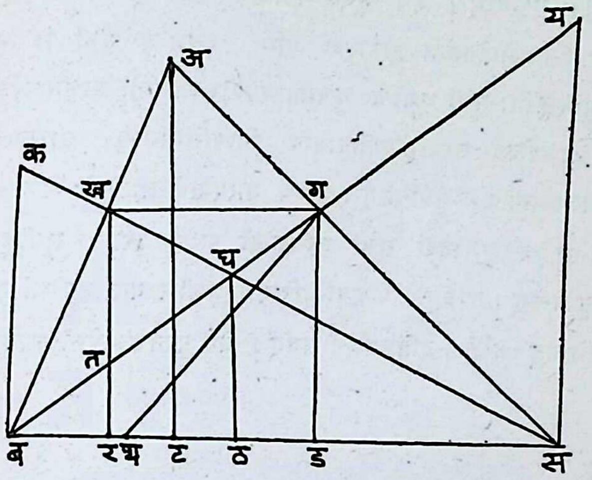
$$\therefore \text{हार} = १३२ + \frac{५१२}{९} = \frac{१७००}{९}$$

$$\text{द्वितीय हार} = \frac{१७००}{९} \text{।}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रतीत्यर्थं क्षेत्रम्—व स आधारे स्थितानि अ व स, क व स, य व स त्रीणि त्रिभुजानि सन्ति। ख ग सम्पात विन्दुद्वयगता ख ग रेखा कृता। अनेन ख र ड ग



□; ख व स ग □ चतुर्भुज द्वयं च सञ्जातम्। ग विन्दुतः अ व समानान्तरा ग थ रेखा कृता। ख, अ, घ, ग विन्दुभ्यः क्रमेण ख र, अ ट, घ ठ, ग ड च लम्बः कृतः।

अत्र कोटिकर्णवर्गान्तरपदस्य भुजसमत्वात् सन्ध्यानयन वासना स्पष्टा। अथ जात्यन्तर्गत जात्ययोः साजात्यस्यातिरोहितत्वात् परपीठतुल्ये भुजे परलम्बतुल्या कोटिस्तदा स्वसन्धितुल्ये भुजे का ? तथा परपीठतुल्ये भुजे स्वकर्णतुल्यः कर्णस्तदा स्वसन्धितुल्ये भुजे क ? इत्यनुपाताभ्यां लम्बकर्णयोः योगादधः खण्डसाधनवासनापि स्पष्टैव। पुनश्चजात्यन्तर्गतजात्ययो। साजात्यात् पीठ तुल्ये भुजे लम्बः कोटिस्तदा भूतुल्ये भुजे केत्यनुपातेन पृथक्-पृथक् भूप्रान्तात् विहितलम्बस्य वर्धितकर्णस्य च योगाद् भूप्रान्तावधिलम्ब मानंबंशाख्यं स्यात्ततश्च कर्णयोर्योगाल्लम्बसाधनं वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्ब इत्यनेनैव स्पष्टम्। अतः उक्तं लम्बौ भूघ्नौ निज-निज पीठ विभक्ता-वित्यादि। आर्थिक भुजाग्रात् कृता भूसमानान्तरा रेखा। अपर भुजे यत्र लग्ना तस्माद् भूमौ कृतो लम्बः प्रथम लम्बसमस्तथा तास्मादेव कृता प्रथम भुज समाना-न्तरारेखा भूमौ यत्र लग्ना सा च प्रथम भुज समा तयोरन्तरं च भूमौ सन्धिसमंमिति

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

तावत प्रसिद्ध मेव । अथ तल्लम्बमूलाद द्वितीय भुजमूलावधि भूमौ सम संज्ञं कल्प्यं तज्ज्ञानं च जात्यन्तर्गतजात्ययोः साजात्यात् लम्बकोटी सन्धिर्भुजस्तदा परलम्बकोटी क इत्यनुपाते सुस्पष्टम् । अथ भुजसमानान्तर रेखा भूमि योगादन्यभुजमूलावधि भूमौ समपरसन्ध्योर्योगसमा हाराख्या भूमिः चतुर्भुज भुजौ च भुजौ । तथा चतुर्भुज भूमिर्भूमिः सूची भुजौ च भुजावित्यनयोर-त्र्यस्रयोः साजात्यातिरोहितत्वात् सजातीयत्रिभुजयोश्च लम्बाबाधादीनामपि निष्पत्तिमानस्य साम्यात्त्रैराशिकेन । सूच्याबाधालम्बानां ज्ञानं सुप्रसिद्धम् । ततश्च जात्यन्तर्गतजात्ययोः साजात्यात् स्वस्व-लम्बकोटौ स्व स्व भुजस्तदा सूची लम्बकोटौ क इत्यनुपातेन सूचीभुजानयनमपि सुबोधमित्युदपन्नम् । लम्बहृतो निजसन्धिरित्यादिभुजौ इत्यन्तं यथोक्तं एवं क्षेत्रक्षोदः प्राज्ञैस्त्रैराशिकात् क्रियते । इतिउपपन्नं सर्वम् । अग्रे प्रकारान्तरेणोपाद्यते ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{प्रथमआबाधा}=\frac{\text{सम} \times \text{भूमि}}{\text{हार}}$$

$$\text{हार}=\frac{\text{१७००}}{\text{९}}$$

$$\text{सम}=\frac{\text{५१२}}{\text{९}}$$

$$\text{भूमि} = \text{३००}$$

$$\because \text{प्रथमआबाधा}=\frac{\frac{\text{५१२}}{\text{९}}\times\text{३००}}{\frac{\text{१७००}}{\text{९}}}$$

$$\frac{\text{५१२} \times \text{३००} \times \text{९}}{\text{९} \times \text{१७००}}=\frac{\text{१५३६}}{\text{१७}}$$

$$\therefore \text{प्रथमआबाधा}=\frac{\text{१५३६}}{\text{१७}}\text{ ।}$$

$$\text{द्वितीयआबाधा}=\frac{\text{परसन्धि} \times \text{भूमि}}{\text{हार}}$$

$$=\frac{\text{१३२} \times \text{३००}}{\frac{\text{१७००}}{\text{९}}}=$$

$$=\frac{\text{१३२} \times \text{३००} \times \text{९}}{\text{१७००}}=\frac{\text{३५६४}}{\text{१७}}$$

$$\therefore \text{द्वितीयआबाधा}=\frac{\text{३५६४}}{\text{१७}}\text{ ।}$$

$$\text{सूची लम्ब}=\frac{\text{परलम्ब} \times \text{भूमि}}{\text{हार}}$$

$$\because \text{परलम्ब}=\text{२२४}$$

$$\therefore \text{सूचीलम्ब}=\frac{\text{२२४} \times \text{३००}}{\frac{\text{१७००}}{\text{९}}}=\frac{\text{२२४} \times \text{३००} \times \text{९}}{\text{१७००}}$$

$$=\frac{\text{६०४८}}{\text{१७}}\text{ सूचीलम्ब ।}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{सूची भुज प्रथम} = \frac{\text{भु}' \times \text{सूची लम्ब}}{\text{स्व लम्ब}}$$ ।

∵ भु' = १९५

$$\text{सूचीलम्ब} = \frac{६०४८}{१७}$$

स्वलम्ब = १८९

$$\text{सूची प्र० भु०} = \frac{१९५ \times ६०४८}{१७ \times १८९} = \frac{६२४०}{१७}$$ ।

$$\text{सूची भुज प्रथम} = \frac{६२४०}{१७}$$ ।

$$\text{सूची भुज द्वितीय} = \frac{\text{भु}'' \times \text{सूचीलम्ब}}{\text{स्वलम्ब}}$$

∵ भुज'' = २६०

$$\text{सूचीलम्ब} = \frac{६०४८}{१७}$$

लम्ब = २२४

$$∵ \frac{२६० \times ६०४८}{१७ \times २२४} = \frac{७०२०}{१७}$$ ।

$$∴ \text{सूचीभुज द्वितीय} = \frac{७०२०}{१७}$$ ।

उपपत्तिः—ख व स ग चतुर्भुजम् ।

व ग, स ख, कर्णौ ।

ख र = प्रथमः लम्बः ।

ग ह = द्वि० लम्बः ।

व र = आ० सन्धिः ।

स र = प्र० पीठम् ।

स ह = द्वि० सन्धिः ।

व ह = द्वि० पीठम् ।

△ व त र △ व ग ह त्रिभुजयोः सजात्यादनुपातः—

$$\frac{\text{व ग} \times \text{व र}}{\text{व ह}} = \text{व त}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∵ व ग = कर्णः, व र = आ० सन्धिः, व ड = द्वि० पीठम् ।

$$∴ व त = \frac{कर्णः \times आ० सं}{द्वि० पी०}$$

एवमेव

$$त र = \frac{ग ड \times व र}{व ड}$$

∵ ग ड = द्वि० लम्बः । व र = आ० सन्धिः
व ड = द्वि० पीठम् ।

$$∴ त र = \frac{द्वि० ल० \times आ० सं०}{द्वि० पी०}$$

एतेन—"सन्धिर्द्विष्ठः परलम्बश्रवणाहृतः परस्य पीठेन भक्तः ।"
इति सूत्रमुपपन्नम् ।

अथ व स बिन्दोः व स भूम्युपरि व क, स य लम्बौ विधाय व ग स ख कर्णौ क्रमेण यफ पर्यन्तं वर्धनीयौ ।

△स क व △ स ख र त्रिभुजौ जातौ ।

अनयोः साजात्यादनुपातः—

$$व क = \frac{ख र \times स व}{स र}$$

∴ ख र = प्रथमः लम्बः ।

स व = भूमिः

स र = प्रथमपीठम् ।

$$∴ व क = \frac{प्र० लं० \times भू०}{प्र० पी०}$$

एवमेव

△व ग ड △ व य स

त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः—

$$य स = \frac{ग ड \times व स}{व ड}$$

∵ ग ड = द्वि० लं०, व स = भू०, व ड = द्वि० पीठम् ।

$$∴ य स = \frac{द्वि० लं \times भू०}{द्वि० पी०}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

तत्र आभ्यां वंशाभ्यां अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगादित्यादिना घ ठ लम्बस्तथा घ ठ, स ठ आबाधे साधनीये। तेन लम्बौ भूघ्नौ निजपीठ विभक्ताविति सूत्रमुपपद्यते।

अथ ग बिन्दोः ख व समानान्तरा ग फ रेखा विधेया।

तदा △ ख व र △ ग फ ड त्रिभुजयोः साजात्यादनुपात—

$$ड फ = \frac{व र \times ग ड}{ख र}$$

∵ व र = आ० सन्धिः

ग ड = द्वि० लम्बः

ख र = प्रथमः लम्बः

$$\therefore ड फ = \frac{आ० स० \times द्वि० लं०}{प्र० लं०} = स म$$

फ ड + ड स = स फ

∵ स ड = द्वि० स०

∵ स ड = ड फ

∴ स ड = ड फ = द्वि० सन्धिः

∵ ड फ = ड स = स म

∴ द्वि० सन्धि + स म = हार

अथ △ स ग फ △ स अ व सजातीयौ

अतः षष्ठाध्यायस्य सिद्धान्तेन—

$$\frac{व फ}{स फ} = \frac{ग अ}{स ग} \text{ परन्तु } \frac{ग अ}{स ग} = \frac{ट ड}{स ड}$$

$$\therefore \frac{व फ}{स फ} = \frac{ट ड}{स ड}$$

उभय पक्षयोः १ योजनेन—

$$\therefore \frac{व फ}{स फ} + १ = \frac{ट ड}{स ड} + १$$

$$\frac{व फ + स फ}{स फ} = \frac{ट ड + स ड}{स ड}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \text{व फ} + \text{स फ} = \text{व स}$$

$$\text{ट ड} + \text{स ड} = \text{ट स}$$

$$\therefore \frac{\text{व स}}{\text{स फ}} = \frac{\text{ट स}}{\text{स ड}}$$

$$\therefore \text{ट स} = \frac{\text{व स} \times \text{स ड}}{\text{स फ}}$$

$$\because \text{व स} = \text{भूमिः}$$

$$\text{स फ} = \text{हारः}$$

$$\text{स ड} = \text{द्वि० सन्धिः}$$

$$\therefore \text{ट स} = \frac{\text{भू} \times \text{द्वि० स०}}{\text{हा}} = \text{सूची प्रथमआबाधा ।}$$

एवमेव

$$\text{सूची द्वितीय आबाधा} = \frac{\text{भू} \times \text{प्र० स०}}{\text{हा०}}$$

$$\frac{\text{ग ड} \times \text{स व}}{\text{र ह}} = \text{ख र}$$

$$= \frac{\text{द्वि० ल०} \times \text{भू}}{\text{हा०}} = \text{लम्बः}$$

एवम्

$$\text{व स} = \frac{\text{ग स} \times \text{क्ष व}}{\text{ग ड}} \text{ ।}$$

$$\text{सूचीद्वितीयभुजः} = \frac{\text{द्वि० भु०} \times \text{सू० ल०}}{\text{द्वि० ल०}}$$

$$\text{सूचीभुजः} = \frac{\text{प्र. भु} \times \text{सू० लं०}}{\text{प्र. ल.}}$$

अतः सर्वमुपपन्नम् ।

इति सूचीक्षेत्रव्यवहारः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ वृत्तव्यवहारः

"अथ वृत्तक्षेत्रे करणसूत्रं वृत्तम्"

व्यासे भनन्दाग्निहते विभक्ते
खबाणसूर्यैः परिधिः स सूक्ष्मः ।
द्वाविंशतिघ्ने विहृतेऽथ शैलैः
स्थूलोऽथवा स्याद्व्यवहारयोग्यः ॥४२॥

अन्वयः—व्यासे भनन्दाग्निहते खबाणसूर्यैः विभक्ते स (लब्धः) सूक्ष्मः परिधिः अथवा (व्यासे) द्वाविंशतिघ्ने शैलैः विहृते स्थूलः व्यवहारयोग्यः परिधि स्यात् ॥४२॥

वृत्त के व्यास को "भनन्दाग्नि" (३९२७) से गुणाकर "खबाणसूर्यैः" (१२५०) का भाग देने से वृत्त की सूक्ष्म परिधि होती है और व्यास को २२ (द्वाविंश) से गुणाकर ७ (शैलैः) का भाग देने पर स्थूल परिधि का मान होता है ॥४२॥

स्पष्टता के लिए :—

$$\text{सूक्ष्म परिधि} = \frac{\text{व्यास} \times ३९२७}{१२५०} \text{ ।}$$

$$\text{स्थूल परिधि} = \frac{\text{व्यास} \times २२}{७}$$

उपपत्तिः—पूर्वं कोटिमितं व्यासार्धमानं प्रकल्प्यानीता परिधिः = ६२८३१८५३ त्रिज्या = १००००००००

अतः व्यासः = २×त्रि = २००००००००

ततोऽनुपातः—कोटिद्वय व्यासे परिधि मानम् = ६२८३१८५३ तथा इष्ट व्यासे किम् ?

$$\frac{६२८३१८५३ \times \text{इष्ट व्यास}}{२००००००००} = \text{अभीष्ट परिधिः}$$

अत्र स्वल्पान्तरात् परिधिमानम् = ६२८३२००० इति कल्पितम्

$$\text{अतः} \quad \frac{६२८३२००० \times \text{इष्टव्यासः}}{२००००००००} = \frac{६२८३२ \times \text{इष्टव्यासः}}{२००००}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अपवर्तनेन जातम् $= \frac{३९२७ \times इ० व्या०}{१२५०}$

उपपन्नम् सूक्ष्म परिध्यानयनम्

एवमेव परिधिः $= \frac{३९२७ \times इ० व्यासः}{१२५०}$

अत्र हारभाज्ययोः १७८ इत्यनेन अपवर्तिते सति जाते सावयवा लब्धी $\frac{२२\frac{११}{१७८} \times इ० व्यासः}{७\frac{४}{१७८}}$ अत्र अवयव त्यागे $\frac{२२ \times इ० व्यासः}{७}$ = परिधिः ।

उपपन्नम् ।

"उदाहरणम्"

विष्कम्भमानं किल सप्त यत्र-
तत्र प्रमाणं परिधेः प्रचक्ष्व ।
द्वाविंशतिर्यत् परिधिप्रमाणं-
तद् व्याससंख्यां च सखे विचिन्त्य ॥२३॥

हे मित्र ! जहाँ वृत्त के व्यास का मान ७ है वहाँ परिधि का मान बताओ, तथा जहाँ वृत्त की परिधि का मान २२ है, वहाँ व्यास का मान क्या होगा, बताओ ॥ २३ ॥

"व्यास से परिधि साधन"

व्यास = ७

∵ सूक्ष्म परिधि $= \frac{व्यास \times ३९२७}{१२५०}$

अतः

सूक्ष्म परिधि $= \frac{७ \times ३९२७}{१२५०} = \frac{२७४८९}{१२५०} = २१\frac{१२३९}{१२५०}$

∴ $२१\frac{१२३९}{१२५०}$ सूक्ष्म परिधि ।

स्थूल परिधि $= \frac{व्या \times २२}{७}$

∵ व्या = ७

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \text{ स्थूल परिधि} = \frac{7 \times 22}{7} = 22$$

२२ स्थूल परिधि ।

"परिधि से व्यास साधन"

परिधि = २२

$$\because \text{ सूक्ष्म परिधि} = \frac{\text{व्यास} \times ३९२७}{१२५०}$$

सूक्ष्म परिधि×१२५० = व्यास×३९२७

$$\therefore \text{ व्यास} = \frac{\text{सूक्ष्म परिधि} \times १२५०}{३९२७}$$

परिधि का उत्थापन देने से—

$$\text{व्यास} = \frac{२२ \times १२५०}{३९२७}$$

$$= \frac{२७५००}{३९२७} = ७\frac{११}{३९२७}$$

$$\therefore ७\frac{११}{३९२७} \text{ सूक्ष्म व्यास ।}$$

परिधि = २२

$$\text{स्थूल परिधि} = \frac{\text{व्यास} \times २२}{७}$$

स्थूल परिधि×७ = व्यास×२२

$$\therefore \text{ व्यास} = \frac{\text{स्थूल परिधि} \times ७}{२२}$$

परिधि का उत्थापन देने से

$$\text{व्यास} = \frac{२२ \times ७}{२२} = ७$$

$\therefore$ व्यास = ७

अर्थात् ७ स्थूल व्यास ।

"वृत्तगोलयो फलानयने करणसूत्रम्"

वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलं तत्
क्षुण्णं वेदैरुपरिपरितः कन्दुकस्येव जालम् ।
गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं
षड्भिर्भक्तं भवति नियतं गोलगर्भे घनाख्यम् ॥४३॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्वयः—वृत्तक्षेत्रे परिधि गुणितः व्यासपादं फलम् । तत् वेदैः क्षुण्णं उपरिपरितः कन्दुकस्य जालं इव । एवं तदपि पृष्ठजं फलं व्यासनिघ्नं षड्भिर्भक्तं गोलगर्भे नियतं घनाख्यं फलं भवति ॥४३॥

परिधि को व्यास से गुणाकर ४ से भाग देने पर जो लब्धि होती है वही वृत्त का क्षेत्रफल होता है, वृत्त क्षेत्रफल को ४ से गुणा करने पर गोल का पृष्ठफल होता है। गोल पृष्ठफल को व्यास से गुणाकर ६ का भाग देने पर गोल का घन फल होता है ॥४३॥

स्पष्टता के लिए सूत्रों को देखें :—

$$\text{वृत्तक्षेत्रफल} = \frac{\text{प}\times\text{व्या}}{४} ।$$

$$\text{गोलपृष्ठफल} = \text{प}\times\text{व्या} ।$$

$$\text{गोलघनफल} = \frac{\text{पृष्ठफल}\times\text{व्या}}{६} ।$$

उपपत्तिः—वृत्तपरिधेः सूक्ष्मास्तुल्यविभागाः सरल रेखा रूपा भवन्ति । वृत्तकेन्द्रात् प्रतिभागविन्दुगता रेखा कार्या एवं जातानां सर्वेषां त्रिभुजानां फलं वृत्त क्षेत्र फलं भवति । अत्र कल्प्यन्ते अनन्तविभागाः = अ । अतः वृत्तपरिधेरेक खण्डस्य मानम् $= \frac{\text{प}}{\text{अ}}$ अत्र केन्द्रात् परिधिगता रेखा स्वल्पान्तरतः लम्बरूपा भवति ।

$$\text{अतः त्रिभुजफलम्} = \frac{\text{लम्ब}\times\text{भूमि}}{२} = \frac{\text{प}\times\text{त्रिज्या}}{\text{अ}\times२}$$

$$\text{वृत्तफल१} = \text{सर्वेषां त्रिभुजानां फलैक्यम्} = \text{अ}\left(\frac{\text{प}\times\text{त्रिज्या}}{\text{अ}\times२}\right)$$

$$= \frac{\text{अ}\times\text{प}\times\text{त्रिज्या}}{\text{अ}\times२} = \frac{\text{प}\times\text{त्रिज्या}}{२} = \frac{\text{प}\times\text{व्यास}}{२\times२} = \frac{\text{प}\times\text{व्या}}{४} = \text{वृत्तफलम्}$$

उपपन्नम् ।

गोलपृष्ठफलम् = प×व्या । अत्र चतुर्भिगुणिते विभक्ते च फलं तुल्यमेव अतः

$$\frac{\text{प}\times\text{व्या}\times४}{४} = \text{वृत्तक्षेत्र फलम्}\times४$$

$$= \text{गोलपृष्ठफलम्} ।$$

उपपन्नम् ।

गोलफलानयनोपपत्तिः—'अ' परिधिभागबोधकः । अतः पृष्ठफलम् ÷ अ = $\frac{\text{पृ. फ}}{\text{अ}}$ एक खण्डस्य फलम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$\frac{\text{पृ. फ.}}{\text{अ}} \times \text{त्रि.} =$ समस्तक्षेत्रफलम्

त्रिभिर्भक्ते सति सूचीफलम् अतः—

$$\frac{\text{पृ. फ.}}{\text{अ}} \times \text{त्रि} \times \frac{१}{३} = \frac{\text{पृ. फ.}}{\text{अ}} \times \frac{\text{व्या}}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{\text{पृ. फ.} \times \text{व्या}}{\text{अ} \times ६}$$

'अ' खण्डेन गुणिते जातम् $= \text{अ} \times \frac{\text{पृ. फ.} \times \text{व्या}}{\text{अ} \times ६}$

$$= \frac{\text{पृ. फ.} \times \text{व्या}}{६}$$

उपपन्नम् ।

"उदाहरणम्"

यद् व्यासस्तुरगैर्मितः किल फलं क्षेत्रे समे तत्र किं-
व्यासः सप्तमितश्च यस्य सुमते गोलस्य तस्यापि किम् ।
पृष्ठे कन्दुकजालसन्निभफलं गोलस्य तस्यापि किं
मध्ये ब्रूहि घनं फलं च विमलां चेद्वेत्सि लीलावतीम् ॥२४॥

यदि तुम लीलावती (पाटीगणित) को जानते हो तो बताओ जिस वृत्त का व्यास मान ७ है उस वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा ? तथा जिस गोल का व्यासमान ७ है उसका गोलपृष्ठफल क्या होगा ? और उसी गोल का घनफल क्या होगा ? ॥२४॥

वृत्त का स्थूल फल :—

$\because$ व्यास $= ७$

वृत्तक्षेत्रफल $= \frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४}$

$\because$ परिधि $= \frac{\text{व्या} \times २२}{७}$

$\therefore$ वृत्तक्षेत्रफल $= \frac{\text{व्या} \times २२ \times \text{व्या}}{७ \times ४}$ ।

व्यास का उत्थापन देने पर :—

वृत्तक्षेत्रफल $= \frac{७ \times २२ \times ७}{७ \times ४} = \frac{१५४}{४} = ३८\frac{२}{४} = ३८\frac{१}{२}$

वृत्त का स्थूल क्षेत्रफल $= ३८\frac{१}{२}$ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वृत्त का सूक्ष्म क्षेत्रफल :—

$$\text{सूक्ष्म वृत्तक्षेत्रफल} = \frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४}$$

$$\because \text{प} = \frac{\text{व्या} \times ३९२७}{१२५०}$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{\text{व्या} \times ३९२७ \times \text{व्या}}{१२५० \times ४} = \frac{\text{व्या}^२ \times ३९२७}{५०००}$$

७ व्यास का उत्थापन देने से—

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{७^२ \times ३९२७}{५०००} = \frac{१९२४२३}{५०००} = ३८\frac{२४२३}{५०००}$$

$$\text{सूक्ष्म वृत्तक्षेत्रफल} = ३८\frac{२४२३}{५०००} ।$$

स्थूल गोल पृष्ठफल :—

$$\because \text{गो. पृष्ठफल} = \text{प} \times \text{व्या}$$

$$\because \text{स्थूल गोल पृष्ठफल} = \text{प} \times \text{व्या}$$

$$\therefore \text{प} = \frac{\text{व्या} \times २२}{७}$$

$$\therefore \text{पृष्ठफल} = \frac{\text{व्या} \times २२ \times \text{व्या}}{७}$$

७ व्यास का उत्थापन देने से :—

$$\text{पृष्ठफल} = \frac{७ \times २२ \times \not{७}}{\not{७}} = १५४$$

$$\text{स्थूल गोल पृष्ठफल} = १५४ ।$$

सूक्ष्म गोल पृष्ठफल :—

$$\therefore \text{गो. पृ. फ.} = \text{प} \times \text{व्या}$$

$$\therefore \text{प} = \frac{\text{व्या} \times ३९२७}{१२५०}$$

$$\therefore \text{सू. गो. पृ. फ.} = \frac{\text{व्या} \times ३९२७ \times \text{व्या}}{१२५०}$$

उत्थापनेन

$$\text{सू. गो. पृ. फ.} = \frac{७ \times ३९२७ \times ७}{१२५०}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{७\times७\times३९२७}{१२५०}=\frac{१९२४२३}{१२५०}$$

$$=१५३\frac{११७३}{१२५०}$$ सूक्ष्म गोल पृष्ठफल ।

"गोल घनफल"

$$\text{गोलघनफल}=\frac{\text{पृष्ठफल}\times\text{व्या}}{६}$$

$$\because\ \text{पृ० फ०}=\text{प}\times\text{व्या}$$

$$\therefore\ \text{गो० घ० फ०}=\frac{\text{प}\times\text{व्या}\times\text{व्या}}{६}$$

$$\because\ \text{प}=\frac{\text{व्या}\times३९२७}{१२५०\times६}$$

$$\therefore\ \text{गो० घ० फ०}=\frac{\text{व्या}\times३९२७\ \ \text{व्या}\times\text{व्या}}{१२५०\times६}=\frac{\text{व्या}^{३}\times३९२७}{१२५०\times६}$$

७ व्यास का उत्थापन देने पर—

$$\text{गो० घ० फ०}=\frac{७^{३}\times३९२७}{१२५०\times६}=\frac{१३४६९६१}{७५००}$$

$$=१७९\frac{\overset{१४८९}{\cancel{४४६१}}}{\underset{२५००}{\cancel{७५००}}}=१७९\frac{१४८९}{२५००}$$

$$\text{सूक्ष्म गोल घनफल}=१७९\frac{१४८९}{२५००}$$ ।

"अथवा"

$$\text{गो० घ० फ०}=\frac{\text{पृ० फ०}\times\text{व्या}}{६}$$

$$\because\ \text{पृष्ठफल}=\text{प}\times\text{व्या}$$

$$\therefore\ \text{गो० घ० फ०}=\frac{\text{प}\times\text{व्या}\times\text{व्या}}{६}$$

$$\because\ \text{प}=\frac{\text{व्या}\times२२}{७}$$

$$\text{व्या.}=७$$

$$\therefore\ \text{गो० घ० फ०}=\frac{\text{व्या}\times२२\ \ \text{व्या}\times\text{व्या}}{७\times६}$$

उत्थापन देने से—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

गो० घ० फ० = $\frac{७^२ \times २२}{६} = \frac{१०७८}{६} = १७९\frac{४}{६}$

$= १७९\frac{२}{३}$

स्थूल गोल घनफल = $१७९\frac{२}{३}$ ।

"प्रकारान्तरेण वृत्त क्षेत्रफलानयने करणसूत्रम्"

व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने सूक्ष्मं फलं पञ्चसहस्रभक्ते ।
रुद्राहते शक्रहृतेऽथवा स्यात् स्थूलं फलं तद्व्यवहारयोग्यम् ॥४४
घनीकृतव्यासदलं निजैक विंशांशयुग्गोलघनं फलं स्यात् ।

अन्वयः—व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने पञ्चसहस्रभक्ते सूक्ष्मं फलं स्यात् । व्यासस्य वर्गाहते रुद्राहते शक्रहृतेऽथवा व्यवहारयोग्यः स्थूलं फलं स्यात् । घनीकृतं व्यासदलं निजैक विंशांशयुक् गोलफलं स्यात् ॥ ४४ ॥

अर्थ :-व्यास के वर्ग को ३९२७ (भनवाग्नि) से गुणा करने पर और ५००० का भाग देने से सूक्ष्म वृत्त क्षेत्रफल होता है । व्यास के वर्ग को ११ (रुद्र) से गुणा करने व १४ (शक्र) का भाग देने पर व्यवहार के योग्य स्थूल क्षेत्रफल होता है । व्यास के घन के आधे में उसी का अर्थात् व्यास के घन के आधे का २१ वाँ भाग जोड़ देने से गोल घनफल होता है ।। ४४ ।।

स्पष्टता के लिए श्लोकानुसार सूत्र :—

सूक्ष्म वृत्त क्षेत्रफल = $\frac{व्या^२ \times ३९२७}{५०००}$

स्थूल वृत्त क्षेत्रफल = $\frac{व्या^२ \times ११}{१४}$ ।

गोल पृष्ठ फल = $\frac{व्या^३}{२} + \frac{व्या^३}{२ \times २१}$ ।

उपपत्तिः वृतस्य क्षेत्रफलम् = $\frac{परिधिः \times व्यासः}{४}$

सूक्ष्मपरिधिः = $\frac{३९२७ \times व्यासः}{१२५०}$

उत्थापनेन वृत्तफलम् = $\frac{३९२७ \times व्यासः \times व्यासः}{१२५० \times ४}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{३९२७ \times व्यासः^{२}}{५०००}$$ उपपन्नंपूर्वार्द्धम्

एवमेव स्थूलपरिधिः $= \frac{२२ \times व्यासः}{७}$

उत्थापनेन स्थूलवृत्तफलम् $= \frac{२२ \times व्यासः \times व्यासः}{७ \times ४}$

$$= \frac{११ \times व्यासः^{२}}{१४}$$ =उपपन्नं स्थूलफलम्

गोलघनफलम् $= \frac{गोलपृष्ठफलम् \times व्यासः}{६}$

गोलपृष्ठफलम् = वृत्तफलम् × ४

उत्थापनेन जातम् गोलघनफलम् $= \frac{परिधिः \times व्यासः \times ४ \times व्यासः}{४ \times ६}$

अथवा $= \frac{११ \times व्यासः^{२} \times ४ \times व्यासः}{१४ \times ६}$

गोलघनफलम् $= \frac{४४ व्यासः^{3}}{८४} = \frac{२२ \times व्यासः^{3}}{४२}$

$$= \frac{२१ व्यासः^{3} + व्यासः^{3}}{२१ \times २}$$

$$= \frac{२१ व्यासः^{3}}{२१ \times २} + \frac{व्याः^{3}}{२१\times२} = \frac{व्यासः^{3}}{२} + \frac{व्या^{3}}{२१\times२}$$

=उपपन्नं गोलघनफलम् ।

"शरजीवानयनसूत्रम्"

ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलं व्यासस्तदूनो दलितः शरः स्यात् ॥४५॥
व्यासाच्छरोनाच्छरसंगुणाच्च मूलं द्विनिघ्नं भवतीह जीवा ।
जीवार्धवर्गे शरभक्तयुक्ते व्यासप्रमाणं प्रवदन्ति वृत्ते ॥४६॥

अन्वयः—ज्याव्यासयोगान्तर घातमूलं तदूनो व्यासः दलितः शरः स्यात् । शरोनात् व्यासात् शरसंगुणात् मूलं द्विनिघ्नं इह जीवा भवति । जीवार्धवर्गे शरभक्तयुक्ते व्यासप्रमाणं प्रवदन्ति । ४५, ४६

ज्या (जीवा) और व्यास के योग व अन्तर के घात के मूल को व्यास में घटाकर आधा करने पर शर होता है । व्यास और शर के अन्तर को शर से गुणाकर गुणनफल के मूल को द्विगुणित करने पर जीवा होती है ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अर्द्धं जीवा के वर्ग में शर का भाग देकर लब्धि में शर को ही जोड़ने से व्यास होता है ॥४५-४६॥

स्पष्टता के लिए सूत्र निम्नवत् देखें :—

$$\text{शर} = \text{व्या} - \sqrt{\frac{\text{व्या}^2 - \text{जीवा}^2}{2}} \text{ ।} \cdots\cdots (१)$$

$$\text{जीवा} = २\sqrt{\text{शर (व्या–श)}} \text{ ।} \cdots\cdots (२)$$

$$\text{व्यास} = \frac{\left(\frac{\text{जीवा}}{२}\right)^२}{\text{शर}} + \text{शर ।} \cdots\cdots (३)$$

उपपत्तिः—अत्र पूर्णज्या एव ज्या । अतः ल व = ज्या = पूर्णज्या ।

क = वृत्तस्य केन्द्रम्, च य = शरः, य र = व्यासः

त्रिज्या–शर = क य – च य = क च = कोज्या

ज्या $\frac{१}{२}$ = च ल = च व

क ल = त्रिज्या

$\text{कोज्या} = \text{क च} = \sqrt{\text{त्रि}^२ - \text{च ल}^२}$

∵ त्रिज्या – कोज्या = शरः

∴ $\text{त्रिज्या} - \sqrt{\text{त्रि}^२ - \text{च ल}} = २ \text{ शरः}$

$= २ \text{ त्रिज्या} - २\sqrt{\text{त्रि}^२ - \text{च ल}^२} = २\text{शरः}$

$= \text{व्यासः} - \sqrt{४\text{त्रि}^२ - \text{च ल}^२} = २ \text{ शरः}$

$= \text{व्यासः} - \sqrt{(\text{व्या} + \text{च ल}) \times (\text{व्या} - \text{च ल})} = २ \text{ शरः}$

$= \dfrac{\text{व्यासः} - \sqrt{(\text{व्या} + \text{ज्या}) \times (\text{व्या} - \text{ज्या})}}{२} = \text{शरः}$

उपपन्नम् ।

"उदाहरणम्"

दशविस्तृतिवृत्तान्तर्यत्र ज्या षण्मिता सखे ।
तत्रेषुं वद बाणाज्ज्यां ज्याबाणाभ्यां च विस्तृतिम् ॥२५॥

हे सखे ! जहाँ वृत का व्यास मान १० है और जीवा का मान ६ है वहाँ शर का मान बताओ । शर से जीवा का मान बताओ । शर और जीवा की सहायता से व्यास का मान बताओ ॥२५॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सूत्रानुसार हल करने पर :--

शरानयन--

व्यास = १०, जीवा = ६, शर = ? (किम्)

$$\because \text{शर} = \frac{\text{व्यास} - \sqrt{\text{व्या}^२ - \text{जीवा}^२}}{२}$$

जीवा, व्यास का उत्थापन देने पर—

$$\therefore \text{शर} = \frac{१० - \sqrt{१०^२ - ६^२}}{२}$$

$$= \frac{१० - \sqrt{१०० - ३६}}{२}$$

$$= \frac{१० - \sqrt{६४}}{२} = \frac{१० - ८}{२}$$

$$= \frac{२}{२} = १ \text{ शर}$$

शर मान = १

जीवानयन

(२) व्यास = १०, शर = १, जीवा = ? (किम्)

$$\because \text{जीवा} = २\sqrt{\text{श (व्या} - \text{श)}}$$

उत्थापन देने पर

$$\text{जीवा} = २\sqrt{१ (१० - १)} = २\sqrt{१ \times ९}$$

$$= २ \times ३ = ६$$

जीवामान = ६ ।

शर जीवा से व्यास मान साधन--

जीवा = ६, श = १, व्यास = ? (किम्)

$$\because \text{व्यास} = \frac{\left(\frac{\text{जीवा}}{२}\right)^२}{\text{शर}} + \text{शर}$$

उत्थापन देने पर

$$\text{व्यास} = \frac{\left(\frac{६}{२}\right)^२}{\text{शर}} + १$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

$$\text{व्यास} = \frac{\frac{\cancel{३६}^{\,९}}{\cancel{४}}}{१} + १$$

$$= \frac{९}{१} + १ = \frac{९ + १}{१} = १०$$

व्यास मान = १०

अथ वृत्तान्तस्त्र्यस्रादिनवास्रान्तक्षेत्राणां भुजमानानयनाय सूत्रम्

त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रैस्त्रिबाणाष्टयुगाष्टभिः ।
वेदाग्निबाणखाश्वैश्च खखाभ्राभ्ररसैः क्रमात् ॥४७॥
बाणेषुनखबाणैश्च द्विद्विनन्देषुसागरैः ।
कुरामदशवेदैश्च वृत्तव्यासे समाहते ॥४८॥
खखखाभ्रार्क सम्भक्ते लभ्यन्ते क्रमशो भुजाः ।
वृत्तान्तस्त्र्यस्रपूर्वाणां नवास्रान्तं पृथक् पृथक् ॥४९॥

अन्वयः—वृत्तान्तस्त्रस्रपूर्वाणां नवास्रान्तं पृथक्-पृथक् वृत्तव्यासे त्रिद्व्यङ्काग्निभश्चन्द्रैः, त्रिबाणाष्टयुगाष्टभिः, वेदाग्निबाणखाश्वैश्च, खखाभ्राभ्ररसैः बाणेषु नख बाणैश्च, द्विद्विनन्देषुसागरैः, कुरामदशवेदैश्च, क्रमात् समाहते, खखाभ्राकं संभक्ते क्रमशः भुजाः लभ्यन्ते ॥ ४७–४९ ॥

वृत्तान्तर्गत समत्रिभुज से समनवभुज क्षेत्रों के भुज जानने के लिए वृत्त के व्यास को क्रमशः १०३९२३ (त्रिद्वयाङ्काग्निभश्चन्द्रैः) ८४८५३ (त्रिगुणाष्टयुगाष्टभिः) ७०५३४ (वेदाग्निबाणखाश्वैः), ६०००० (खखाभ्राभ्ररसैः , ५२०५५ (बाणेषुनखबाणैः) ४५९२२ (द्विद्विनन्देषुसागरैः), ४१०३१ (कुरामादशवेदैश्च), से गुणाकर और १२०००० (खखखाभ्रार्कं) से भाग देने पर क्रमशः जो लब्धि होगी वह त्रिभुजादि क्षेत्रों की भुजाओं का मान होगा ।

उपपत्तिः—विंशत्युत्तरशतांशपूर्णज्या समा वृत्तान्तर्गत त्रिभुजमितिस्तथा नवत्यंश पूर्णज्यारूपा वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजमितिरिति । अतः द्वादशायुतमिते व्यासे ज्यासाधन-विधिना त्रिभुजादीनां भुजमानानि संसाध्य पठितानि । तत्रानुपातः—

$$\frac{\text{अभीष्टत्रिभुजभुजमानानि} \times \text{इष्टव्यासः}}{\text{१२०००० मिते व्यासे}}$$

$= \text{अभीष्ट त्रिभुजानां भुजमानानि इष्ट व्यासार्धे ।}$

उपपन्नम् ।

Digitization by eGangotri-South Center

"उदाहरणम्"

सहस्रद्वितयव्यासं यद्वृत्तं तस्य मध्यतः ।
समत्र्यस्रादिकानां मे भुजान् वद पृथक् पृथक् ॥२६॥

जिस वृत्त का व्यास २००० है तो उस वृत के अन्दर बने त्रिभुज, चतुर्भुज, पञ्चभुज, षड्भुज, सप्तभुज, अष्टभुज, नवभुज क्षेत्रों का भुजमान पृथक् पृथक् बताओ।

वृत्तान्तर्गत त्रिभुज का भुजमानानयन--

$$\text{त्रि० भु०} = \frac{\text{व्या} \times १०३९२३}{१२००००}$$

$\because$ व्यास = २०००

$$\therefore \text{त्रि० भु०} = \frac{२०००\times १०३९२३}{१२००००} = \frac{२०७८४६}{१२०}$$

= २०७८४६ ÷ १२० =

```
१२०)२०७८४६(१७३२ लब्धिः
    १२०
    ----
     ८७८
     ८४०
     ----
      ३८४
      ३६०
      ----
       २४६
       २४०
       ----
         ६ शेष
```

$$= १७३२\frac{६}{१२०} = १७३२\frac{१}{२०}$$

$$\text{भुजमान} = १७३२\frac{१}{२०}$$

"वृत्तान्तर्गत चतुर्भुज का भुजमानानयन"

$$\text{चतुर्भुज का भुज} = \frac{\text{व्या}\times ८४८५३}{१२००००}$$

$\because$ व्यास = २०००

$$\therefore \text{च० भु०} = \frac{२०००\times ८४८५३}{१२००००} = \frac{१६९७०६}{१२०}$$

$\therefore$ १६९७०६ ÷ १२० =

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center


```
१२०)१६९७०६(१४१४ लब्धिः
    १२०
    ४९७
    ४८०
     १७०
     १२०
     ५०६
     ४८०
      २६ शेष
```

$= १४१४\frac{\cancel{२६}^{१३}}{\cancel{१२०}_{६०}} = १४१४\frac{१३}{६०}$

वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजस्यभुजमानम् $= १४१४\frac{१३}{६०}$ ।

"वृत्तान्तर्गत पञ्चभुज का भुजमान"

पञ्चभुज का एक भुज $= \frac{\text{व्या} \times ७०५३४}{१२००००}$

∵ व्यासः = २०००

∴ भुजमान $= \frac{२\cancel{०}\cancel{०}\cancel{०} \times ७०५३४}{१२०\cancel{०}\cancel{०}\cancel{०}}$

$= \frac{१४१०६८}{१२०}$

∴ १४१०६८ ÷ १२० =

```
१२०)१४१०६८(११७५ लब्धिः
    १२०
     २१०
     १२०
      ९०६
      ८४०
       ६६८
       ६००
        ६८ शेष
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore ११७५\frac{६८}{१२०} = ११७५\frac{१७}{३०}$$

पञ्चभुजका भुजमान $= ११७५\frac{१७}{३०}$

"वृत्तान्तर्गत षड्भुज का भुजमानानयन"

षड्भुज का भुजमान $= \frac{\text{व्या} \times ६००००}{१२००००}$

$\because$ व्यास $= २०००$

$$\therefore \text{भुजमान} = \frac{२००० \times ६००००}{१२००००} = \frac{२०००}{२}$$

$= १०००$

षड्भुजमान $= १०००$

"वृत्तान्तार्गत सप्तभुज का भुजमानानयन"

सप्तभुज का भुजमान $= \frac{\text{व्या} \times ५२०५५}{१२००००}$

$\therefore$ व्यासः $= २०००$

$$\therefore \text{सप्तभुज का भुजमान} = \frac{२००० \times ५२०५५}{१२००००}$$

$$= \frac{१०४११०}{१२०} = \frac{१०४११}{१२}$$

$\therefore १०४११ \div १२ =$

```
१२)१०४११(८६७ लब्धिः
   ९६
   ---
    ८१
    ७२
    ---
     ९१
     ८४
     ---
      ७ शेषः
```

$\therefore ८६७\frac{७}{१२}$ सप्तभुजका भुजमान

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

"वृत्तान्तर्गतअष्टभुजका भुजमान"

$$\text{अष्टभुजका भुजमान} = \frac{\text{व्या} \times ४५९२२}{१२००००}$$

∵ व्यास = २०००

$$\therefore \text{अष्टभुजका भुजमान} = \frac{२००० \times ४५९२२}{१२००००}$$

$$= \frac{९१८४४}{१२०}$$

∴ ९१८४४ ÷ १२० =

```
∴ १२०)९१८४४(७६५ लब्धि
      ८४०
      ---
       ७८४
       ७२०
       ---
        ६४४
        ६००
        ---
         ४४ शेष
```

$$७६५\frac{४४}{१२०} = ७६५\frac{११}{३०}$$

$$\text{अष्टभुजका भुजमान} = ७६५\frac{११}{३०}$$

"वृत्तान्तर्गत नवभुजका भुजानयन"

$$\text{नवभुजका भुजमान} = \frac{\text{व्यास} \times ४१०३१}{१२००००}$$

∵ व्यास = २०००

$$\therefore \text{नवभुज का भुजमान} = \frac{२००० \times ४१०३१}{१२००००}$$

$$= \frac{८२०६२}{१२०} =$$

∴ ८२०६२ ÷ १२० =

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

१२०)८२०६२(६८३ लब्धि
७२०
१००६
९६०
४६२
३६०
१०२ शेष

$$\therefore ६८३\frac{४०८}{४८०} = ६८३\frac{३४}{४०} = ६८३\frac{१७}{२०}$$

नवभुजक्षेत्रका भुजमान $= ६८३\frac{१७}{२०}$

"स्थूलजीवाज्ञानार्थं लघुक्रियाकरणसूत्रम्"

चापोननिघ्नपरिधिः प्रथमाह्वयः स्यात्-
पञ्चाहतः परिधिवर्गचतुर्थभागः ।
आद्योनितेन खलु तेन भजेच्चतुर्घ्न-
व्यासाहतं प्रथममाप्तमिह ज्यका स्यात् ॥५०॥

अन्वयः --चापोननिघ्नपरिधिः प्रथमाह्वयः स्यात् । परिधिवर्गचतुर्थभागः पञ्चाहतः आद्योनितेन खलु तेन चतुर्घ्नं व्यासाहतं प्रथमं भवेत् आप्तं इह ज्यका स्यात् ॥ ५० ॥

परिधि में चाप को घटाकर शेष को चाप से गुणा करने पर जो फल होता है उसे प्रथम (आद्य) कहा गया है । ५ गुणित परिधि वर्ग के चतुर्थांश में प्रथम (आद्य) को घटाकर जो शेष बचे उससे चतुर्गुणित व्यास और प्रथम (आद्य) के गुणनफल से भाग देने से जीवा होती है ॥ ५० ॥

स्पष्टार्थं सूत्र :—

$$(प - चा)\, चा = प्रथम\ (आद्य)$$

$$जीवा = \frac{४\, व्या \times (प - चा)\, चा}{५\frac{प^{२}}{४} - (प - चा)\, चा}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः--अत्र पूर्णज्यामेव ज्या प्रकल्प्योपपाद्यते--

$$\frac{\text{या} \times (\text{प} - \text{चा})\,\text{चा}}{\text{का} - (\text{प} - \text{चा})\,\text{चा}} = \text{जीवा ।}$$

अत्र यदि चाप मानं परिधेः षष्ठांशमितं तदा तस्य जीवायाः व्यासार्द्धेन समत्वदर्शनादुत्थाप्यते—

$$\frac{\text{या} \times \left(\text{प}-\frac{\text{प}}{६}\right)\frac{\text{प}}{६}}{\text{का}\left(\text{प}-\frac{\text{प}}{६}\right)\frac{\text{प}}{६}} = \frac{५\text{प}^{२} \times \text{या}}{३६\,\text{का}-५\text{प}^{२}} = \frac{\text{व्या}}{२} = \text{जीवा}$$

यदि चापमानं परिध्यर्धसमं तदा तस्य जीवाया व्याससमत्वादुत्थापनेन च पूर्ववज्जातम्—

$$\frac{\text{या} \times \text{प}^{२}}{४\,\text{का} - \text{प}^{२}} = \text{व्या ।}$$

$$\frac{३६\,\text{या} \times \text{व्या} - ५\,\text{प}^{२} - \text{व्या}}{१०} = \text{प}^{२} \times \text{या ।}$$

तथा च $४\,\text{का} \times \text{व्या} - \text{व्या} \times \text{प}^{२} = \text{प}^{२} \times \text{या}$ पुनराभ्यां तुल्यपथाभ्यां समीकरणात्

$$\text{का} = \frac{५\text{प}^{२}}{४}$$

तथा पूर्वोक्तं मानम् $= \dfrac{\text{व्या}\,(४\,\text{का} - \text{प}^{२})}{\text{प}^{२}} = \text{या}$

अत्र 'का' अस्योत्थापनेन जातम् ।

$$\text{या} = \frac{\text{व्या}^{२}\,(५\text{प}^{२} - \text{प}^{२})}{\text{प}^{२}} = ४\,\text{व्या}$$

पुनः या, का अनयोरुत्थापनेन

$$\text{जातम्} = \frac{४\,\text{व्या}\,(\text{प} - \text{चा})\,\text{चा}}{\frac{५\,\text{प}^{२}}{४} - (\text{प} - \text{चा})\,\text{चा}}$$

$$= \frac{४\,\text{व्या} \times \text{प्रथम}}{\frac{५\text{प}^{२}}{४} - \text{प्रथम}}\ \text{ज्या}$$

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

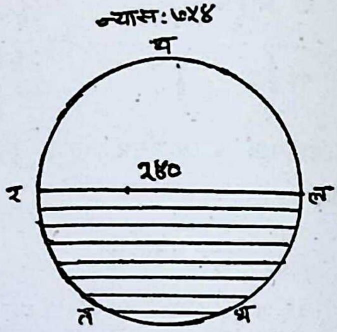
Digitization by eGangotri-South Center

"उदाहरणम्"

अष्टादशांशेन वृतेः समानमेकादिनिघ्नेन च यत्र चापम् ।
पृथक् पृथक् तत्र वदाशु जीवां खार्कैर्मितं व्यासदलं च यत्र ॥२६॥

जहाँ वृत्त का व्यासार्ध १२० है और वृत्त का एकादिगुणित १८ वाँ भाग चापमान है तो वहाँ उस वृत्त की जीवाओं का मान पृथक् पृथक बताओ ॥२६॥

हल :—



∵ व्यासार्ध = १२०

∴ व्यास = १२०×२

= २४० व्यास

"व्यासेभनन्दाग्निहते०"

इत्यादि सूत्रानुसारेण

∵ व्यास = २४०

$$\therefore \text{सूक्ष्मपरिधि} = \frac{\text{व्या}\times३९२७}{१२५०}$$

उत्थापन देने से

$$\text{सूक्ष्म परिधि} = \frac{२४०\times३९२७}{१२५०} = \frac{९४२४८०}{१२५०}$$

९४२४८० ÷ १२५०

१२५०, ९४२४८० (७५३
८७५०
६७४८
६२५०
४९८०
३७५०
१२३०

$$= ७५३\frac{१२३०}{१२५०} \text{ स्वल्पान्तरात्}$$

सूक्ष्मपरिधिमान = ७५४ ।

परिधि का १८ वाँ भाग करने पर

$$\frac{७५४}{१८} = ४१\frac{६}{१८}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

स्वल्पान्तरात्

$$४१\frac{६}{१८}=४२$$

४२ को एकादि अङ्कों से गुणा करने पर—

$४२ \times १ = ४२$

$४२ \times २ = ८४$

$४२ \times ३ = १२६$

$४२ \times ४ = १६८$

$४२ \times ५ = २१०$

$४२ \times ६ = २५२$

$४२ \times ७ = २९४$

$४२ \times ८ = ३३६$

$४२ \times ९ = ३७८$

परिध = ७५४

चाप = ४२, ८४, १२६, १६८, २१०, २५२, २९४, ३३६, ३७८ में ४२ का अपवर्तन देने पर

अपवर्तित परिधि = १८

अपवर्तित चाप = १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९।

प्रथम जीवा—

अब एकादि चापों की जीवा बनाने के लिए सूत्रानुसार देखें—

$$\text{जीवा} = \frac{४ \text{ व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{५\frac{\text{प}^२}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

उत्थापन देने से

व्यास = २४०

परिधि = १८

चाप = १

$$\therefore \text{जीवा} = \frac{४ \times २४० (१८ - १) १}{\frac{५ \times १८^२}{४} - (१८ - १ \quad १}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{९६० (१७) १}{\frac{८१}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१७) १}}$$

$$= \frac{९६० \times १७}{४०५ - १७} = \frac{१६३२०}{३८८} = \frac{४०८०}{९७}$$

$$= ४२\frac{६}{९७}$$ स्वल्पान्तरसे

प्रथम जीवामान = ४२ ।

द्वितीय जीवामान—

सूत्र :—

$$\text{जीवा} = \frac{४ \text{ व्या} \times (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५\text{प}^२}{४} - (\text{प} - \text{चा})\text{चा}}$$

व्या = २४०, परिधि = १८, चाप = २

उत्थापन देने से

$$\text{जीवा} = \frac{४ \times २४० (१८ - २) २}{\frac{५ \times १८^२}{४} - (१८ - २)२}$$

$$\text{जीवा} = \frac{९६० (१६) \times २}{\frac{८१}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१६) \times २}}$$

$$= \frac{९६० \times ३२}{४०५ - ३२} = \frac{३०७२०}{३७३} =$$

∴ ३०७२० ÷ ३७३

```
३७३)३०७२०(८२
    २९८४
     ८८०
     ७४६
     १३४
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$= ८२\frac{१३४}{३७३}$ स्वल्पान्तरसे

द्वितीय जीवामान $= ८२$ ।

तृतीय जीवामानानयन :—

व्यास $= २४०$, परिधि $= १८$, चाप $= ३$

उपर्युक्त सूत्र में उत्थापन देने से

$$\because \text{ जीवा} = \frac{४ \text{ व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५ \text{ प}^२}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

$$\therefore \text{ जीवा} = \frac{४ \times २४० \; (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५ \times १८^२}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

$$= \frac{४ \times २४० \; (१८ - ३) \; ३}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१८ - ३) \; ३}$$

$$= \frac{९६० \times (१५) \times ३}{४०५ - (१५) \times ३} = \frac{९६० \times ४५}{४०५ - ४५} =$$

$$= \frac{४३२००}{३६०} = \frac{४३२०}{३६} =$$

$\therefore ४३२० \div ३६$

```
३६)४३२०(१२०
   ३६
   ---
    ७२
    ७२
    ---
     ०
```

$= १२०$ लब्धि अर्थात्

१२० तृतीय जीवामान ।

चतुर्थ जीवामानानयन :—

$$\text{जीवा} = \frac{४ \cdot \text{व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५ \text{ प}^२}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

व्यास $= २४०$, परिधि $= १८$, चाप $= ४$

उत्थापनसे

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \text{ जीवा} = \frac{\text{४}\times\text{२४०}\ (\text{१८} - \text{४})\ \text{४}}{\frac{\text{५}\times\text{१८}^{\text{२}}}{\text{४}} - (\text{प} - \text{चा})\ \text{चा}}$$

$$\therefore \text{ जीवा} = \frac{\text{९६०}\ (\text{१४})\ \text{४}}{\overset{\text{८१}}{\frac{\text{५}\times\text{३२४}}{\text{४}}} - (\text{१८} - \text{४})\text{४}}$$

$$= \frac{\text{९६०}\times\text{१४}\times\text{४}}{\text{४०५} - \text{५६}} = \frac{\text{५३७६०}}{\text{३४९}}$$

$$= \text{५३७६०} \div \text{३४९} =$$

```
३४९)५३७६०(१५४ लब्धि
    ३४९
    ----
    १८८६
    १७४५
    ----
     १४१०
     १३९६
     ----
       १४ शेष
```

$$= \text{१५४}\frac{\text{१४}}{\text{३४९}} \text{ स्वल्पान्तरसे}$$

चतुर्थजीवामान = १५४

पञ्चमजीवामानानयन :—

सूत्र :—

$$\because \text{ जीवा} = \frac{\text{४ व्या}\ (\text{प} - \text{चा})\ \text{चा}}{\frac{\text{५ प}^{\text{२}}}{\text{४}} - (\text{प} - \text{चा})\ \text{चा}}$$

व्या = २४०, परिधि = १८, चाप = ५

उत्थापनसे

$$\therefore \text{ जीवा} = \frac{\text{४}\times\text{२४०}\ (\text{१८} - \text{५})\ \text{५}}{\frac{\text{५}\times\text{१८}^{\text{२}}}{\text{४}} - (\text{१८} - \text{५})\ \text{५}}$$

$$= \frac{\text{९६०}\times\text{१३}\times\text{५}}{\overset{\text{८१}}{\frac{\text{५}\times\text{३२४}}{\text{४}}} - (\text{१८} - \text{५})\text{५}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{९६० \times ६५}{४०५ - ६५} = \frac{६२४००}{३४०} =$$

३४०) ६२४०० (१८३ लब्धि
३४०
२८४०
२७२०
१२००
१०२०
१८० शेष

अर्धाधिकं रूपं ग्राह्यम्
(आधे से अधिक शेष बचे तो १ मानकर लब्धि में जोड़ने से फल होता है।)

= १८३ लब्धि
+ १
१८४ पञ्चम जीवामान

षष्ठ जीवामान :—

सूत्र :—

$$\text{जीवा} = \frac{४ \text{ व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५ \text{ प}^{२}}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

व्या = २४०, परिधि = १८, चाप = ६
उत्थापन से

$$\text{जीवा} = \frac{४ \times २४० \; (१८ - ६) \; ६}{\frac{५ \times १८^{२}}{४} - (१८ - ६) \; ६}$$

$$= \frac{९६० \times १२ \times ६}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१२) \; ६}$$

$$= \frac{९६० \times ७२}{४०५ - ७२} = \frac{६९१२०}{३३३} =$$

$\therefore$ ६९१२० ÷ ३३३ =

३३३) ६९१२० (२०७ लब्धि
६६६
२५२०
२३३१
१८९

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

(यदि आधे से अधिक शेष बचे तो एक मान कर लब्धि में जोड़ देते हैं।)

२०७ लब्धि
+१
२०८ लब्धि हुई

षष्ठ जीवामान २०८

सप्तम जीवामान :—

सूत्र :—

$$\text{जीवा} = \frac{\text{४ व्या (प − चा) चा}}{\frac{\text{५प}^{२}}{४} - \text{(प − चा)चा}}$$

व्यास = २४०, परिधि = १८, चाप = ७

उत्थापन देने से

$$\text{जीवा} = \frac{४ \times २४० \; (१८ - ७) \; ७}{\frac{५ \times १८^{२}}{४} - (१८ - ७) \; ७}$$

$$= \frac{९६० \times ११ \times ७}{\frac{५ \times \overset{८१}{३२४}}{\underset{१}{४}} - (११) \times ७}$$

$$= \frac{९६० \times ७७}{४०५ - ७७} = \frac{७३९२०}{३२८} =$$

७३९२० ÷ ३२८ =

```
३२८)७३९२०(२२५ लब्धि
     ६५६
     ----
      ८३२
      ६५६
      ----
     १७६०
     १६४०
     ----
      १२० शेष
```

अष्टम जीवामानानयन :—

सूत्र :—

$$\therefore \; \text{जीवा} = \frac{\text{४ व्या (प − चा) चा}}{\frac{\text{५ प}^{२}}{४} - \text{(प − चा) चा}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

व्यास = २४०, अप. परिधि = १८, चाप = ८

उत्थापन देने से

$$\therefore \text{जीवा} = \frac{४ \times २४० \, (१८ - ८) \, ८}{\frac{५ \times १८^{२}}{४} - (१८ - ८) \, ८}$$

$$= \frac{९६० \, (१०) \times ८}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१०) \times ८} = \frac{९६० \times ८०}{४०५ - ८०}$$

$$= \frac{७६८००}{३२५} = ७६८०० \div ३२५ =$$

३२५)७६८०० (२३६ लब्धि
 ६५०
 ११८०
  ९७५
  २०५०
  १९५०
  १०० शेष

अष्टमजीवामान = २३६

नवम जीवामान :—

सूत्र :—

$$\text{जीवा} = \frac{४ \, \text{व्या} \, (\text{प} - \text{चा}) \, \text{चा}}{\frac{५ \, \text{प}^{२}}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{चा}}$$

व्यास = २४०, अप. परिधि = १८, चाप = ९

उत्थापन देने पर

$$\therefore \text{जीवा} = \frac{४ \times २४० \, (१८ - ९) \, ९}{\frac{५ \times १८^{२}}{४} - (१८ - ९) \, ९}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{९६० (१८ - ९) ९}{\frac{५ \times ३२४}{४} - (१८ - ९) ९}$$

$$= \frac{९६० \times ९ \times ९}{४०५ - ९ \times ९} = \frac{९६० \times ८१}{४०५ - ८१}$$

$$= \frac{७७७६०}{३२४} = ७७७६० \div ३२४$$

३२४) ७७७६० (२४०
६४८
१२९६
१२९६
०

नवम जीवामान = २४०

चापानयनसूत्रम्

व्यासाब्धिघातयुतमौर्विकया विभक्तो
जीवाङ्घ्रिपञ्चगुणितः परिधेस्तु वर्गः ।
लब्धोनितात् परिधिवर्गचतुर्थभागा-
दाप्ते पदे वृतिदलात् पतिते धनुः स्यात् ॥५१॥

अन्वयः—जीवाङ्घ्रि पञ्चगुणितः परिधेस्तुवर्गः व्यासाब्धिघातयुत मौर्विकया विभक्तः लब्धोनितात् परिधिवर्गचतुर्थभागात् आप्ते पदे वृतिदलात् पतिते धनुः स्यात् ॥ ५१ ॥

पञ्चगुणित जीवा के चतुर्थांश को परिधि वर्ग से गुणाकर जो लब्धि प्राप्त हो उसमें जीवायुक्त चतुर्गुणित व्यास का भाग देने पर जो लब्धि हो उसको परिधि वर्ग चतुर्थांश में घटाकर शेष के मूल को परिधि के आधे में घटाने से चाप मान होता है ॥५१॥

स्पष्टता के लिए सूत्र देखें

$$चाप = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{प^२}{४} - \left(\frac{\frac{जीवा \times ५ प^२}{४}}{४ \text{ व्या} + जीवा} \right)}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—पूर्वोक्ते ५० संख्याके सूत्रे साधितं

$$\text{ज्यामानम्} = \frac{४ \text{ ज्या} \times \text{प्रथमं मा०}}{\frac{५ \text{प}^{२}}{४} - \text{प्रथमं}}$$

$$\text{अतः प्रथमं मानम्} = \frac{\frac{५ \text{प}^{२}}{४}}{४ \text{ ज्या} + \text{ज्या}} = \text{ल०}$$

यतो हि $(\text{प} - \text{चा})\,\text{चा} = \text{चा} \times \text{प} - \text{चा}^{२} = \text{ल०}$

अतः $\text{चा}^{२} - (\text{चा} \times \text{प}) = - \text{ल}$

तथा च

$$\text{चा}^{२} - \text{चा} \times \text{प} + \frac{\text{प}^{२}}{४} = \frac{\text{प}^{२}}{४} - \text{ल}$$

अतः मूलग्रहणेन जातम्—

$$\text{चा} - \frac{\text{प}}{२} \pm \sqrt{\frac{\text{प}^{२}}{४} - \text{ल}}$$

अत्र ऋणमूलग्रहणेन सिद्धिः

$$\text{अतः चा} = \frac{\text{प}}{२} - \text{मूलम्}$$

उपपन्नम्

उदाहरणम्

विहिता इह ये गुणास्ततो वद तेषामधुना धनुर्मितिम् ।
यदि तेऽस्ति धनुर्गुणक्रिया गणिते गाणितिकातिनैपुणम् ॥२७॥

हे गणित को जानने वाले ! यदि तुम जीवा और चाप के गणित में निपुण हो तो पूर्व साधित जीवाओं के चाप का मान बताओ ॥२७॥

न्यास :—ज्याः ४२ । ८२ । १२० । १५४ । १८४ । २०८ । २२६ । २३६ । २४० । स एवापवर्त्तितपरिधिः १८ व्यासा—(२४०) ब्धि (४ः घात ९६० युतमौर्विकया—१००२ ऽनया जीवाङ्घ्रिणा $\frac{४२}{४}$ पञ्चभि ५श्च परिधे—१८ वर्गो ३२४ गुणितः १७०१० भक्तो लब्धः (१७) अत्राङ्कलाघवाय चतुर्विंशतेर्ह्यधिकसहस्रांशयुतो गृहीतोऽनेनोनितात् परिधि—१८ वर्ग—३२४ चतुर्थभागात् ६४ पदे प्राप्ते (८) वृति (१८) दलात् (९) पतिते (१) जातं धनुः । एवं जातानि धनूंषि १ । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ । एतानि परिध्यष्टादशांशेन गुणतानि स्युः ।

॥ क्षेत्र व्यवहारः समाप्तः ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

सूत्र—

$$\text{चाप}=\frac{\text{प}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{ज्या}\times\text{५}\times\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}}{\text{४ व्या}+\text{ज्या}}\right)}$$

∵ परिधि=१८, व्यास=२४०, जीवा (ज्या)=४२

उत्थापन देने से—

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{१८}^{\text{२}}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{ज्या}\times\text{५}\times\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}}{\text{व्या}+\text{ज्या}}\right)}$$

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\cancel{\text{३२४}}^{\text{८१}}}{\cancel{\text{४}}}-\frac{\frac{\text{४२}\times\text{५}\times\cancel{\text{३२४}}^{\text{८१}}}{\cancel{\text{४}}}}{\text{४}\times\text{२४०}+\text{४२}}}$$

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\text{८१}-\frac{\text{२१०}\times\text{८१}}{\text{९६०}+\text{४२}}}$$

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\text{८१}-\frac{\text{१७०१०}}{\text{१००२}}}\qquad\therefore\frac{\text{१७०१०}}{\text{१००२}}=\text{१७ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\text{अतः चाप}=\text{९}-\sqrt{\text{८१}-\text{१७}}$$

$$=\text{९}-\sqrt{\text{६४}}$$

$$=\text{९}-\text{८}=\text{१}$$

प्रथम चापमान=१

द्वितीयचापानयन

सूत्र—

$$\text{चाप}=\frac{\text{प}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{ज्या}\times\text{५}\times\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}}{\text{४ व्या}+\text{ज्या}}\right)}$$

∵ द्वितीयजीवा=८२, अप. प=१८, व्या=२४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उत्थान देने से—

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{१८^{२}}{४} - \left(\frac{\frac{८२ \times ५ \times १८^{२}प}{४}}{४ \times २४० + ८२}\right)}$$

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} \sqrt{\frac{\overset{८१}{\cancel{३२४}}}{४} - \left(\frac{\frac{४१० \times \overset{८१}{\cancel{३२४}}}{\cancel{४}}}{४ \times २४० + ८२}\right)}$$

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{८१ - \left(\frac{४१० \times ८१}{४ \times २४० + ८२}\right)}$$

$$\text{चाप} = ९ - \sqrt{८१ - \left(\frac{३३२१०}{१०४२}\right)}$$

$$\because \frac{३३२१०}{१०४२} = ३२ \text{ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\text{अतः चाप} = ९ - \sqrt{८१ - ३२}$$
$$= ९ - \sqrt{४९}$$
$$= ९ - ७ = २$$

द्वितीयचापमानम् = २

तृतीयचापमानानयन

सूत्र—

$$\text{चाप} = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{प^{२}}{४} - \left(\frac{\frac{\text{ज्या} \times ५ \times प^{२}}{४}}{४\,\text{व्या} + \text{ज्या}}\right)}$$

∵ तृतीय जीवा = १२०, प = १८, व्या = २४०

उत्थापन देने पर—

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{१८^{२}}{४} - \left(\frac{\frac{१२० \times ५ \times १८^{२}}{४}}{४ \times २४० + १२०}\right)}$$

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{३२४}{४} - \frac{\frac{६०० \times ३२४}{४}}{९६० + १२०}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{चाप} = ९ - \sqrt{८१ - \left(\frac{४८६००}{१०८०}\right)}$$

$$\because \frac{४८६००}{१०८०} = ४५$$

$$\text{चाप} = ९ - \sqrt{८१ - ४५}$$

$$= ९ - \sqrt{३६}$$

$$= ९ - ६ = ३$$ तृतीयचापमान।

चतुर्थचापमानानयन

सूत्र—

$$\text{चाप} = \frac{\text{प}}{२} - \sqrt{\frac{\text{प}^२}{४} - \left(\frac{\frac{\text{ज्या} \times ५ \times \text{प}^२}{४}}{४\,\text{व्या} + \text{ज्या}}\right)}$$

चतुर्थजीवा = १५४, प = १८, व्यास = २४०

उत्थापन देने से—

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{३२४}{४} - \left(\frac{\frac{१५४ \times ५ \times ३२४}{४}}{४ \times २४० + १५४}\right)}$$

$$= \frac{१८}{२} - \sqrt{८१ - \left(\frac{७७० \times ८१}{९६० + १५४}\right)}$$

$$\because \frac{७७० \times ८१}{९६० + १५४} = ५६$$ स्वल्पान्तरात्

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{८१ - ५६}$$

$$\text{चाप} = ९ - \sqrt{२५}$$

$$= ९ - ५ = ४$$

चतुर्थचापमान = ४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

पञ्चमचापमानानयन

सूत्र—

$$\text{चाप} = \frac{\text{प}}{२} - \sqrt{\frac{\text{प}^२}{४} - \left(\frac{\frac{\text{ज्या} \times ५ \times \text{प}^२}{४}}{४\ \text{व्या} + \text{ज्या}}\right)}$$

∵ परिधि=१८, व्यास=२४०, जीवा=१८४

उत्थापन देने पर—

$$\text{चाप} = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{१८^२}{४} - \left(\frac{\frac{१८४ \times ५ \times १८^२}{४}}{४ \times २४० + १८४}\right)}$$

$$= \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{३२४}{४} - \left(\frac{\frac{९२० \times ३२४}{४}}{९६० + १८४}\right)}$$

$$= \frac{१८}{२} - \sqrt{८१ - \left(\frac{९२० \times ८१}{९६० + १८४}\right)}$$

$$\because \frac{९२० \times ८१}{९६० + १८४} = ६५ \text{ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\therefore \text{चाप} = ९ - \sqrt{८१ - ६५}$$

$$९ - \sqrt{१६}$$

$$९ - ४ = ५$$

पञ्चमचापमान =५

षष्ठचापमानानयन

सूत्रः— $$\text{चाप} = \frac{\text{प}}{२} - \sqrt{\frac{\text{प}^२}{४} - \left(\frac{\frac{५ \times \text{ज्या} \times \text{प}^२}{४}}{४\ \text{व्या} + \text{ज्या}}\right)}$$

∵ जीवा=२०८, प=१८, व्या=२४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उत्थापन से—

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{१८}^{\text{२}}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{५}\times\text{२०८}\times\text{१८}^{\text{२}}}{\text{४}}}{\text{४}\times\text{२४०}+\text{२०८}}\right)}$$

$$=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{३२४}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{१०४०}\times\text{३२४}}{\text{४}}}{\text{९६०}+\text{२०८}}\right)}$$

$$=\text{९}-\sqrt{\text{८१}-\left(\frac{\text{१०४०}\times\text{८१}}{\text{९६०}+\text{२०८}}\right)}$$

$$\because\frac{\text{१०४०}\times\text{८१}}{\text{९६०}+\text{२०८}}=\text{७२ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\therefore\text{चाप}=\text{९}-\sqrt{\text{८१}-\text{७२}}$$

$$=\text{९}-\sqrt{\text{९}}$$

$$=\text{९}-\text{३}=\text{६}$$

षष्ठचापमान $=$ ६

सप्तमचापमानानयन

$$\text{सूत्र—चाप}=\frac{\text{प}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}-\frac{\frac{\text{५}\times\text{ ज्या}\times\text{प}^{\text{२}}}{\text{४}}}{\text{४ व्या}+\text{ज्या}}}$$

सप्तमजीवा $=$ २२६, व्या $=$ २४०, प $=$ १८

$$\text{चाप}=\frac{\text{१८}}{\text{२}}-\sqrt{\frac{\text{२३४}}{\text{४}}-\left(\frac{\frac{\text{५}\times\text{२२६}\times\text{३२४}}{\text{४}}}{\text{४}\times\text{२४०}+\text{२२६}}\right)}$$

$$\text{चाप}=\text{९}-\sqrt{\text{८१}-\left(\frac{\text{११३०}\times\text{८१}}{\text{९६०}+\text{२२६}}\right)}$$

$$\because\frac{\text{११३०}\times\text{८१}}{\text{९६०}+\text{२२६}}=\text{७७ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\therefore\text{चाप}=\text{९}-\sqrt{\text{८१}-\text{७७}}$$

$$=\text{९}-\sqrt{\text{४}}$$

$$\text{चाप}=\text{९}-\text{२}=\text{७}$$

सप्तमचापमान $=$ ७

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अष्टमचापमानानयन

सूत्र—

$$चाप = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{प^२}{४} - \left(\frac{\frac{५ \times ज्या \times प^२}{४}}{४\ व्या + ज्या}\right)}$$

ज्या=२३६, प=१८, व्या=२४०

उत्थापन से—

$$चाप = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{१८^२}{४} - \left(\frac{\frac{५ \times २३६ \times १८^२}{४}}{४ \times २४० + २३६}\right)}$$

$$= \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{३२४}{४} - \left(\frac{\frac{११८० \times ३२४}{४}}{९६० + २३६}\right)}$$

$$= ९ - \sqrt{८१ - \left(\frac{११८० \times ८१}{९६० + २३६}\right)}$$

$$\because \frac{११८० \times ८१}{९६० + २३६} = ८० \text{ स्वल्पान्तरात्}$$

$$\therefore चाप = ९ - \sqrt{८१ - ८०}$$

$$= ९ - \sqrt{१} = ९ - १ = ८$$

अष्टमचापमान = ८

नवमचापमानानयन

$$सूत्र—चाप = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{प^२}{४} - \left(\frac{\frac{५ \times ज्या \times प^२}{४}}{४\ व्या + ज्या}\right)}$$

प=१८, व्या=२४०, ज्या=२४०

उत्थापन से—

$$चाप = \frac{१८}{२} - \sqrt{\frac{१८^२}{४} - \left(\frac{\frac{५ \times २४० \times १८^२}{४}}{४ \times २४० + २४०}\right)}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{१८}{२}-\sqrt{\frac{३२४}{४}-\left(\frac{\frac{१२००\times ३२४}{४}}{९६०+२४०}\right)}$$

$$=९-\sqrt{८१-\left(\frac{१२००\times ८१}{९६०+२४०}\right)}$$

$$\because \frac{१२००+८१}{९६०+२४०}=८१$$

$$\therefore \text{चाप}=\frac{१८}{२}-\sqrt{८१-८१}$$

$$=९-\sqrt{०}$$

$$=९-०=९$$

नवमचापमान $=$ ९

श्रीभास्कराचार्यविरचित लीलावती के क्षेत्रव्यवहार का
डॉ० रामचन्द्र पाण्डेय कृत हिन्दी भाषानुवाद समाप्त ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

खातव्यवहारः

खातस्य घनफलानयनसूत्रम्

गणयित्वा विस्तारं बहुषु स्थानेषु तद्युतिर्भाज्या ।
स्थानकमित्या सममितिरेवं दैर्घ्ये च वेधे च ।
क्षेत्रफलं वेधगुणं खाते घनहस्तसंख्या स्यात् ॥१॥

अन्वयः—बहुषु स्थानेषु विस्तारं गणयित्वा तद्युतिः स्थानकमित्या भाज्या तदा सममिति स्यात् । एवं दैर्घ्ये वेधे च सममितिः साध्याः क्षेत्रफलं वेधगुणं खाते घनहस्त संख्या स्यात् । १ ।

जिस खात (तालाब, खोदा हुआ गड्ढा इत्यादि) की लम्बाई, चौड़ाई व गहराई समान न हो अर्थात् तीनों का माप पृथक्-पृथक् हो तो उसे असम खात कहते हैं । ऐसे खात को कई स्थानों से मापकर उन मापों के योग में माप संख्या से भाग देने पर असमखात का सममान होता है । इसी प्रकार असमखात की लम्बाई, चौड़ाई और गहराई को पृथक्-२ सममान में बदलकर समदैर्घ्य, समविस्तार, समवेध को परस्पर गुणा करने पर खात का घनफल होता है । १

उपपत्तिः—आयतादिषु खातेषु सर्वस्थानीय दैर्ध्यं-विस्तारयोर्योगः भुजसंख्यामानेन विभज्य सममितिर्ज्ञायते ।

अर्थात् $\frac{\text{दैर्घ्यं + विस्तार}}{\text{भुजसंख्या}}$ = सममिति ।

दैर्घ्यम् × विस्तारः = आयतक्षेत्रफलम् ।

अतोऽनुपातेन—रूपवेधे इदं घनफलं तदेष्टवेधे किमति जातमिष्टवेधे घनफलम् ।

उपपन्नम्

उदाहरणम्

भुजवक्रतया दैर्घ्यं दशेशार्ककरैर्मितम् ।
त्रिषु स्थानेषु षट्पञ्चसप्तहस्ताऽत्र विस्तृतिः ॥१॥
यस्य खातस्य वेधोऽपि द्विचतुस्त्रिमितः सखे ।
तत्र खाते कियन्तः स्युर्घनहस्ताः प्रचक्ष्व मे ॥२॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हे सखे ! किसी खात का वक्रता के कारण तीन जगहों का दैर्घ्यमान (लम्बाई) १०, ११, १२ हाथ है, तीन स्थानों का विस्तारमान (चौड़ाई) ५, ६, ७ हाथ है तथा तीनों स्थानों का वेधमान (गहराई) २, ३, ४ हाथ है तो खात का घनफल क्या होगा ? मुझे बताओ ॥१, २॥

न्यासः—अत्र सममितिकरणेन विस्तारे हस्ताः ६, दैर्घ्ये ११, वेधे ३, यथोक्त करणेन लब्धा घनहस्तसंख्या १९८ ।

प्रश्नसाधनविधि—

$$\text{समदैर्घ्य (सम लम्बाई)} = \frac{\text{दैर्घ्ययोग}}{\text{दैर्घ्यसंख्या}} = \frac{१०+११+१२}{३} = \frac{३३}{३} = ११$$

समदैर्घ्यमान=११ हाथ

$$\text{समविस्तार (सम चौड़ाई)} = \frac{\text{विस्तारयोग}}{\text{विस्तारसंख्या}} = \frac{५+६+७}{३} = \frac{१८}{३} = ६$$

समविस्तारमान = ६ हाथ

$$\text{समवेध} = \frac{\text{वेधयोग}}{\text{वेधसंख्या}} = \frac{२+३+४}{३} = \frac{९}{३} = ३$$

समवेध=३ हाथ

समखातक्षेत्रफल=समदैर्घ्य × समविस्तार

=११ × ६=६६ समक्षेत्रफल

समक्षेत्रफल × समवेध=खातघनफल

६६ × ३=१९८ खातघनफल

खातान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम्

खातघनफल सूचीघनफलायनसूत्रम्

मुखजतलजद्युतिजक्षेत्रफलैक्यं हृतं षड्भिः ।
क्षेत्रफलं सममेवं वेधगुणं घनफलं स्पष्टम् ।
समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते फलं भवति ॥२॥

अन्वयः—मुखजतलजतद्युतिजक्षेत्रफलैक्यं षड्भिः हृतं एवं क्षेत्रफलं स्यात् वेधगुणं स्पष्टं घनफलं भवति । समखातफलत्र्यंशः सूची खाते फलं भवति । २

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जिस खात के मुख की लम्बाई चौड़ाई तल की लम्बाई चौड़ाई के बराबर न हो उस खात के मुख के क्षेत्रफल तल के क्षेत्रफल व युतिज क्षेत्रफल (मुख की लम्बाई चौड़ाई में क्रमशः तल की लम्बाई चौड़ाई जोड़ने पर जो युतिज लम्बाई चौड़ाई होगी उससे साधित क्षेत्रफल तद्युतिजक्षेत्रफल होता है।) के योग में ६ से भाग देने पर समक्षेत्र होता है। समक्षेत्रफल को वेध (गहराई) से गुणा करने पर स्पष्टखातघनफल होता है और समखात के घनफल का तृतीयांश ($\frac{1}{3}$) सूचीखातघनफल होता है। २,

उपपत्तिः—यस्मिन् खाते उपरिस्थितं मुखस्य दैर्घ्य-विस्तारमानात् तलस्थितं दैर्घ्यविस्तारमानमल्पं तदा चतुर्षु कोणेषु चत्वारि सूचीक्षेत्राणि चतुर्भुजाधाराणि उत्पद्यन्ते। चत्वारि त्रिभुजाकाराणि खातक्षेत्राणि मध्ये च तलस्थितं दैर्घ्य-विस्तार युतं खातक्षेत्रम्। सर्वेषां घनक्षेत्राणां घनफलयोगमभीष्टघनफलमिति।

$$\text{कोणगतचतुर्भुजफलम्} = \frac{(\text{मुखविस्तार} - \text{तलविस्तार})}{२} \times \frac{(\text{मुखदैर्घ्य} - \text{तलदै०})}{२}$$

वेधेन संगुण्य त्रिभिर्भक्ते सति—

$$\frac{(\text{मु. वि.} - \text{त. वि.})\ (\text{मु. दै.} - \text{त. दै.})}{३} = ४\ \text{सूचीफलम्}$$

$$\text{त्रिकोणखातस्य क्षेत्रफलार्थं} \frac{\text{मुखविस्तार} - \text{तलविस्तार}}{२} = \text{भु.}$$

वेध = को

तलदैर्घ्यं = वेधः

$$\text{अतः} \frac{(\text{मु. वि.} - \text{त. वि.})\ \text{वेध} \times \text{तलदैर्घ्यम्}}{२ \times २} = \text{दैर्घ्यपार्श्वफलम्}$$

द्विगुणिते सति पार्श्वद्वयफलम् =

$$\frac{२ \times (\text{मु. वि.} - \text{त. वि.})\ \text{वेध} \times \text{त. दै.}}{२ \times २}$$

$$= \frac{(\text{मु.वि.} - \text{त.वि.})\ \text{वेध} \times \text{त. दै.}}{२}$$

एवमेव विस्तारपार्श्वद्वयफलम्—

$$\frac{(\text{मु. दै.} - \text{त. दै.})\ \text{वेध} \times \text{त. वि}}{२}$$

तथा च. त. वि.× त. दै.×वेध=मध्यखातघनफलम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ततः सर्वयोगेनाभीष्टखातघनफलमिति

$$\frac{(\text{मु. वि.} - \text{त. वि.})\,(\text{मु. दै.} - \text{त. दै.})\ \text{वे.}}{\text{३}}$$

$$+\frac{(\text{मु. वि.} - \text{त. वि.})\times\text{वे}\times\text{त. दै.}}{\text{२}}$$

$$+\frac{(\text{मु. दै.} - \text{त. दै.})\times\text{वे}\times\text{त. वि}}{\text{२}} + \text{त. वि.}\times\text{त. दै.}\times\text{वे.}$$

$= \text{खातघनफलम्}$ ।

$$\frac{(\text{मु. वि.}\times\text{मु. दै.} - \text{त. वि.}\times\text{मु. दै.} - \text{मु. वि.}\times\text{त. दै.} + \text{त. वि.}\times\text{त. दै.})\ \text{वे.}}{\text{३}}$$

$$+\frac{(\text{मु. वि.}\times\text{त. दै.} - \text{त. वि}\times\text{त. दै})\ \text{वे.}}{\text{२}} + \frac{(\text{मु.दै.}\times\text{त.वि.} - \text{त.दै}\times\text{त.वि.})\times\text{वे}}{\text{२}}$$

$$+\ \text{त. वि.}\times\text{त. दै.}\times\text{वे}\ ।$$

ततो वेधतुल्यं सर्वगुणं पृथक् कृत्वा योगं विधाय तुल्यधनर्णयोर्नाशाच्च जातं स्वरूपान्तरम् । यथा—

$$\frac{(\text{२ मु. वि.}\times\text{मु. दै.} + \text{त. वि.}\times\text{मु. दै.} + \text{मु. वि.}\times\text{त. दै.} + \text{२त. वि.}\times\text{त. दै.})\ \text{वे.}}{\text{६}}$$

$= \text{खातघनफलम्}$ ।

$$\frac{\text{मु. वि}\times\text{मु. दै} + \text{मु. वि}\times\text{मु. दै.} + \text{त. वि}\times\text{मु. दै.}}{\text{६}}\times\text{वे}$$

$$+\frac{\text{मु. वि}\times\text{त. दै.} + \text{त. वि}\times\text{त. दै.} + \text{त. वि.}\times\text{त. दै.}}{\text{६}}\times\text{वे}$$

$$=\frac{\text{मु. वि.}\times\text{मु. दै.} + \text{मु. वि.}\ (\text{मु. दै.} + \text{त. दै.})}{\text{६}} = \text{वे}$$

$$+\frac{\text{त. वि.}\ (\text{मु. दै.} + \text{त. दै.}) + \text{त. वि.}\times\text{त. दै.}}{\text{६}}\times\text{वे}$$

$$=\frac{\text{मु. वि.}\times\text{मु. दै.} + (\text{मु.वि} + \text{त.वि.})\ (\text{मु.दै.} + \text{त.दै.}) + \text{त. वि}\times\text{त. दै.}}{\text{६}}\times\text{वे}$$

$$=\frac{\text{मु. फ.} + \text{यो. फ.} + \text{त. फ.}}{\text{६}}\times\text{वे}$$

उपपन्नम् खातफलानयनम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरणम्

मुखे दश्यद्वादश्यहस्ततुल्ये विस्तारदैर्घ्ये तु तले तदर्धम् ।
यस्या सखे सप्तकरश्च वेधः का खातसंख्या वद तत्र वाप्याम् ॥१॥

जिस वापी (तालाब) के मुख का दैर्घ्यमान (लम्बाई) १२ हाथ और विस्तारमान (चौड़ाई) १० हाथ तथा जिसके तल की लम्बाई चौड़ाई क्रमशः मुख की लम्बाई, चौड़ाई का आधा है, एवं हे सखे ! जिसका वेध मान (गहराई) ७ हाथ है तो वहाँ खात संख्या का मान बताओ ।

न्यासः—मुखजं क्षेत्रफलं १२०, तजम् ३०, तद्युतिजम् २७०, एषामैक्यम् ४२०, षड्भिः ६, हृतं जातं समफलम् ७०, वेधः ७ हतं जातं खातफलम् घन-हस्ताः ४९० ॥४७ ॥

सूत्र—

$$\text{खातघनफल} = \frac{(\text{मु० फ०} + \text{त० फ०} + \text{तद्युतिजफल})\ \text{वेध}}{६}$$

(मु० फ० = मुखजक्षेत्रफल त० फ० = तलजक्षेत्रफल)

वापी के मुख की लम्बाई = १२ हाथ

" " चौड़ाई = १० हाथ

" " का क्षेत्रफल = १२×१० = १२० वर्ग हाथ

मुखजक्षेत्रफल = १२० वर्ग हाथ

वापी के तल की लम्बाई = ६ हाथ

" " चौड़ाई = ५ हाथ

" " का क्षेत्रफल = ६×५ = ३०

तलजक्षेत्रफल = ३० वर्गहाथ

वापी के मुख और तल की लम्बाई का योग = १८ हाथ (तद्युतिज ल०)

" " की चौड़ाई का योग = १५ हाथ (तद्युतिज चौ०)

वापी के मुख और तल के ल० चौ० योग का क्षेत्रफल = १८×१५ = २७० वर्ग हाथ

तद्युतिज क्षेत्रफल = २७० वर्ग हाथ

$$\text{खातघनफल} = \frac{(\text{मु० फ०} + \text{त०फ०} + \text{तद्युतिजफ ल०})\text{वेध}}{६}$$

वेध = ७ हाथ अतः उत्थापन देने पर

$$\text{खातघनफल} = \frac{(१२० + ३० + २७०)\times ७}{६} = \frac{४२०\ \times ७}{६} = ४९०$$

खातघनहस्तफल = ४९० ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

द्वितीयोदाहरणम्

खातेऽथ तिग्मकरतुल्यचतुर्भुजे च
किं स्यात् फलं नवमितः किल यत्र वेधः ।
वृत्ते तथैव दशविस्तृतिपञ्चवेधे
सूचीफलं वद तयोश्च पृथक्-पृथङ् मे ॥२॥

(क) जिस तुल्य चतुर्भुजाकार खात की एक भुजा का मान १२ हाथ और वेधमान (गहराई) ९ हाथ है तो खात का घनफल बतलाओ ।

(ख) जिस वृत्ताकार खात का व्यास १० हो और वेधमान ५ हाथ हो उस वृत्ताकार खात का घनफल क्या होगा ? तथा उपर्युक्त दोनों क्षेत्रों का सूची घनफल भी पृथक्-पृथक्बतलाओ ॥ २ ॥

न्यासः—भुजः १२, वेधः ९, जातं यथोक्तकरणेन खातफलं घनहस्ताः १२९६ सूचीफलम् ४३२ ।

व्यासः १०, वेधः ५ अत्र सूक्ष्म परिधिः $\frac{३९२७}{१२५}$

सूक्ष्मक्षेत्रफलम् $\frac{३९२७}{५०}$ । वेधगुणं जातं खातफलं $\frac{३९२७}{१०}$

सूक्ष्म सूचीफलम् $\frac{१३०९}{१०}$ ।

इति खातव्यवहारः समाप्तः ।

तुल्य चतुर्भुजाकार खात

सूत्र—

तु० चतुर्भुजाकार खात का घनफल $=$ भु^{२} $\times$ वेध ।

तुल्य च० खात का सूची घनफल $= \frac{\text{भु}^२ \times \text{वेध}}{३}$

तु० च० खात का घनफल $=$ भु^{२} $\times$ वेध

(क) $\because$ भु $=$ १२, वेध $=$ ९

$\therefore$ घनफल $=$ १२^२ $\times$ ९

१४४ $\times$ ९ $=$ १२९६ घनहस्तफल ।

$\because$ सूची घनफल $= \frac{\text{भु}^२ \times \text{वेध}}{३}$

$= \frac{१४४ \times ९}{३} = \frac{१२९६}{३} =$ ४३२ सूचीघनहस्त फल ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वृत्तखात का घनफल=वृ० क्षे० फ × वेध

∵ वृत्त क्षेत्रफल$=\frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४}$

∴ व्यास=१०

∴ परिधि $=\frac{३९२७\times\text{व्यास}}{१२५०}$

प.$=\frac{३९२७ \times १०}{१२५०}=\frac{३९२७}{१२५}$

वृत्त का सूक्ष्म क्षेत्रफल$=\frac{३९२७ \times १०}{१२५ \times ४}=\frac{३९२७०}{५००}=\frac{३९२७}{५०}$

वृत्तखातघनफल $=\frac{३९२७}{५०} \times$ वेध

∵ वेध=५

∴ घनफल$=\frac{३९२७ \times ५}{५०}=\frac{३९२७}{१०}$

वृत्तखात का सूक्ष्म घनफल $=\frac{३९२७}{१०}$

वृत्त खात का सूची घनफल$=\frac{\text{वृ० क्षे० फ०} \times \text{वेध}}{३}$

$=\frac{३९२७ \times ५}{५० \times ३}=\frac{१३०९}{१०}$

वृत्त का सूक्ष्म सूचीघनफल$=\frac{१३०९}{१०}$

अथवा

वृत्तखात का स्थूल घनफल=वृ० क्षे० फ० × वेध

∵ वृ० क्षे० फ०$=\frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४}$

∵ व्यास=१०

∴ क्षे० फ०$=\frac{\text{प} \times १०}{४}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \text{प.} = \frac{\text{व्या.} \times २२}{७} = \frac{१० \times २२}{७}$$

$$\therefore \text{क्षे० फ०} = \frac{१० \times २२ \times १०}{७ \times ४} = \frac{२२००}{७ \times ४} = \frac{५५०}{७}$$

वृत्त का स्थूल क्षेत्रफल $= \frac{५५०}{७}$

वृत्त का स्थूल खात घनफल = वृ० क्षे० फ × वेध

$$= \frac{५५०}{७} \times ५ = \frac{२७५०}{७} \text{ स्थूलखातफल}$$

वृत्त का स्थूल सूचीफल $= \frac{\text{वृ० क्षे० फ} \times \text{वेध}}{३}$

$$= \frac{५५० \times ५}{७ \times ३} = \frac{२७५०}{२१} \text{ स्थूल सूचीफल}$$

खातव्यवहार का हिन्दी भाषानुवाद समाप्त ।

चितिव्यवहारः

चितौ करणसूत्रम्

उच्छ्रयेण गुणितं चितेरपि क्षेत्रसम्भवफलं घनं भवेत् ।
इष्टिकाघनहृते घने चितेरिष्टिकापरिमितिश्च लभ्यते ॥१॥
इष्टिकोच्छ्रयहृदुच्छ्रितिश्चितेः स्युः स्तराश्च दृषदां चितेरपि ।

अन्वय:—उच्छ्रयेण गुणितं क्षेत्रसम्भवफलं किल चितेः घनफलं भवेत् । चितेः घनेः इष्टिकाघनहृते इष्टिका परिमितिश्च लभ्यते । चितेः उच्छ्रितिः इष्टिकोच्छ्रयहृत् स्तराश्च स्युः (एवं) दृषदां चितरेपि ॥ १ ॥

चिति (उपर्युपरि क्रम से रखे हुए इंट, पत्थर आदि) के क्षेत्रफल को चिति की ऊँचाई से गुणा करने पर चिति का घनफल होता है। चितिघनफल में इंटघनफल का भाग देने पर इंटों की संख्या होती है। चिति की ऊँचाई में इंट की ऊँचाई की भाग देने पर स्तर (पंक्ति) संख्या होती है। इसी प्रकार पत्थर की चिति का भी फल कहना चाहिए ॥$१\frac{१}{२}$॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—चितेः क्षेत्रफलम् = दैर्घ्यं × विस्तारः।

घनफलम् = दैर्घ्यं × विस्तारः × उच्छ्रितिः

एवमेव इष्टिकायाः घनफलम् = दैर्घ्यम् × विस्तारः × उच्छ्रितिः

अतोऽनुपातेन—इष्टिकाघनफलेनैका इष्टिका लभ्यते तदा चितिघनफलेन किमिति जाता—

$$\frac{१ \times \text{चितिघनफलम्}}{\text{इष्टिकाघनफलम्}} = \text{चिति सम्बन्धि इष्टिका संख्या।}$$

एवमेवानुपातेन—

$$\frac{१ \times \text{चितेरुच्छ्रायः}}{\text{इष्टिकाउच्छ्रायः}} = \text{इष्टिका पंक्तिसंख्या।}$$

उपपन्नम्

उदाहरणम्

अष्टादशाङ्गुलं दैर्घ्यं विस्तारो द्वादशाङ्गुलः।
उच्छ्रितिस्त्र्यङ्गुला यस्यामिष्टिकास्ताश्चितौ किल ॥१॥
यद्विस्तृतिः पञ्चकराष्टहस्तं
दैर्घ्यञ्च यस्या त्रिकरोच्छ्रितिश्च।
तस्यां चितौ किं फलमिष्टिकानां
संख्या च का ब्रूहि कति स्तराश्च ॥२॥

१८ अंगुल लम्बाई, १२ अंगुल चौड़ाई, ३ अंगुल ऊँचाई वाले ईंटों की एक चिति है। जिस की लम्बाई ८ हाथ, चौड़ाई ५ हाथ, ऊँचाई ३ हाथ है। तो उस चिति में ईंट व स्तर (पंक्ति) की संख्या क्या होगी ? ॥ २ ॥

न्यासः—इष्टिकायाः घनहस्तमानम् $\frac{३}{६४}$ चितेः क्षेत्रफलम् ४०, उच्छ्रयेण गुणितं चितेःघनफलम् १२०। लब्धा इष्टिका संख्या २५६०। स्तरसंख्या २४। एवं पाषाणचयेऽपि।

उदाहरण—चिति का क्षेत्रफल = ल० × चौ०

= ८ × ५ = ४० वर्ग हाथ

चिति का घनफल = क्षे० फ० × ऊँचाई

= ४० × ३ = १२० घन हाथ

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ईंट का घनफल निकालने के लिए अंगुलात्मक मान को हस्तात्मक बनाने पर—

ईंट की लम्बाई—

२४ अंगुल = १ हाथ

$$१८ \text{ अंगुल} = \frac{१८}{२४} = \frac{३}{४} \text{ हाथ ।}$$

ईंट की चौड़ाई—

२४ अंगुल = १ हाथ

$$१२ \text{ अंगुल} = \frac{१२}{२४} = \frac{१}{२} \text{ हाथ ।}$$

ईंट की उँचाई—

२४ अंगुल = १ हाथ

$$३ \text{ अंगुल} = \frac{३}{२४} = \frac{१}{८} \text{ हाथ ।}$$

∵ ईंट का घनफल = ल० × चौ० × उ०

उत्थापन देने पर

$$\text{घनफल} = \frac{३}{४} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{८} = \frac{३}{६४} \text{ घन हाथ}$$

$$\text{ईंट संख्या} = \frac{\text{चितिघनफल}}{\text{ईंटघनफल}}$$

∵ चि० घ० फ० = १२० घनहस्त ।

$$∵ \text{ई० घ० फ०} = \frac{३}{६४} \text{ घनहस्त ।}$$

$$∴ \text{ईट संख्या} = \frac{१२०}{\frac{३}{६४}} = \frac{१२० \times ६४}{३} = २५६०$$

कुल ईटों की संख्या = २५६०

$$\text{स्तर संख्या} = \frac{\text{चिति उचाई}}{\text{ईट उँचाई}}$$

चिति की उँचाई = ३ हाथ

$$\text{ईट उँचाई} = \frac{१}{८} \text{ हाथ}$$

$$\text{स्तर संख्या} = \frac{३}{\frac{१}{८}} = \frac{३ \times ८}{१} = २४ \text{ स्तर ।}$$

इसी प्रकार पत्थर आदि की चितियों का भी ज्ञान करना चाहिए ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ क्रकचव्यवहार:

अथ क्रकचव्यवहारे करणसूत्रम् ॥

पिण्डयोगदलमग्रमूलयोर्दैर्ध्यसङ्गुणितमङ्गुलात्मकम् ।
दारुदारणपथैः समाहतं षट्स्वरेषु विहृतं करात्मकम् ॥२॥

अन्वय:——अग्रमूलयो: पिण्डयोगदलदैर्ध्यसंगुणितदारुदारणपथै: समाहतं अंगुलामकं चेत् षट्स्वरेषु विहृतं करात्मकम् ॥२॥

जिस लकड़ी की चिराई करनी हो उसके अग्र भाग और जड़ की मोटाई के योग को आधा करके उसको लकड़ी की लम्बाई से गुणाकर गुणनफल को दारुदारण पथ (लकड़ी जितनी जगह से चीरी गयी हो) से गुणा करने पर १ फल होगा, यदि फल अङ्गुलात्मक हो तो उसमें ५७६ का भाग देने पर हस्तात्मक फल होता है ॥२॥

स्पष्टता के लिए सूत्र देखे—

$$\text{हस्तात्मकं दारणमानम्} = \frac{\text{पिण्डाङ्गुल} \times \text{दैर्ध्याङ्गुल} \times \text{दारणपथ}}{५७६} ।$$

उपपत्ति:—कस्यापि पिण्डस्यैकधरातलस्य क्षेत्रफलम्=दैर्ध्यं × विस्तार: । विषमपिण्डस्य सममितिज्ञानार्थं अग्रमूलयो: पिण्डयोर्योगदलं सममिति: । तद् काण्ठदैर्ध्येण संगुणिते सति क्षेत्रफलम् भवति ।

हस्तमितौ परिणामनार्थमायास:

$$\frac{\text{दैर्ध्यं (अंगुलानि)}}{२४} = \text{दैर्ध्यं हस्तात्मकम्}$$

$$\frac{\text{विस्तारांगुलानि}}{२४} = \text{विस्तारो हस्तात्मक:}$$

$$\text{अत: क्षेत्रफलम्} = \frac{\text{दैर्ध्यं}}{२४} \times \frac{\text{विस्तार:}}{२४}$$

$$= \frac{\text{दैर्ध्यं} \times \text{विस्तार:}}{२४ \times २४} = \frac{\text{दै०} \times \text{वि०}}{५७६}$$

अत्रानुपात:—

$$\text{अत्रैकेन खण्डेन } \frac{\text{दै०} \times \text{वि०}}{५७६} \text{ तदा}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

दारणपथैः किमिति जातम्

$$\frac{\text{दै०} \times \text{वि०} \times \text{दारणपथः}}{५७६} = \text{हस्तात्मकं फलम्}$$

उदाहरणम्

मूले नखाङ्गुलमितोऽथ नृपाङ्गुलोऽग्रे
पिण्डः शताङ्गुलमितं किल यस्य दैर्घ्यम् ।
तद्दारुदारणपथेषु चतुर्षु किं स्या-
द्धस्तात्मकं वद सखे गणितं द्रुतं मे ॥१॥

हे मित्र ! जिस लकड़ी के अग्र भाग की मोटाई १६ अंगुल व जड़भाग की मोटाई २० अंगुल है तथा लम्बाई १०० अंगुल और वह ४ जगह से चीरी गयी है तो उस लकड़ी का हस्तात्मक मान शीघ्र मुझे बताओ ॥१॥

न्यासः—पिण्डयोगदलम् १८, दैर्घ्यम् १०० अनेनगुणितम् १८०० दारूदारण पथैः ४, हत्वा ७२०० षट्स्वरेषुभिः ५७६ विहृतं करात्मकं १२१/२ दारोर्न्यासः २०, १६, १०० ।

$$\text{सूत्र—हस्तात्मक मान} = \frac{\text{पिण्डाङ्गुल} \times \text{दैर्घ्याङ्गुल} \times \text{दारणपथ}}{५७६} \text{ ।}$$ [1]

$$\because \text{पिण्डाङ्गुल} = \frac{\text{अग्रभाग की मोटाई} + \text{जड़ भाग की मोटाई}}{२}$$

उदाहरण—

$$\therefore \text{पिण्डाङ्गुल} = \frac{१६+२०}{२} = \frac{३६}{२} = १८ \text{ पिण्डाङ्गुल}$$

$$\therefore \text{हस्तातमकमान} = \frac{\overset{३}{\cancel{१८}} \times \overset{२५}{\cancel{१००}} \times \cancel{४}}{\underset{\underset{२}{\cancel{६}}}{\cancel{२४}} \times \underset{६}{\cancel{२४}}}$$

१. अंगुलमान से हस्तमान बनाने के लिए अंगुलमान में २४ से भाग देते हैं। इसी प्रकार यहां पर पिण्डांगुल में भी २४ से भाग दिया और दैर्घ्याङ्गुल में भी २४ से भाग दिया तो इसलिए २४×२४=५७६ हो गया। ५७६ से भाग देने पर पूरे का मान हस्तात्मक हो जायेगा।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्रकचान्तरे करणसूत्रम्

छिद्यते तु यदि तिर्यगुक्तवत् पिण्डविस्तृतिहतेः फलं तदा ॥३॥
इष्टिकाचितिदृषच्चितिखातक्राकचव्यवहृतौ खलु मूल्यम् ।
कर्मकारजनसम्प्रतिपत्त्या तन्मृदुत्वकठिनत्ववशेन ॥४॥

अन्वयः—तिर्यक् छिद्यते यदि तु तदा उक्तवत् पिण्डविस्तृतेः फलं स्यात् । इष्टिकाचिति दृषच्चितौ खातक्राकचव्यवहृतौ तन्मृदुत्वकठिनत्ववशेन कर्मकारजनसम्प्रतिपत्त्या मूल्यं भवतीति ॥ ३, ४ ॥

यदि लकड़ी को तिर्यग् (चौड़ाई में) चीरा जाय तो पिण्डमान को विस्तृतिमान से गुणाकर गुणनफल को दारणपथ से गुणने पर फल होता है । ईंटों की चिति, क्रकच और खात व्यवहार में मृदुलता एवं कठिनता के आधार पर मूल्य होता है ॥ ३, ४ ॥

उपपत्तिः—यदि काष्ठखण्डस्य मूलाग्रौ समौ तदा दैर्ध्यविस्तारयोर्घातः क्षेत्रफलम् हस्तात्मकं करणार्थं पूर्वोक्तविधिना ५७६ एभिर्विभज्यते ।

उपपन्नम्

उदाहरणम्

यद्विस्तृतिर्दन्तमिताङ्गुलानि पिण्डस्तथा षोडश यत्र काष्ठे ।
छेदेषु तिर्यङ्नवसु प्रचक्ष्व किं स्यात् फलं तत्र करात्मकं मे ॥१॥

इति क्रकचव्यवहारः

जहाँ लकड़ी की चौड़ाई ३२ अंगुल, मोटाई १६ अंगुल । उसकी चौड़ाई में ९ स्थानों से चीरा जाये तो हस्तात्मक फल क्या होगा ? मुझे बताओ ॥ १ ॥

न्यासः—विस्तृतिः ३२ पिण्डः १६, तयोर्घातः ५१२, पुनर्नवभिः ९ हत्वा, षट्स्वरेषुभिर्भक्तं जातफलम् हस्ताः ८ ।

$$\text{सूत्र—हस्तात्मक फल} = \frac{\text{पिण्डाङ्गुल} \times \text{विस्तृत्यङ्गुल} \times \text{दारणपथ}}{५७६}$$

∵ पिण्डाङ्गुल=पि. विस्तृत्यङ्गुल=वि. दारणपथ=दा॰ प॰

५७६=२४×२४

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\because \text{हस्तात्मकफल} = \frac{\text{पि} \times \text{वि} \times \text{दाप}}{२४ \times २४}$$

$\because$ पि = १६, वि = ३२, दाप = ९

उत्थापन देने से

$$\therefore \text{हस्तात्मकफल} = \frac{१६ \times ३२ \times ९}{२४ \times २४} = ९ \text{ हस्तात्मकफल}$$

।। क्रकच व्यवहार का हिन्दी भाषानुवाद समाप्त ।।

अथ राशिव्यवहारः

राशिव्यवहारे करणसूत्रम्

अनणुषु दशमांशोऽणुष्वथैकादशांशः
परिधिनवमभागः शूकधान्येषु वेधः ।
भवति परिधिषष्ठे वर्गिते वेदनिघ्ने
घनगणितकराः स्युर्मागधास्ताश्च खार्यः ।।१।।

अन्वयः—अनणुषु दशमांशः वेधः स्यात् अथ अणुधान्येषु एकादशांशः वेधः शूकधान्येषु परिधिनवमभागः वेधः। परिधिषष्ठि वर्गिते वेधनिघ्ने सति घनगणितकराः स्युः ताः मागधाः खार्यः स्युः ।।१।।

मोटे धान्य (मक्का, धान, गेहूँ आदि) छोटे धान्य (सरसों, अलसी आदि) शूक धान्य (जौ आदि) के ढेरों की परिधियों का क्रमशः $\frac{1}{10}$ (दशवां), $\frac{1}{11}$ (ग्यारहवां), $\frac{1}{9}$ (नवां) भाग किया जाय तो वेधमान (ऊँचाई) होता है। वेधमान से षष्ठांश परिधि वर्ग को गुणने पर घनहस्त मान होता है। जिसे मगध देश में खारी कहते हैं ।।१।।

उपपत्तिः—स्थूलधान्येषु दशमांशो वेधः इति पारस्परिकः सिद्धान्तः लोके प्रसिद्धः ।

परिधिज्ञानात् व्यासज्ञानायसूत्रम्

$$\frac{\text{परिधि} \times ७}{२२} = \text{व्यासः}$$

$$\frac{\text{व्यास} \times \text{परिधिः}}{४} = \text{क्षेत्रफलम्}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उत्थापनेन —

$$\frac{\text{परिधि} \times ७ \times \text{परिधिः}}{२२ \times ४} = \frac{\text{परिधि}^{२} \times ७}{८८}$$

$$= \text{क्षेत्रफलम्}$$

क्षेत्रफलम् $\times$ वेधः = घनफलम् ।

सूचीरूपे धान्यराशिफलम् । समखात फलत्र्यंशः इत्यादिना

$$= \frac{प^{२} \times ७ \times वे}{४ \times २२ \times ३} = \frac{प^{२} \times वे \times ७}{८८ \times ३}$$

स्वल्पन्तरात् $= \frac{प^{२} \times वे \times ७}{१२ \times ३} = \frac{प^{२} \times वे}{३६}$

$= \text{धान्यराशिफलम्}$

उपपन्नम्

उदाहरणम्

समभुवि किल राशिर्यः स्थितः स्थूलधान्यः

परिधिपरिमितः स्याद्धस्तषष्टिर्यदीया ।

प्रवद गणक ! खार्यः किं मिताः सन्ति तस्मि-

न्नथ पृथगणुधान्यैः शूकधान्यैश्च शीघ्रम् ॥१॥

हे गणक ! समतल भूमि में स्थूल धान्य का ढेर है और उस ढेर का परिधिमान ६० हाथ है तो ढेर का घनहस्त (खारी प्रमाण) क्या होगा ? बताओ यदि यही परिधि सूक्ष्म व शूक धान्य ढेरों की भी होती हो तो उनका भी खारी प्रमाण पृथक्-पृथक् शीघ्र बताओ ॥१॥

न्यासः—परिधिः = ६० अस्य षड्भागस्य वर्गः १०० वेधः ६ निघ्नः लब्धाखार्यः ६०० ।

परिधिः ६०, वेधः $\frac{६०}{११}$, फलम् ५४५ $\frac{५}{११}$ । परिधिः ६० । वेध $\frac{२०}{३}$ लब्धाखार्यः ६६६$\frac{२}{३}$ ।

सूत्र—सूची घनफल (खारी प्रमाण) = $\left(\frac{प}{६}\right)^{२} \times$ वेध ।

स्थूलधान्यराशिमानानयनं

$\because$ वेधः $= \frac{प \times १}{१०} = \frac{प}{१०}$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\therefore \text{स्थूलधान्यफल} = \left(\frac{\text{प}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{प}}{\text{१०}}$$

$\because$ परिधि = ६० हाथ

$$\therefore \text{स्थूलधान्यफल} = \left(\frac{\text{६०}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{६०}}{\text{१०}}$$

$$= \frac{\text{३६००}}{\text{३६}} \times \frac{\text{६०}}{\text{१०}} = \text{६०० घनहस्त}$$

अणुधान्यराशिमानानयन

$$\because \text{वेध} = \frac{\text{प} \times \text{१}}{\text{११}} = \frac{\text{प}}{\text{११}}$$

$$\therefore \text{सूक्ष्मधान्यफल} = \left(\frac{\text{प}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{प}}{\text{११}}$$

$\because$ परिधि = ६० हाथ

$$\therefore \text{सूक्ष्मधान्यफल} = \left(\frac{\text{६०}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{६०}}{\text{१०}}$$

$$= \frac{\text{३६००}}{\text{३६}} \times \frac{\text{६०}}{\text{११}} = \frac{\text{६०००}}{\text{११}} = \text{५४५}\frac{\text{५}}{\text{११}} \text{ घनहस्त}$$

"शूकधान्यराशिमानानयन"

$$\because \text{वेध} = \frac{\text{प} \times \text{१}}{\text{९}} = \frac{\text{प}}{\text{९}} \text{ ।}$$

$$\therefore \text{शूकधान्यफल} = \left(\frac{\text{प}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{प}}{\text{९}}$$

$\because$ परिधि = ६० हाथ

$$\therefore \text{शूकधान्यफल} = \left(\frac{\text{६०}}{\text{६}}\right)^{\text{२}} \times \frac{\text{प}}{\text{९}} \text{ ।}$$

$$= \frac{\text{३६००}}{\text{३६}} \times \frac{\text{६०}}{\text{९}} = \frac{\text{६०००}}{\text{९}}$$

$$= \frac{\text{२०००}}{\text{३}} = \text{६६६}\frac{\text{२}}{\text{३}} \text{ घनहस्त}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ भित्यन्तर्बाह्यकोणसंलग्न राशिप्रमाणनयने सूत्रम्—

द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात् तु परिधेः फलम् ।
भित्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः स्वगुणभाजितम् ॥२॥

अन्वयः—भित्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः परिधेः द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात् स्वगुण-भाजितं तदाफलं भवति ॥ २ ॥

घर के भीतर भित्ति (दीवार), अन्तःकोण तथा वाह्यकोण पर लगे धान्य ढेरों के परिधिमान को क्रमशः २, ४, $\frac{४}{३}$, से गुणा करने पर गुणनफल में क्रम से गुणक से ही भाग देने पर खारी प्रमाण (घनहस्त मान) होते हैं ॥ २ ॥

उपपत्तिः—यत्र धान्यराशिः भित्तिसंलग्ना भवति तत्र धन्यराशिपरिधेरर्धम्, वहिःकोणस्थे राशौ परिधेः पादोनसमः, अन्तःकोणगते राशौ धान्यराशेश्चतुर्थांशः ग्राह्यः । शेषमनुपुष्विरयादिना भवितुमर्हति ।

उपपन्नम्

"उदाहरणम्"

परिधिर्भित्तिलग्नस्य राशेस्त्रिंशत्करः किल ।
अन्तः कोणस्थितस्यापि तिथितुल्यकरः सखे ॥१॥

वहिष्कोणस्थितस्यापि पञ्चघ्ननवसम्मितः ।
तेषामाचक्ष्व मे क्षिप्रं घनहस्तान् पृथक्-पृथक् ॥२॥

घर के भीतर भित्ति (दिवाल) पर लगे धान्य ढेर की परिधि का मान ३० हाथ तथा अन्तः व बाह्य कोण पर लगे धान्य ढेर की परिधि का मान क्रमश १५ हाथ, व ४५ हाथ है। हे मित्र ! उनका घनहस्त मान पृथक्-पृथक् शीघ्र मुझे बताओ ॥१,॥

सूचीघनहस्तमान पूर्वोक्त सूत्र "परिधिषष्ठे वर्गिते वेध निघ्ने०" के अनुसार—सूचीघनहस्तमान $= \left(\frac{\text{परिधि}}{६}\right)^{२} \times$ वेध । यदि सूचीघनहस्तमान में परिधि को "द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात्०" से क्रमशः गुणने पर प्राप्त घनहस्तमान में "द्विवेद-सत्रि०" क्रम से ही भाग देने पर निम्नवत् फल होते हैं ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—अत्राद्यः परिधिर्द्विघ्नः ६० चतुर्घ्नः ६०, अपरः सत्रिभागैकनिघ्नः ६०। एषां वेधाः ६ एभ्यः फलं तुल्यमेव ६०० तद् स्वगुणकेन जातं पृथक् फलम् ३००। १५०। ४५०।

"भित्तिस्थमानानयन"

$$\text{भित्तिस्थस्थूलधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{प \times २}{६}\right)^२ \times \frac{प \times २}{१०}}{२}$$

∵ परिधि = ३० हाथ

$$\therefore \text{ घनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{३० \times २}{६}\right)^२ \times \frac{३० \times २}{१०}}{२}$$

$$= \frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^२ \times \frac{६०}{१०}}{२}$$

$$= \frac{\frac{३६००}{३६} \times \frac{६०}{१०}}{२} = \frac{६००}{२} = ३००$$

अतः ३०० घनहस्तमान (= खारी)

$$\text{भित्तिस्थसूक्ष्मधान्यघनहस्तमानम्} = \frac{\left(\frac{प \times २}{६}\right)^२ \times \frac{प \times २}{११}}{२}$$

$$= \frac{\left(\frac{३० \times २}{६}\right)^२ \times \frac{३० \times २}{११}}{२}$$

$$= \frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^२ \times \frac{६०}{११}}{२} = \frac{\frac{३६००}{३६} \times \frac{६०}{११}}{२} = \frac{\frac{६०००}{११}}{२}$$

$$= \frac{६०००}{११} \times \frac{१}{२} = \frac{३०००}{११} = २७२\ \frac{८}{११} \text{ घनहस्तमान (खारी)}$$

$$\text{भित्तिस्थशूकधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{प \times २}{६}\right)^२ \times \frac{प \times २}{९}}{२}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{\left(\frac{३०\times२}{६}\right)^{२}\times\frac{३०\times२}{९}}{२}=\frac{\frac{३६००}{३६}\times\frac{६०}{९}}{२}=\frac{\frac{६०००}{९}}{२}$$

$$=\frac{६०००}{९}\times\frac{१}{२}=\frac{३०००}{९}=३३३\ \frac{३}{९}=३३३\ \frac{१}{३}$$

घनहस्तमान (खारी)

"अन्तःकोणस्थ धान्यमानानयन"

अन्तःकोणस्थस्थूलधान्यघनहस्तमान $=\frac{\left(\frac{प\times४}{६}\right)^{२}\times\frac{प\times४}{१०}}{४}$ ।

∵ अन्तःकोणस्थ परिधिमान = १५ हाथ ।

$$\therefore \text{घनहस्तमान}=\frac{\left(\frac{१५\times४}{६}\right)^{२}\times\frac{१५\times४}{१०}}{४}=\frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^{२}\times\frac{६०}{१०}}{४}=$$

$$=\frac{\frac{३६००}{३६}\times\frac{६०}{१०}}{४}=\frac{६००}{४}=१५०\ \text{घनहस्त}$$

अन्तःकोणस्थ सूक्ष्मधान्यघनहस्तमान $=\frac{\left(\frac{प\times४}{६}\right)^{२}\times\frac{प\times४}{११}}{११}$ ।

$$\therefore \text{घनहस्त}=\frac{\left(\frac{१५\times४}{६}\right)^{२}\times\frac{१५\times४}{११}}{४}$$

$$=\frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^{२}\times\frac{१५\times४}{११}}{४}=\frac{\frac{३६००}{३६}\times\frac{६०}{११}}{४}=\frac{\frac{६०००}{११}}{४}=$$

$$=\frac{६०००}{११}\times\frac{१}{४}=\frac{१५००}{११}=१३६\frac{४}{११}\ \text{घनहस्तमान}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{अन्तःकोणस्थशूकधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{५\times४}{६}\right)^२ \times \frac{५\times४}{९}}{४} \text{ ।}$$

$$\therefore \text{घनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{१५\times४}{६}\right)^२ \times \frac{१५\times४}{९}}{४}$$

$$= \frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^२ \times \frac{६०}{९}}{४} = \frac{\frac{३६००}{३६} \times \frac{६०}{९}}{४} = \frac{\frac{६०००}{९}}{४}$$

$$\frac{६०००}{९} \times \frac{१}{४} = \frac{१५००}{९} = १६६\frac{६}{९} =$$

$$१६६\frac{२}{३} \text{ घनहस्तमान}$$

"बाह्यकोणस्थमानानयन"

$$\text{बाह्यकोणस्थस्थूलधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{५\times\frac{४}{३}}{६}\right)^२ \times \frac{५\times\frac{४}{३}}{१०}}{\frac{४}{३}}$$

बाह्यकोणस्थपरिधिमान = ४५ हाथ

$$= \frac{\left(\frac{\frac{४५\times४}{३}}{६}\right)^२ \times \frac{\frac{४५\times४}{३}}{१०}}{\frac{४}{३}}$$

$$= \frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^२ \times \frac{६०}{१०}}{\frac{४}{३}} = \frac{\frac{३६००}{३६} \times \frac{६}{१}}{\frac{४}{३}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$= \frac{६००}{१} \times \frac{३}{४} = ४५० \text{ घनहस्तमान}$$

$$\text{सूक्ष्मधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{प + \frac{४}{३}}{६}\right)^{२} \times \frac{प \times \frac{४}{३}}{११}}{\frac{४}{३}}$$

$$= \frac{\left(\frac{४५ \times \frac{४}{३}}{६}\right)^{२} \times \frac{\frac{४५ \times ४}{३}}{११}}{\frac{४}{३}} = \frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^{२} \times \frac{६०}{११}}{\frac{४}{३}}$$

$$= \frac{\frac{३६००}{३६} \times \frac{६०}{११}}{\frac{४}{३}} = \frac{\frac{६०००}{११}}{\frac{४}{३}} = \frac{६०००}{११} \times \frac{३}{४}$$

$$= \frac{४५००}{११} = ४०९\frac{१}{११} \text{ घनहस्तमान}$$

$$\text{शूकधान्यघनहस्तमान} = \frac{\left(\frac{\frac{४}{प \times ३}}{६}\right)^{२} \times \frac{प \times \frac{४}{३}}{९}}{\frac{४}{३}}$$

$\because$ प = ४५ हाथ

$$\therefore \frac{\left(\frac{४५ \times \frac{४}{३}}{६}\right)^{२} \times \frac{४५ \times \frac{४}{३}}{९}}{\frac{४}{३}} =$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\frac{\left(\frac{६०}{६}\right)^{२}\times\frac{६०}{९}}{\frac{४}{३}}=\frac{\frac{३६००}{३६}\times\frac{६०}{९}}{\frac{४}{३}}=\frac{\frac{६०००}{९}}{\frac{४}{३}}=$$

$$=\frac{६०००}{९}\times\frac{३}{४}=\frac{४५००}{९}=५०० \text{ घनहस्त}$$

राशिव्यवहार का हिन्दी भाषानुवाद समाप्तः

"अथ छायाव्यवहारः"

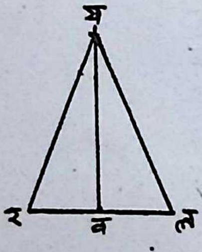
छायाव्यवहारे करणसूत्रम्

छाययोः कर्णयोरन्तरे ये तयोर्वर्गविश्लेषभक्ता रसाद्रीषवः ।
सैकलब्धेः पदघ्नं तु कर्णान्तरं भान्तरेणोनयुक्तं दले स्तः प्रभे ॥१॥

अन्वयः—छाययोः कर्णयोः ये अनारे तयोः वर्ग विशेषणतया रसाद्रीषवः सैकलब्धेः परघ्नं तु कर्णान्तरं भान्तरेण ऊनयुक्तं दले प्रभेस्तः ।

दोनों छायाओं का अन्तर व दोनों कर्णो का अन्तर जो हो उन दोनों के वर्गान्तर से ५७६ में भाग देकर भागफल में एक जोड़कर जो फल मिले उसके वर्गमूल से कर्णों के अन्तर को गुणाकर गुणनफल में पृथक्-पृथक् छायान्तर घटाव जोड़कर आधा करने से लघुछाया व वृहद् छाया होती है ॥१॥

उपपत्तिः—अत्रः क्षेत्रकल्पनाया छायाद्वयस्य साधनमुपन्यस्यते ।



अत्र य व शंकुः अनेनोत्पादितयोर्द्वयो र व, व ल छाययोः साधनमभीष्टम् :

कल्प्यते र व=वृहच्छाया, व ल=लघुच्छाया अनयोरन्तरम्=छा. अ.

र य=वृहत्कर्णः य ल=लघुकर्णः अनयोरन्तरं क अं ।

वृहच्छाया + लघुच्छाया = छा. यो.

वृहत्कर्णः + लघुकर्णः = क. यो.

छाया वर्गान्तरम् = कर्णवर्गान्तरम् ।

अतः छा यो. × श. अ. = क. यो×क अं. (वर्गान्तरं योगान्तरघातसममित्यादिना)

$$\text{क. यो} = \frac{\text{छायो} \times \text{छा अ.}}{\text{क. अ.}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{लघुकर्णमानम्} = \frac{\text{छायो} \times \text{छा. अं.} - \text{क. अं.}^2}{\text{२ क. अ.}}$$

$$\text{लघुछायामानम्} = \frac{\text{छायो} - \text{छा. अं.}}{२}$$

वर्गान्तरे कृते जातम्—

$$\text{छायो}^2 \times \text{छा. अं.}^2 - \text{छायो} \times \text{२ छा. अं.} \times \text{क. अं.} + \text{क. अ.}^4$$

$$- \frac{\text{छायो}^2 - \text{छायो} \times \text{छा. अं. २} + \text{छा. अं.}^2}{४} \text{१४४}$$

अतः समच्छेदेनान्तरे कृते जातम्—

$$\frac{\text{छायो}^2 \times \text{छा. अं}^2 - \text{छायो} \times \text{२ छा. अं.} \times \text{क. अं}^2 + \text{क. अं}^4}{\text{४ क. अं.}^2}$$

$$\frac{\text{क. अ}^2 \times \text{छायो}^2 - \text{छायो} \times \text{छा. अं.} \times \text{क. अ.}^2 \times 2 + \text{क. अं.}^2 \times \text{छा. अं.}^2}{\text{४ क. अं.}^2}$$

$$= \text{१४४}$$

तुल्यधनर्णयोर्नाशे छेदगमे जाता

$$\text{छायो}^2 \times \text{छा. अ.}^2 + \text{क. अ}^4 - \text{क. अ.}^2 \times \text{छायो}^2 - \text{क. अ.}^2 \times \text{छा. अ}^2$$

$$= \text{५७६ क. अ}^2$$

ततः समशोधनादिना

$$\text{छायो}^2 \times \text{छा. अ}^2 - \text{छायो}^2 \times \text{क. अ}^2$$

$$= \text{५७६ क. अ.}^2 + \text{क. अं.}^2 \times \text{छाया अं.}^2 - \text{क. अं.}^4$$

अथवा

$$\text{छायो}^2 (\text{छा. अ.}^2 - \text{क. अ.}^2) = \text{क. अ.} \{\text{५७५} + (\text{छा. अ}^2 - \text{क. अ.}^2)\}$$

$$\text{तुल्यभजनेन } \frac{\text{क. अ.}^2 \{\text{५७६} + (\text{छा. अ.}^2 + \text{क. अ.}^2)\}}{\text{छा. अ.}^2 - \text{क. अ.}^2} = \text{छायो}^2$$

अथवा—

$$\text{क. अ.}^2 \left(\frac{\text{५७५}}{\text{छा. अ.}^2 - \text{क. अ.}^2} + 1 \right) = \text{छायो}^2$$

$$\sqrt{\text{छायो}^2} = \sqrt{\frac{\text{५७६}}{\text{छा. अ.}^2 - \text{क. अ.}^2} + 1} = \text{छायो}$$

एवं योगान्तरयोर्ज्ञानाच्छायाद्वयज्ञानमुपपन्नम्"

"उदाहरणम्"

नन्दचन्द्रैर्मितं छाययोरन्तरं कर्णयोरन्तरं विश्वतुल्यं ययोः ।
ते प्रभे वक्ति यो युक्तिमान् वेत्त्यसौ[1] व्यक्तमव्यक्तयुक्तं हि मन्येऽखिलम् ।।१।।

१. युक्तिमार्गेण मे इति पाठान्तरम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जिन दो छायाओ व दो कर्णों का अन्तर १९ व १३ है। गणित की युक्तियों को जानने वाले जो व्यक्ति दोनों छायाओं का मान पृथक्-पृथक् कहेंगे उन्हें मैं अखिल व्यक्त (पाटी) और अव्यक्त (बीज) गणित का विज्ञ समझूंगा ॥१॥

न्यासः—छायान्तरम् १९। कर्णान्तरम् १३ आनयोर्वगान्तरेण १९२ भक्ता रसाद्रीषवः ५७६। लब्धम् ३। सैकस्यास्य ४ मूलम् २। अनेन गुणितम् कर्णान्तरम् २६ द्विष्ठं भान्तरेण १९ ऊनयुतम् ७।४५ तदर्थे लब्धे छाये $\frac{७}{२}$। $\frac{४५}{२}$ तत् कृत्योर्योग-पदमित्यादिना जातौ कर्णौ $\frac{२५}{२}$ $\frac{५१}{२}$।

सूत्र—

$$\text{लघुछाया} = \frac{\text{क. अ}\sqrt{\dfrac{५७६}{\text{छा. अ}^{२} - \text{क अ}^{२}}+१} - \text{छा. अ.}}{२}$$

∵ छायान्तर=१९

∵ कणान्तर=१३,

उत्थापन देने पर—

$$\text{क. छा.} = \frac{\text{क. अ.}\sqrt{\dfrac{५७६}{(१९^{२}) - (१३)^{२}}+१} - \text{छा अ.}}{२}$$

$$\text{ल. छा.} = \frac{१३\sqrt{\dfrac{५७६}{३६१ - १६९}+१} - १९}{२}$$

$$\text{ल. छा.} = \frac{१३\sqrt{\dfrac{५७६}{१९२}+१} - १९}{२}$$

$$= \frac{१३\sqrt{४} - १९}{२} = \frac{१३ \times २ - १९}{२}$$

$$= \frac{२६ - १९}{२} = \frac{७}{२} \text{ लघुछायामानम्}$$

"वृहच्छायामानानयनम्"

सूत्र—

$$\text{वृहच्छाया} = \frac{\text{क. अ.}\sqrt{\dfrac{५७६}{\text{छा. अ.}^{२} - \text{क. अ.}^{२}}+१} + \text{छा. अ.}}{२}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∵ छायान्तर=१९

∵ कर्णान्तर=१३,

उत्थापन देने से--

$$\text{वृ. छा.} = \frac{१३\sqrt{\frac{५७२}{(१९)^२-(१३)^२}+१}+\text{छा. अ.}}{२}$$

$$\because \sqrt{\frac{५७६}{(१९)^२-(१३)^२}+१} = \sqrt{४} = २$$

$$\therefore = \frac{१३\times२+१९}{२} = \frac{२६+१९}{२} = \frac{४५}{२}$$

$$\text{वृहच्छाया} = \frac{४५}{२}$$

"लघुकर्णमानानयनम्"

सूत्र—

$\text{भु}^२+\text{को}^२=\text{कर्ण}^२$ ।

१२ शंकु=कोटि, $\frac{७}{२}$ ल. छा.=भुज

$$\text{अतः}\left(\frac{७}{२}\right)^२+(१२)^२=\text{ल. क.}^२$$

$$\frac{४९}{४}+१४४=\sqrt{\frac{६२५}{४}}=\frac{२५}{२}\ \text{लघुकर्ण}$$

वृहत्कर्णमानम्

सूत्र—

$\text{भु}^२+\text{को}^२=\text{क}^२$

१२ शंकु=कोटि, $\frac{४५}{२}$ वृ. छा.=भुज

$$\text{वृ. कर्ण}^२=\left(\frac{४५^२}{२}\right)+(१२)^२$$

$$\text{वृ. क.}=\sqrt{\left(\frac{४५}{२}\right)+(१२)^२}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\sqrt{\frac{२०२५}{४}+\frac{१४४}{१}}=\sqrt{\frac{२०२५+५७६}{४}}$$

$$=\sqrt{\frac{२६०१}{४}}=\frac{५१}{२}$$ =वृहत्कर्णमान्

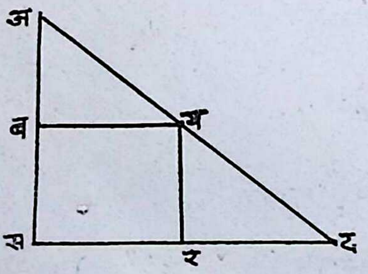
छायान्तरे करणसूत्रम्—

शङ्कुः प्रदीपतलशङ्कुतलान्तरघ्नः
छाया भवेद्विनरदीपशिखौच्य भक्तः ।

अन्वयः—प्रतीपतलशङ्कुतलान्तरघ्नः शंकुः विनर दीप शिखौच्यभक्तिः छाया भवेत् ॥

दीप तल और शंकुतल के अन्तर (बीच की भूमि) को शंकु से गुणाकर गुणनफल में, दीप शिखा की ऊँचाई में शंकु को घटा कर शेष से भाग देने पर छाया होती है ।

उपपत्तिः—द्रष्टव्यं क्षेत्रम् । अत्र दीपशिखौच्यम्, शंकुः, दीपतलशंकुतलान्तरमिति त्रयोऽवयवाः ।



क्षेत्रे—अ स=दीपशिखौच्यम्
प र=शंकु
स र=दीपतलशंकुतलान्तरभूमिः
अत्र स र=य व
र द=शंकुच्छाया ।

दीपशिखौच्यम्—शंकुः=अ स – य र=अ स – व स

△ अ व य, △ य र द त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः—

$$\frac{\text{प्रदीपतल शंकुतलान्तरम्} \times \text{शंकुः}}{(\text{दीपशिखौच्यं} - \text{शंकुः})}=\frac{\text{य व} \times \text{य र}}{\text{अ व}}$$

=छायामानम्=र द उपपन्नम्

उदाहरणम्

शंकुप्रदीपान्तरभूस्त्रिहस्ता दीपोच्छ्रितिः सार्धकरत्रया चेत् ।
शङ्कोस्तदाऽर्काङ्गुलसम्मितस्य प्रभा स्यात् कियती वदाशु ॥२॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि दीपतल और शंकुतल के बीच की भूमि का मान ३ हाथ, दीप की ऊँचाई $३\frac{१}{२}$ हाथ और शंकु का मान $\frac{१}{२}$ हाथ (१२ अंगुल) है। तो शंकु की छाया का मान बताओ ॥२॥

न्यासः—शंकुः $\frac{१}{२}$। प्रदीपशंकुतलान्तरम् ३ अनयोर्घातः $\frac{३}{२}$। विनरदीप शिखौच्च्येन ३ भक्तो लब्धानि छायाङ्गुलानि १२।

सूत्र—

$$\text{छाया} = \frac{\text{दीपशंकुतलान्तर} \times \text{शंकु}}{\text{प्रदीपशिखोच्च्य} - \text{शंकु}}$$

उदाहरण—दीपशंकुतलान्तर = ३ हाथ
प्रदीप की ऊँचाई = $३\frac{१}{२}$ हाथ
शंकु = $\frac{१}{२}$ हाथ

उत्थापन देने से

$$\therefore \text{छाया} = \frac{३ \times \frac{१}{२}}{३\frac{१}{२} - \frac{१}{२}} = \frac{\frac{३}{४}}{\frac{७}{२} - \frac{१}{२}}$$

$$= \frac{\frac{३}{२}}{\frac{६}{२}} = \frac{\frac{३}{२}}{३} = \frac{३}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{१}{२}$$

$$= \frac{१}{२} \text{ हाथ छाया।}$$

दीपोच्छ्रित्यानयनाय करणसूत्रम्—

छायाहृते तु नरदीपतलान्तरघ्ने शंकौ भवेन्नयुरते खलु दीपकौच्च्यम् ।२।

अन्वयः—नरदीपतलान्तरघ्ने शङ्कौ छाया हृते तु नरयुते सति खलु दीपकौच्यं भवति ॥ २ ॥

शंकुतल और दीपतल के बीच की भूमि को शंकु से गुणने पर व छाया का भाग देने पर जो लब्धि हो उसमें शंकु जोड़ देनें पर दीपशिखोच्च्य (दीप की ऊँचाई) का मान होता है।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—द्रष्टव्यम् पूर्वोक्तं क्षेत्रम्—

△अ व य△य र द त्रिभुजयो साजात्यादनुपातः—

$$\frac{\text{शंकुः} \times \text{नरदीपतलान्तरम्}}{\text{छाया}} = \frac{\text{य र} \times \text{य व}}{\text{र द}} = \text{अ व}$$

$$= \text{दीपौच्यम्} - \text{शंकुः} = \text{अ स} - \text{व स} = \text{अ स} - \text{य र}$$

$$\text{अतः अ व} + \text{व स} = \text{अ व} + \text{य र} = \text{दीपौच्यम्} - \text{शंकु} + \text{शंकु}$$

$$= \text{दीपौच्यम्}$$ उपपन्नम्

"उदाहरणम्"

प्रदीपशङ्क्वन्तरभूस्त्रिहस्ता छायाऽङ्गुलैः षोडशभिः समा चेत् ।
दीपोच्छ्रितिः स्यात् कियती वदाशु प्रदीपशङ्क्वन्तरमुच्यतां मे ॥३॥

यदि शंकुतल और दीपतल के बीच की भूमि का मान ३ हाथ तथा छाया का मान १६ अंगुल हो तो दीपौच्च्य मान (दीप की ऊँचाई) बताओ। दीपौच्च्यमान जानकर शंकुदीपतलान्तर मान भी बताओ ॥३॥

न्यासः—शंकुः १२। छायाङ्गुलानि १६। शंकुप्रदीपान्तरहस्ताः ३। लब्धं दीपकौच्यं हस्ताः $\frac{११}{४}$

$$\text{सूत्र—दीपशिखौच्च्य} = \frac{\text{दीपशंकुतलान्तर} \times \text{शंकु}}{\text{छाया}} + \text{शंकु ।}$$

दीपशंकुतलान्तर = ३ हाथ।

शंकु = १२ अंगुल ($\frac{१}{२}$ हाथ)।

छाया = १६ अंगुल ($\frac{२}{३}$ हाथ)।

२४ अंगुल = १ हाथ

$$\text{१६ अंगुल} = \frac{१६}{२४} = \frac{२}{३} \text{ हाथ}$$

उपर्युक्त सूत्र में उत्थापन देने पर

$$\text{दीपशिखौच्च्य} = \frac{३ \times \frac{१}{२}}{\frac{२}{३}} + \frac{१}{२}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$=\frac{\frac{३}{२}}{\frac{२}{३}}+\frac{१}{२}=\frac{३}{२}\times\frac{३}{२}+\frac{१}{२}$$

$$=\frac{९}{४}+\frac{१}{२}=\frac{९+२}{४}=\frac{११}{४}\text{ हाथ}$$

दीपशिखौच्च्यमान $=\frac{११}{४}$ हाथ

प्रदीपशङ्क्वन्तरभूमानानयनाय करणसूत्रम्

विशंकुदीपोच्छ्रयसंगुणा भा शङ्कूद्धृता दीपनरान्तरं[1] स्यात् ।

अन्वयः—भा विशङ्कुदीपोच्छ्रय संगुणा, शङ्कूद्धृता दीपनरान्तरं स्यात् ।

नर (शंकु) को दीप की ऊँचाई में घटाकर छाया से गुणने पर गुणनफल में शंकु का भाग देने पर दीपनरान्तर मान होता है ।

सूत्र—दीपनरान्तरभूमिमान $=\frac{\text{छाया (दीपशिखौच्च्य – शंकु)}}{\text{शंकु}}$

उपपत्तिः—द्रष्टव्यं पूर्वोक्तं क्षेत्रम्—

△ अ व य △ य र द त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः—

$$\frac{\text{छाया}\times(\text{ दीपौच्यम् – शंकुः })}{\text{शंकुः}}=\frac{\text{र द}\times(\text{अ स – य र})}{\text{य र}}$$

$$=\frac{\text{र द (अ व – व स)}}{\text{य र}}=\text{व य}=\text{स र}=\text{प्रदीपशंक्वन्तरभूमिः ।}$$

उपपन्नम् ।

"उदाहरणम्"

न्यासः—दीपोच्छ्राय $\frac{११}{४}$ । शङ्क्वङ्गुलानि १२ । छाया १६ लब्धा शंकुप्रदीपान्तर हस्ताः ३ ।

उपर्युक्त उदाहरण से ही—

सूत्र—दीपशंकुतलान्तर $=\frac{\text{छाया (दीपशिखौच्च्य – शंकु)}}{\text{शंकु}}$

दीपौच्च्यमान $=\frac{११}{४}$ हाथ

१. तलान्तरम् इति पाठान्तरम् ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

छाया $=\frac{२}{३}$ हाथ (१६ अंगुल)

शंकु $=\frac{१}{२}$ हाथ (१२ अंगुल)

उत्थापन्न देने से

$$\text{दीपशंकुतलान्तर}=\frac{\frac{२}{३}\left(\frac{११}{४}-\frac{१}{२}\right)}{\frac{५}{२}}$$

$$\frac{११}{४}-\frac{१}{२}$$

$$\frac{११-२}{४}=\frac{९}{४}$$

$$\therefore \text{दीपशंकुतलान्तर}=\frac{\frac{२}{३}\times\frac{९}{४}}{\frac{१}{२}}=\frac{\frac{३}{२}}{\frac{१}{२}}$$

$$=\frac{३}{२}\times\frac{२}{१}=३ \text{ हाथ दीपनरान्तरभूमिमान ।}$$

छायाप्रदीपान्तरदीपौच्च्यानयनाय करणसूत्रम्—

छायाग्रयोरन्तरसंगुणाभा छायाप्रमाणान्तरहृद्भवेद्भूः ॥ ३ ॥
भूशंकुघातः प्रभया विभक्तः प्रजायते दीपशिखौच्च्यमेवम् ।
त्रैराशिकेनैव यदेतदुक्तं व्याप्तं स्वभेदैर्हरिणेव विश्वम् ॥ ४ ॥

अन्वयः—छायाग्रणोः अन्तर संगुणा भा छायाप्रमाणान्तरहृद् भू भवेत् एवं भू शंकुघातः प्रभयाविभक्तः दीपशिखौच्यं प्रजायते । एतत् यत् उक्तं तत् हरिणा स्वभेदैः विश्वं इव त्रैराशिकेनैव व्याप्तम् ॥३-४॥

छायाग्रान्तर भूमिमान से छाया को गुणकर गुणनफल में दोनों छायाओं के अन्तर से भाग देने पर भूमिमान होता है । भूमि और शंकु के गुणनफल में छाया का भाग देने पर दीप शिखा की ऊँचाई होती है । जैसे भगवान विष्णु के भेद से यह सारा संसार व्याप्त है वैसे ही सारा गणित त्रैराशिक के भेद से व्याप्त है ॥३-४॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपपत्तिः—अत्र दीपोच्छ्रायः=अ व, शंकुः=य र=च छ प्रथमछाया=र ल; द्वितीयछाया=छ स। छायाग्रयोरन्तरम्=ल स, च विन्दुतः य ल समानान्तरा च ज रेखा कृता।

△ य र ल △ च छ ज त्रिभुजयोः सर्वाङ्गसमत्वात्

प्रथमछाया = र ल = छ ज।

द्वितीयछाया—प्रथमछाया = छ स − छ ज = ज स

$\frac{\text{ज स}}{\text{ज ल}} = \frac{\text{स च}}{\text{च अ}}$ अनयोर्निष्पत्तिः समा यतो हि च ज ॥ अ ल (समानान्तरत्वात्)

एवमेव अ व ॥ च छ अतः $\frac{\text{च स}}{\text{अ च}} = \frac{\text{छ स}}{\text{छ व}}$

अतः $\frac{\text{ज स}}{\text{ज ल}} = \frac{\text{छ स}}{\text{छ व}}$ तथा च $\frac{\text{ज ल}}{\text{ज स}} = \frac{\text{छ व}}{\text{छ स}}$

समे समयुक्ते समत्वैव इत्यादिना उभयत्रैकयोजनेन जातम्—

$$\frac{1}{1} + \frac{\text{ज ल}}{\text{ज स}} = \frac{1}{1} + \frac{\text{छ व}}{\text{छ स}}$$

$$= \frac{\text{ज स}}{\text{ज स}} + \frac{\text{ज ल}}{\text{ज स}} = \frac{\text{छ स}}{\text{छ स}} + \frac{\text{छ व}}{\text{छ स}}$$

$$= \frac{\text{ज स} + \text{ज ल}}{\text{ज स}} = \frac{\text{छ स} + \text{छ व}}{\text{छ स}}$$

$$= \frac{\text{ल स}}{\text{ज स}} = \frac{\text{व स}}{\text{छ स}}$$

अतः $\text{व स} = \frac{\text{ल स} \times \text{छ स}}{\text{ज स}}$

$$= \frac{\text{छायाग्रयोरन्तरम्} \times \text{द्वितीयच्छाया}}{\text{द्वितीयच्छाया} - \text{प्रथमछाया}} = \text{द्वितीयभूमिः ।}$$

एवमेव—

$$\text{व ल} = \frac{\text{छायाग्रयोरन्तरम्} \times \text{प्रथमच्छाया}}{\text{द्वितीयच्छाया} - \text{प्रथमच्छाया}} = \text{प्रथमभूमिः ।}$$

△ अ व स △ च छ स त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः—

$$\text{अ व} = \frac{\text{च छ} \times \text{व स}}{\text{छ स}} = \frac{\text{शंकुः} \times \text{भूमिः}}{\text{द्वितीयच्छाया}} = \text{दीपशिखौच्यम्}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

एवमेव दीपौच्यम् $=$ अ व $= \frac{\text{य र} \times \text{व ल}}{\text{र ल}}$

$= \frac{\text{शंकुः} \times \text{प्रथमभूमिः}}{\text{प्रथमछाया}}$

इतिसिद्धम् ।

"उदाहरणम्"

शङ्कोर्भांऽर्कमिताङ्गुलस्य सुमते ! दृष्टा किलाष्टांगुला छायाग्राभिमुखे करद्वयमिते न्यस्तस्य देशे पुनः । तस्यैवार्कमिताङ्गुला यदि तदा छायाप्रदीपान्तरं दीपौच्च्यं च कियद्वद व्यवहृति छायाभिधां वेत्सि चेत् ॥ ४ ॥

हे सुमते ! द्वादशङ्गुल (१२) शंकु की छाया ८ अंगुल हुई और उसी छाया का छायाग्र की ओर २ हाथ आगे बढ़ाया तो छाया का मान १२ अंगुल हुआ यदि आप छाया व्यवहार को जानते हो तो छायाग्र से दीपतल की भूमि का मान व दीपशिखा की ऊँचाई बतलाओ ॥४॥

न्यासः—अत्रछायाग्रयोरन्तरमङ्गुलात्मकम् ५२ छाये च ८।१२ । अनयोराद्या ८ इयमनेन ५२ गुणिता ४१६ । छायाप्रमाणान्तरेण ४ भक्ता लब्धं भूमानम् १०४ । इदं प्रथमछाया प्रदीपतलयोरन्तरमित्यर्थः । एवं द्वितीयछायाग्रान्तरभूमानम् भू $= \frac{१२}{३}$ । छा $\frac{१}{३}$ । भू $\frac{१२}{२}$ । छा $\frac{१}{२}$ १५६ । भूशंकुघातः प्रभयाविभक्त इति जातमुभयतोऽपि दीपौच्यं सममेव हस्ता ६$\frac{१}{२}$ ।

सूत्र—

$\frac{\text{प्रथमछाया} \times \text{छायाग्रान्तर}}{\text{छायान्तर}} = \text{प्रथमभूमिः}$

$\frac{\text{द्वि०छा०} \times \text{छायाग्रान्तर}}{\text{छायान्तर}} = \text{द्वितीय भूमिः}$

$\frac{\text{शं०} \times \text{प्रथमभूमि}}{\text{प्रथमछाया}} = \text{दीपौच्च्यमान}$

$\frac{\text{शं०} \times \text{द्वितीयभूमिः}}{\text{द्वितीयछाया}} = \text{दीपौच्च्यमान}$ ।

प्रथम छाया $=$ ८ अंगुल

द्वितीय छाया $=$ १२ अंगुल । छायान्तर $=$ ४ अंगुल

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शंकु=१२ अंगुल

छायाग्रान्तर=रग

रछ=२ हाथ

१ हाथ=२४ अंगुल

२ हाथ=२४×२=४८ अंगुल

रछ=४८ अंगुल

रछ=छायाग्रान्तर

४८ − प्रथमछाया+द्वि०छाया=छायाग्रान्तर

४८ − ८+१२=५२

∵ छायाग्रान्तर=५२ अंगुल

$$\text{प्रथमभूमिः}=\frac{\text{प्रथमछाया}\times\text{छायाग्रान्तर}}{\text{छायान्तर}}$$ ।

उत्थापन देने से

$$\text{प्रथमभूमिः}=\frac{८+५२}{\text{छायान्तर}}$$

(∵ छायान्तर=४)

$$=\frac{८\times५२}{४}=१०४\ \text{प्रथमभूमिः}$$ ।

$$\text{द्वितीयभूमिः}=\frac{\text{द्वितीयछाया}\times\text{छायाग्रान्तर}}{\text{छायान्तर}}$$

उत्थापन देने से—

$$=\frac{१२\times५२}{४}=१५६\ \text{द्वितीयभूमिः}$$ ।

$$\text{दीपौच्च्यमान}=\frac{\text{शं}\times\text{प्रथमभूमि}}{\text{प्रथमछाया}}$$ ।

उत्थापन देने से—

$$\text{दीपौच्च्यमान}=\frac{१२\times\overset{१३}{१०४}}{८}=१५६\ \text{अंगुल}$$

∵ २४ अंगुल=१ हाथ

$$∵\ १५६\ \text{अंगुल}=\frac{१५६}{२४}=६\frac{१२}{२४}=६\frac{१}{२}$$

$$६\frac{१}{२}\ \text{हाथ दीपौच्च्यमान}$$

$$\text{दीपौच्च्यमान}=\frac{\text{शं}\times\text{द्वितीयभूमिः}}{\text{द्वितीयछाया}}$$ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उत्थापन देने से—

$$\text{दीपोच्च्यमान} = \frac{१२ \times १५६}{१२} = १५६ \text{ अंगुल ।}$$

$$\because २४ \text{ अंगुल} = १ \text{ हाथ}$$

$$\therefore १५६ \text{ अंगुल} = \frac{१५६}{२४} = ६\frac{१२}{२४}$$

$$= ६\frac{१}{२} \text{ हाथ दीपोच्च्यमान ।}$$

अत्र छाया व्यवहारे त्रैराशिक कल्पनया भूमानाद्यानयनम्। तद्यथा—यदि छायावयवेनांगुलचतुष्टयेन द्विपञ्चाशन्मितं छायाग्रयोरन्तरं भूमानं लभ्यते तर्हि छायया सर्वथा किं यद् भूमानं लभ्यत इति छायाग्र प्रदीपतलान्तरावाप्तिः। द्वितीय त्रैराशिके तु यदि छाया भुजे शंकुः कोटिः तदा भूतुल्ये भुजे किमिति। लब्धं दोपोच्चम् उभयथापि तुल्यम्। एवं पञ्चराशिकादिकमखिलं द्वित्र्यादि त्रैराशिक कल्पनयैव सिद्धम्। यथा भक्तजन क्लेश हारिणा निखिलं जगत् जनपितृ वीजेनाखिलभुवनगिरिसरिदसुरसुर नगरादिभिः स्वभेदैरिदं जगद् व्याप्तम्, एवं गणित जातं त्रैराशिकेनैव व्याप्तम्।

यद्येवं तद् बहुभिः किमित्याशङ्क्याह—

यत्किञ्चिद् गुणभागहारविधिना बीजेऽत्र वा गण्यते
तत् त्रैराशिकमेव निर्मलधियामेवावगम्यं विदाम् ।
एतद्यद् बहुधाऽस्मदादिजडधीधीवृद्धिबुद्ध्या बुधै-
स्तद्भेदान् सुगमान् विधाय रचितं प्राज्ञैः प्रकीर्णादिकम् ॥५॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचितायां लीलावत्यां छायाधिकारः समाप्तः।

जो कुछ भी बीजगणित व इस पाटीगणित में गुणन और भागहार की विधि से कहा गया है उसको स्वच्छ निर्मल बुद्धि वालों के लिए त्रैराशिक ही समझना चाहिए। उसी त्रैराशिक को पूर्वाचार्यों ने सरल बनाकर हम मन्द बुद्धिवालों के लिए प्रकीर्ण आदि गणितों की रचना की है।

श्री भास्कराचार्य विरचित लीलावती के छायाधिकार का हिन्दी भाषानुवाद समाप्त।

"अथ कुट्टकव्यवहारः"

कुट्टके करणसूत्रम्—

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम् ।
येन च्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन क्षेपश्चैतद् दुष्टमुद्दिष्टमेव ॥१॥
परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः ।
तेनापवर्त्तेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ स्तः ॥२॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्ततः शून्यमुपान्तिमेन ॥३॥
स्वोर्ध्वेहतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम् ।
ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥४॥
एवं तदैवात्र यदा समास्ताः स्युर्लब्धयश्चेद्विषमास्तदानीम् ।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥५॥

अन्वयः—कुट्टकार्थं सम्भवे केनापि आदौ भाज्यः हारः क्षेपकश्च अपवर्त्यः। येन भाज्यहारौ छिन्नौ तेन क्षेपश्च न छिन्नः एतत् उद्दिष्टं दुष्टमेव। परस्परं भाजितयोः ययो संख्ययोः यः शेषः सः तयोः आपवर्तनेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ स्तः। मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ यावद् विभाज्ये रूपं भवति। फलानि अधोऽधः तदधः क्षेपः ततः शून्यं निवेश्यः। उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते अन्त्येन युते तत् अन्त्यं त्यजेत् इति मुहुः राशियुग्मं स्यात्। ऊर्ध्वः दृढेन विभाज्येन तष्टः फलं स्यात्। अधरः हरेण तष्टः गुणः स्यात् एव तदेव यथा अन्तिम लब्धयः समाः स्युः। ताः चेत् विषमाः तदानीं लब्धिगुणौ यदा गतौ स्वतक्षणात् विशोध्यौ शेषमितौ स्तः ॥ १–५ ॥

कुट्टक गणित के लिए यदि सम्भव हो तो किसी अङ्क से भाज्य, हार, क्षेप में अपवर्तन देना चाहिए। जिस संख्या का अपवर्तन भाज्य, हार में लगे और क्षेप में न लगे तो प्रश्न अशुद्ध समझना चाहिए।

दो संख्याओं का परस्पर भाग देने पर अन्तिम शेष ही दोनों संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक होता है। महत्तम समापवर्तक से भाज्य, हार, क्षेप में भाग देने पर दृढ़ संज्ञक भाज्य, हार, क्षेप होते है। अर्थात् पुनः इनमें किसी भी संख्या का भाग पूरी-पूरी बार नहीं जा सकता है इसीलिए इसको दृढ़ संज्ञक कहा गया है।

दृढ़ भाज्य, हार का परस्पर तबतक भाग देना चाहिए जबतक भाज्य में १ अङ्क बचे। तदुपरान्त लब्धियों को एक के नीचे एक लिखकर जब लब्धियाँ पूरी हो जाय तब क्षेप लिखें और अन्तिम में शून्य।

उपान्तिम अङ्क से उपान्तिम अङ्क के ऊपर वाले अङ्क को गुणा करें और अन्तिम अङ्क जोड़ देवें तथा अन्तिम अङ्क को त्याग दें। उपान्तिम अङ्क को अन्तिमाङ्क मानकर उक्त क्रिया को करें इसी प्रकार आगे भी करते रहे जबतक पंक्ति में दो संख्यायें न बचे। ऊर्ध्वाङ्क में दृढ़ भाज्य का भाग देने पर शेष लब्धि होती है और अधराङ्क में हर का भाग देने पर शेष गुणक (प्रश्न का उत्तर) होता है यदि

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

लब्धियों की संख्या सम हो तो यही वास्तविक (अभीष्ट) गुणक होता है। लब्धियों की संख्या विषम होने पर लब्धि, गुणक दोनों को क्रमशः अपने-अपने तक्षण (अर्थात् भाज्य और हार) घटाने से लब्धि, गुणक का मान समझना चाहिए।

उपपत्तिः—हार भाज्य–गुणक-क्षेपात्मके कुट्टकविधौ

कल्प्यते भाज्यक × गु. ± क्षेपः = हरः × लब्धिः

'न' अनेन पक्षयोरपवर्तनेन जातम्—

$$\frac{\text{भाज्यः} \times \text{गुणकः} \pm \text{क्षेपः}}{\text{न}} = \frac{\text{हारः} \times \text{लब्धिः}}{\text{न}}$$

$$\text{एवमेव} \quad \frac{\text{भा.} \times \text{गु.}}{\text{न}} \pm \frac{\text{क्षेपः}}{\text{न}} = \frac{\text{हारः लब्धिः}}{\text{न}}$$

अत्र न अनेनापवर्तनेन द्वितीय पक्षस्य निरवयवत्वं सिध्यति।

अतस्तत्तुल्येन प्रथमपक्षेणापि निरवयवत्वम्। किञ्च भाज्यस्य अपवर्तनेन प्रथम खण्डस्य निरवयत्वं क्षेपस्य चापवर्तनेन द्वितीय खण्डस्य सावयवत्वं ततस्तयोर्योगात्मकस्य प्रथमपक्षस्य च सावयवत्वात् सावयवनिरवयव पक्षयोः तुल्यत्वादापत्तेः येनच्छिन्नौ इत्यादिकं युज्यते।

अत्र यदि च, छ राशिद्वयं कल्प्यते। तत्र यदि 'च' इति महान् 'छ' इति लघुस्तदा —

$$\frac{\text{च}}{\text{छ}} = \text{लब्धिः} = \text{ल शेषः} = \text{श}$$

$$\text{एवमेव} \quad \frac{\text{छ}}{\text{श}'} = \text{लब्धिः} = \text{ल}' \text{ शेषः} = \text{श}'$$

$$\frac{\text{श}}{\text{श}'} = \text{लब्धिः ल}', \text{ शेषः} = 0$$

अतः श' इति च, छ संख्ययोरपवर्तकः।

भाज्योहारेत्यादिसूत्रमुपान्निम्।

अनन्तरं कुट्टकोदाहरणानुसारमेव

यावत्तावत्कल्पनया प्रदर्श्यंते—

$$\text{का} = \frac{१०० \text{ या} + \text{क्षे}}{६३} \qquad \text{अत्र या} = \text{गुणकः}, \quad \text{का} = \text{लब्धिः}$$

$$\text{तदा का} = \frac{१०० \text{ या} + \text{क्षे}}{६३} = \text{या} + \frac{३७ \text{ या} + \text{क्षे}}{६३}$$

$$= \text{या} + \text{नी.}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि नी. $= \frac{\text{३७ या + क्षे}}{\text{६३}}$ तथा

तदा या $= \frac{\text{६३ नी − क्षे}}{\text{३७}} =$ नी + पी

यदि पी $= \frac{\text{११ पी + क्षे}}{\text{२६}}$ तदा पी $= \frac{\text{२६ लो − क्षे}}{\text{११}}$

$=$ २ लो + ह.

यदि ह. $= \frac{\text{४ लो − क्षे}}{\text{११}}$ तदा लो $= \frac{\text{११ ह + क्षे}}{\text{४}} =$ २ह. + श्वे.

यदि श्वेतक $= \frac{\text{३ ह + क्षे}}{\text{४}}$ तदा ह. $= \frac{\text{४ श्वे − क्षे}}{\text{३}} =$ श्वे + चि.

यदि चि. $= \frac{\text{श्वे − क्षे}}{\text{३}}$ तदा श्वे. $= \frac{\text{३ चि + क्षे}}{\text{१}} =$ क्षे.

तदा चि. = ०

यावत्तावत्कालकादीनामेवं जाता बल्लिः । तोऽन्त्यादि । उत्थापनेन स्वोर्ध्वेहते द्वयादिः उपपन्नम्—

अत्र हा × लब्धि = भा × गु + क्षे. ....(१)

तथा च इ. हा. भा = इ × भा × हा ....(२)

(१) − (२) = हा (ल − इ × भा) = हा. × ल.

= भा (गु. इ × हा) + क्षे.

= भा. × गु + क्षे

अत्र यदि ल — इ. भा = ल', गु — इ हा = गु'

अनेन गुणलब्ध्यो समं ग्राह्यमित्युपपन्नम् ।

यदि समीकरणात् (२) − (१) प्रथमः शोध्यते तदा इष्टस्थाने रूपस्योत्थापनं दीयते । तथा ''यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ इत्यादिस्तथा च योगजे तक्षणाच्छुद्धे इत्युपपन्नम् ।

समीकरणयोर्योगेन (१) × (२)

''इष्टाहतस्वस्वहेरणयुक्तेत्यादिः सिध्यति ।

हा × ल. + इ × हा. × भा = भा × गु. + क्षे + इ × भा. हा

= हा (ल + इ × भा) = भा (गु + इ. हा) + क्षे

अतः ल + इ. भा $= \frac{\text{भा (गु + इ. हा) + क्षे}}{\text{हा.}}$ ....(१)

हा × ल = भा. गु ± क्षे.

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अत्र क्षे=इ×हा+शे. तदा हा×ल=भा. गु ± (शे+इ. हा.)

$$\therefore \text{ल} = \frac{\text{भा} \times \text{गु} \pm \text{शे}}{\text{हा}} \pm \text{इ}$$. अत्र शेषस्य क्षेप सम्बन्धि धनर्णत्वम्

यदि $\frac{\text{भा.} \times \text{गु} \pm \text{शे}}{\text{हा}} = \text{ल}'$

तदा ल=ल' ± इ

अतः हरतष्टे धनक्षेपे इत्यादि सिद्धम् ।

"उदाहरणम्"

एकविंशतियुतं शतद्वयं यद्गुणं गणक पञ्चषष्टियुक् ।
पञ्चवर्जितशतद्वयोद्धृतं शुद्धिमेति गुणकं वदाशु तम् ॥१॥

हे गणक ! २२१ को किस गुणक से गुणे कि गुणनफल में ६५ जोड़कर १९५ का भाग देने से निश्शेष हो जाय उस गुणक को शीघ्र बताओ ।।1।।

न्यासः—भाज्यः २२१ । हारः १९५ । क्षेप, ६५ । अत्र परस्परं भाजितयोर्भाज्यः २२१ शेषं १३ । अनेन भाज्यहारः क्षेपाः अपवर्तिता जातो भाज्यः १७ हारः १५ क्षेप, ५ अनयोर्दृढहारभाज्ययोः परस्परं भक्तयोर्लब्धान्यधोऽधस्तदधः क्षेपस्तदधः शून्यं निवेश्यमिति जाता वल्ली $\begin{smallmatrix}1\\7\\5\\0\end{smallmatrix}$ उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इत्यादि करणेन जातम् राशिद्वयम् $\begin{smallmatrix}40\\35\end{smallmatrix}$ एतौ दृढ भाज्यहाराभ्यां तष्टौ जातौ लब्धिगुणौ ६।५ इष्टघ्नस्वस्वहरेण युक्ते इति वक्ष्यमाणविधिधिनैताविष्टगुणितस्वतक्षण युक्तौ वा लब्धि गुणौ २३।२० द्विकेनेष्टेन वा ४०।३५ । इत्यादि ।

उदाहरण—∵ भाज्य=२२१,

∵ भाजक=१९५,

∵ क्षेप =६५,

उपर्युक्त तीनों का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने पर

```
१९५)२२१(१
    १९५
    ---------
     २६)१९५(७
        १८२
        ---------
         १३)२६(२
            २६
            --
            ×
```

उपर्युक्त संख्याओं का महत्तम समापवर्तक १३ हुआ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

∵ १३ से अपवर्तन देने पर—

$$\frac{\text{भाज्य } १७ + \text{क्षे० } ५}{\text{हार } १५}$$

अतः "मिथो भजेत्तौ" इत्यादि सूत्रानुसारेण—

```
१५)१७(१     लब्धि
   १५
   २)१५(७
     १४
      १
```

वल्ली	
१	१×३५=३५+५=४० ऊर्ध्वाङ्क
७	७× ५=३५+०=३५ अधराङ्क
क्षेप ५	
०	

अतः "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि सूत्र से ऊर्ध्वाङ्क ४० में भाज्य १७ का भाग देने पर शेष=६=लब्धि, अधराङ्क ३५ में हर १५ का भाग देने पर शेष=५ गुणक लब्धियों की संख्या सम है इसलिए उत्तर ५ गुणकाङ्क।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रम्—

भवति कुट्टविधेर्युतिभाज्ययोः समपवर्त्तितयोरपि वा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः स च भवेदपवर्त्तनसंगुणः ॥६॥

अन्वय :—समपवर्तितयोः अपि युति भाज्ययोः कुट्टविधेः गुणः भवति। पुनः युति भाजकयोः यः गुणः स अपवर्तन संगुणः भवति ॥६

भाज्य और क्षेप में किसी संख्या से अपवर्त्तन देकर उक्त विधि से लब्धि एवं गुणक लाने चाहिए। यहाँ गुणक वास्तविक होता परन्तु लब्धि को अपवर्तनाङ्क से गुणाकर गुणनफल ही वास्तविक लब्धि होती है।

इसी प्रकार हार और क्षेप में भी किसी संख्या से अपवर्त्तन देकर लब्धि, गुणक उपर्युक्त विधि से ही लाने चाहिए। यहाँ लब्धि वास्तविक होती है परन्तु गुणक को अपवर्तनाङ्क से गुणाकर ही वास्तविक गुणक समझना चाहिए।६

उपपत्ति :—पूर्ववदेव कुट्टकोक्तरीत्या गु×भा+क्षे=हा×ल. पक्षावुभौ समेनापवर्तिते जातम्—

$$\frac{\text{गु}\times\text{भा}+\text{क्षे०}}{\text{स}}=\frac{\text{हा}\times\text{ल०}}{\text{स}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथवा $\text{गु} \times \frac{\text{भा}}{\text{स}} + \frac{\text{क्षे}}{\text{स}} = \text{हा} \times \frac{\text{ल}}{\text{स}}$

अथवा $\text{गु} \times \text{भा} \pm \text{क्षे} = \text{हा०} \times \text{ल०}$

अतः $\text{ल} = \frac{\text{गु} \times \text{भा} \pm \text{क्षे}}{\text{हा०}} = \frac{\text{ल}}{\text{स}}$

अत्र गु=वास्तवगुणः

$\frac{\text{ल}}{\text{स}}$=अवास्तवा लब्धिः

अपवर्तनाङ्केन गुणिते सति वास्तवा लब्धिरिति

अतः $\frac{\text{गु} \times \text{भा} \pm \text{क्षे}}{\text{स}} = \frac{\text{हा} \times \text{ल}}{\text{स}}$

अथवा $\frac{\text{गु}}{\text{स}} \times \text{भा} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{स}} = \frac{\text{हा}}{\text{स}} \times \text{ल०}$

अथवा $\frac{\text{गु}}{\text{स}} \times \text{भा} + \text{क्षे} = \text{हा} \times \text{ल}$

अतः $\text{ल} = \frac{\frac{\text{गु}}{\text{स}} \text{भा} + \text{क्षे}}{\text{हा}}$

अतः $\text{ल} = \frac{\text{स} \times \frac{\text{गु}}{\text{स}} \text{भा} + \text{क्षे}}{\text{हा}}$

अत्र लब्धि गुणौ वास्तविकौ इत्युपन्नम्

अथवा—

अत्र गुणः×भाज्यः+क्षेप इति एकः पक्षः

हारः×लब्धिः=द्वितीय पक्षः

उभयोः समत्वात् गुणः×भाज्यः+क्षेपः=हारः×लब्धिः

समेनेष्टेन पक्षयोर्गुणनेनापि समत्वमेव—

अतः इ० (गुणः×भाज्यः+क्षेपः)=(हारः×लब्धिः) इ०

= इ०×गुणः×भाज्यः+इ०×क्षेपः

=हारः×लब्धिः×इ०

हारेण भक्ते सति—

$\frac{\text{इ० गुण} \times \text{भाज्य} + \text{इ० क्षेपः}}{\text{इ० हारः}}$, इ०×लब्धिः=

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथवा—

$$\frac{\text{इ० गुण}\times\text{भाज्य}+\text{इ० क्षेपः}}{\text{इ० हारः}} = \text{लब्धिः}$$

अत उपपन्नं "स च भवेदेवपवर्तन संगुणः" इत्यादिः ।

"उदाहरणम्"

शतं हतं येन युतं नवत्या विवर्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या ।
निरग्रकं स्याद्वद मे गुणं तं स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि ॥

हे गणक ! १०० को किस गुणक से गुणा किया जाय कि गुणनफल में ९० जोड़े अथवा घटाये और उसमें ६३ का भाग दें तो निश्शेष हो जाय यदि तुम कुट्टक गणित में प्रवीण हो तो उस गुणक को शीघ्र मुझे बताओ ।२

न्यास :—भाज्यः १०० । हारः ६३ । क्षेपः ९०

जता वल्लिः १ जातौ पूर्ववल्लब्धि गुणौ ३०
१ १८
१
२
२
१
९०
०

अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्य भाज्यः १० हारः ६३ क्षेपः ९ परस्परं भजनाल्लब्धानि फलानि क्षेपं शून्यं चाधोऽधो विन्यस्य—

०
६
३
९
०

पूर्वलब्धो गुणः ४५ । अत्र लब्धिर्न ग्राह्या यतो लब्धयो विषमा वल्यां जाताः । अतो गुणः ४५ स्वतक्षणादस्मात् ६३, विशोधिते जातो गुणः स एव १८ । लब्धिः ७ स्वतक्षणात् १०, शोधिता ३ अपवर्तनेन १० गुणिता जाता स्फुटो लब्धिः ३० ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथवा भाजकक्षेपौ नवभिरपवर्तितौ। भाज्यः १०० । हारः ७ । क्षेपः १० ।

अथ लब्धिक्षेपशून्यानां

वल्लि :— १४ लब्धो गुणः २ । क्षेपहारापवर्तन (९) गुणितो जातः स एव
३ गुणः १८ । अनयोः स्वस्वतक्षणमिष्टगुणं क्षेपः । इति
१० जाते
० गुणलब्धी— ८।१।३०
१४।२३०

इत्यादिः ।

उदाहरण

$$\frac{\text{भाज्य } १०० + \text{क्षेप } ९०}{\text{हार } ५३}$$

यहाँ पर भाज्य १०० और भाजक ६३ दृढ़संज्ञक है। उक्त विधि से बल्ली निकालने पर—

```
६३)१००(१
   ६३
  ३७)६३(१
     ३७
    २६)३७(१
       २६
      ११)२६(२
         २२
         ४)११(२
            ८
           ३)४(१
             ३
             १
```

बल्ली	
१	१५३०×१=१५३०+९००=२४३०
१	९००×१=९००+६३०=१५३०
१	६३०×१=६३०+२७०=९००
२	२७०×२=५४०+९०=६३०
२	९०×२=१८०+९०=२७०
१	९०×१=९०+०=९०
क्षेप ९०	
०	"उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे॰ इत्यादि सूत्र के अनुसार

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

ऊर्ध्वाङ्क २४३० में १०० से तथा अधराङ्क १५३० में ६३ से भाग देने पर क्रमशः लब्धि गुणक होते है ।

```
१००)२४३०(२४
    २४००
    शेष ३०

६३)१५३०(२४
   १२६
    २७०
    २५२
  शेष १८ गुणक
```

उत्तर=१८ गुणक, ३०=लब्धि

"अथवा"

अतः "भवति कुट्टविधेर्युति०" इस सूत्र के अनुसार

भाज्य १००+क्षेप ९० / हार ६३

भाज्य और क्षेप में १० का अपवर्तन देकर—

भाज्य १०+क्षेप ९ / हार ६३

"मिथः भजेत्तौ०" इत्यादि सूत्र के अनुसार—

```
६०)१०(०
    ०
 १०)६३(६
    ६०
   ३)१०(३
      ९
      ३
```

अतः "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते० सूत्रानुसार—

बल्ली	
०	१८१×०=०+२७=२७ ऊर्ध्वांक
६	२७×६=१६२+९=१७१ अधराङ्क
३	९×३=२७+०=२७
क्षेप ९×	
०×	

ऊर्ध्वाङ्क में दृढ़ भाज्य का और अधराङ्क में हार का भाग देने पर—

```
१०)२७(२
   २०
 शेष ७ लब्धि

६३)१७१(२
   १२६
   ४५ शेष गुणक
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

"भवति कुट्टविधेर्युति भाज्ययो:" इत्यादि सूत्र से—लब्धि ७ को अपवर्तनाङ्क १० से गुणने पर—

लब्धि = ७ × १० = ७०

बल्ली विषम होने के कारण—

१०० − ७० = ३० लब्धि

६३ − ४५ = १८ गुणक

उत्तर = १८ गुणक लब्धि = ३० ।

"अथवा"

$$\frac{\text{भाज्य १००+क्षेप ९०}}{\text{हार ६३}}$$

क्षेप और हार में ९ का अपवर्तन देने पर—

"भवति कुट्टविधेर्युति०" सूत्र के अनुसार—

$$\frac{\text{भाज्य १००+१० क्षेप}}{\text{हार ७}}$$

उक्त विधि से बल्ली निकालने पर—

```
७)१००(१४
   ७
   ३०
   २८
   २)७(३
      ६
      १
```

'अतः उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते' । सूत्रानुसार—

बल्ली	
१४	३० × १४ = ४२० + १० = ४३० ऊर्ध्वाङ्क
३	१० × ३ = ३० + ० = ३० अधराङ्क
क्षेप १०×	
०×	

ऊर्ध्वाङ्क में १०० भाज्य से तथा अधराङ्क में ७ हार से भाग देने पर—

```
१००)४३०(४              ७) ३० (४
    ४००                   २८
    ३० शेष लब्धि           २ शेष गुणक
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यहाँ गुणक को अपवर्तनाङ्क से गुणा करने पर—

२×९=१८ गुणक उत्तर

"अथवा"

$$\frac{\text{भाज्य } १०० + \text{क्षेप } ९०}{\text{हार } ६३}$$ ।

भाज्य और क्षेप में १० का अपवर्तन देने पर—

$$\frac{\text{भाज्य } १० + \text{क्षेप } ९}{६३}$$

क्षेप और हार में ९ का अपवर्तन देने पर—

$$\frac{\text{भाज्य } १० + \text{क्षेप } १}{\text{हर } ७}$$

उक्त विधि से वल्ली निकालने पर—

```
७)१०(१
  ७
  ---
   ३)७(२
     ६
    ---
     १
```

अतः उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते० । सूत्रानुसार—

वल्ली	
१	२×१=२+१=३ ऊर्ध्वाङ्क
२	१×२=२+०=२ अधराङ्क
क्षेप १×	
०×	

ऊर्ध्वाङ्क को भाज्य से और अधराङ्क को हार से तष्टित करने पर—

```
१०) ३ (०              ७) २ (०
    ०                    ०
   ---                  ---
    ३ शेष लब्धि           २ शेष गुणक
```

"भवति कुट्टकविधे०" इत्यादि सूत्रानुसारेण—

शेष लब्धि ३ को भाज्य और क्षेप के अपवर्तनाङ्क से गुणा करने पर—

३×१०=३० लब्धि ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

शेष गुणक २ को क्षेप और हार के अपवर्तनाङ्क से गुणा करने पर—

शेष गुणक २×९ = १८ गुणक उत्तर १८ गुणक

१ इष्टगान कर 'इष्टाहत' इत्यादि सूत्रानुसार—

१×१००+०३=१३० लब्धि

१×६३+१८=८१ गुणक

उत्तर ८१ गुणक

कुट्टकान्तरे करणसूत्रम् :—

क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे ।

अन्वय :—क्षेपजे ये गुणाप्ती ते तक्षणात् शुद्धे वियोगजे गुणाप्ती स्तः ।

धनात्मक क्षेप के लब्धि और गुणक अपने-अपने तक्षण (भाज्य और हार) में घटाने से ऋणक्षेपीय गुणक और लब्धि होते हैं ।

उपपत्ति :—

अत्र कल्प्यते—

$$\text{लब्धिः} = \frac{\text{भाज्यः} \times \text{गुणः} + \text{क्षेपः}}{\text{हारः}}$$

अतः भाज्यः×गुणः+क्षेपः=लब्धिः×हारः

(हारः×भाज्यः) अस्मात् पक्षायोः शोधनेन जातम्

(हारः×भाज्यः)−(भाज्यः×गुणः+क्षेपः)

=(हारः×भाज्यः)−(हारः×लब्धिः)

=हारः×भाज्यः−भाज्यः×गुणः−क्षेपः=हारः×भाज्यः−हारः×लब्धिः

=भाज्यः (हारः−गुणः)−क्षेपः=हारः (भाज्यः−लब्धिः)

अत्र (हारः−गुणः)=गुणकः । (भाज्यः−लब्धिः)=लब्धिः

अत्र धनक्षेपीय लब्धि गुणौ स्व स्व तक्षणाच्छुद्धौ ऋणक्षेपीयौ जातौ इत्युपपन्नम् ।

उदाहरण—१

न्यासः—

पूर्वोदाहरणे नवतिक्षेपे यौ लब्धिगुणौ जातौ ३०।१८ तौ स्वतक्षणाभ्यां १००।६३ शोधितौ लब्धिगुणौ नवतिशोधनेन ज्ञातव्यौ ७०।४५ अनयोरपि स्व स्व तक्षणंमिष्ट-गुणं क्षेपः इति । अथवा लब्धिगुणौ १७०।१०८ इति ।

पूर्वोक्त उदाहरण के अनुसार—धनात्मक ९० क्षेप के लब्धि और गुणक क्रमशः ३० और १८ है । इनको ऋणक्षेपीय बनाने के लिए अपने-अपने तक्षण (भाज्य और हार) में घटाने पर—

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भाज्य १०० हार ६३
−३० −१८
७० लब्धि ४५ गुणकं

इसी प्रकार सर्वत्र ऋणक्षेपीय के लिए उक्त विधि का प्रयोग किया करें।

उदाहरण—२

यद्गुणा गणक षष्टिरन्विता वर्जिता च दशभिः षडुत्तरैः।
स्याद् त्रयोदशहृता निरग्रका तं गुणं कथय मे पृथक्-पृथक् ॥३

हे गणक ! ६० को किस गुणक से गुणा किया जाय कि गुणनफल में १६ को जोड़ या घटाकर उसमें १३ का भाग दें तो निश्शेष हो जाय।३

न्यासः—भाज्यः ६०। हारः १३। क्षेपः १६

प्राग्वज्जाता वल्लिः ४
१
१
१
१
१६
०

प्राग्वज्जाते गुणाप्ती २।८ अत्र लब्धयो विषमाः। अत एते गुणाप्ती स्व स्वतक्षणाभ्यां १३।६० विशोधिते ११।५२ एवं षोडशक्षेपे जाते एत एव (लब्धि गुणौ ५२।११; स्वतक्षणाभ्यां १३।६०। विशोधिते ११।५२। एवं षोडशक्षेपे जाते अत एव लब्धि गुणौ ५२।११ स्व स्वहराभ्यां १३।६० शोधितौ जातौ षोडश विशुद्धौ २।८

उदाहरण— $\dfrac{\text{भाज्य } ६० + १६ \text{ क्षेप}}{\text{हार } १३}$

यहाँ भाज्य एवं हार दृढ़ संज्ञक हैं इसलिए उक्त विधि से बल्ली बनाने पर

```
१३)६०(४
   ५२
   ──
    ८)१३(१
       ८
      ──
      ५)८(१
        ५
       ──
       ३)५(१
         ३
        ──
        २)३(१
          २
         ──
          १
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

वल्ली		
४	८०×४=३२०+४८=३६८	ऊर्ध्वाङ्क
१	४८×१=४८+३२=८०	अधराङ्क
१	३२×१=३२+१६=४८×	
१	१६×१=१६+१६=३२×	
१	१६×१=१६+०=१६ ×	
क्षेप १६×		
०×		

उर्ध्वाङ्क को भाज्य ६० से और अधराङ्क को हार १३ से तष्टित करने पर—

६०)३६८(६   १३)८०(६
   ३६०   ७८
   ८ लब्धि   २ गुणक

वल्लियों के विषम होने के कारण ८ और २ को अपने-अपने तक्षण (भाज्य, हार) में घटाने पर—

भाज्य ६०–८=५२ लब्धि

हार १३ – २=११ गुणक

लब्धि और गुणक को ऋणक्षेपीय बनाने के लिए अपने-अपने तक्षण में घटाने पर—

भाज्य= ६०   हार= १३
लब्धि=–५२   गुणक=–११
८ लब्धि   २ गुणक

उत्तर=ऋणक्षेपीय लब्धि ८, गुणक २

कुट्टकान्तरे करण सूत्रं सार्धवृत्तम् :—

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् ॥७॥
हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ।
क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता ॥८॥

अन्वय :—तक्षणे धीमता गुणलब्धयोः फलं समं ग्राह्यम् । हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् साध्ये । क्षेपतक्षण लाभाढया लब्धिः वास्तवा लब्धिः भवति । शुद्धौ तु क्षेपतक्षणलाभेन वर्जिताः वास्तवा स्यात् । ७, ८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

दृढ़ भाज्य हार से ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में क्रमशः भाग देने पर भाग फल समान ही होना चाहिए। यदि हर से क्षेप अधिक हो तो हर का भाग क्षेप में देकर जो शेष हो उसे क्षेप मान कर उक्त विधि से लब्धि और गुणक लाने पर जो गुणक होगा वह वास्तविक गुणक होता है, परन्तु हर से क्षेप में भाग देने पर जो भागफल हो उसको लब्धि में जोड़ने से धनक्षेप और घटाने से ऋणक्षेप की वास्तविक लब्धि होती है।७, ८

उपपत्ति :—

अत्र भाज्यः×गुणः+क्षेपः = हरः × लब्धिः इति पक्षद्वयम् भाज्यः × हरः×इष्टम्; इति पक्षाभ्यां विशोधनेन जातम्—

(भाज्यः×गुणः)—(भाज्यः×हरः×इष्टम्) + क्षेपः
= (हरः×लब्धिः)–(भाज्यः×हरः×इष्टम्)

= भाज्यः (गुण–भाज्यः×इष्टम्) + क्षेपः = हरः (लब्धिः–भाज्यः×इष्टम्)

= भाज्यः × गुणः + क्षेपः = हरः+लब्धिः

अतः गुणलब्धी समं ग्राह्यमित्याद्युपपन्नम्

उदाहरणम्—

येन संगुणिताः पञ्च त्रयोविंशतिसंयुताः।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः ॥४॥

५ को किस संख्या से गुणा कर ४ गुणनफल में २३ जोड़ या घटा कर १३ से भाग देने से निश्शेष हो जाता है उस गुणक को बताओ।४

न्यास :— भाज्यः ५। हारः ३। क्षेपः २। अत्र लब्धा बल्ली १
१
२३
०

पूर्ववज्जातं राशिद्वयम् ४६।२३ एतौ भाज्यहाराभ्यां तष्टौ। अत्राधो राशौ २३ त्रिभिस्तष्टे सप्त लब्धाः। ऊर्ध्वराशौ ४६। पञ्चभिस्तक्ष्यमाणे नव लभ्यन्ते न ते ग्राह्या। "गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् इति।"

अतः सप्तैव ग्राह्या। एवं जाते गुणाप्ती २।११ क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे जाते १। – ६।

इष्टाहत स्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती इति द्विगुणितौ स्वहरौ क्षेप्यौ अतो जाते ७।४ एवं सर्वत्र।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथवा हरतष्टे धनक्षेपे इति। न्यासः—भाज्यः ५। हारः ३। क्षेपः २। पूर्ववज्जाते गुणाप्ती २, ४ एते स्व स्व हराभ्यां शोधिते शुद्धिजे जाते १, १, क्षेपतक्षण लाभाढ्या लब्धिः इति जाते क्षेपजे २।११ शुद्धौ तु वर्जिता इति शुद्धिजे, – ६। धन लब्ध्यार्थं द्विगुणस्वहरे स्वतक्षणे क्षिप्ते सति जाते ७।४ इति।

उदाहरण—

$$\frac{\text{भाज्य ५} + \text{क्षेप २३}}{\text{हार ३}}$$

उक्त विधि से वल्ली बनाना—

```
३ ) ५ ( १
    ३
   ———
   २)३(१
     २
    ——
     १
```

वल्ली	"उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते०" इत्यादि सूत्र से—
१	१×२३=२३+२३=४६ ऊर्ध्वाङ्क
१	१×२३=२३+०=२३ अधराङ्क
क्षेप २३ ×	
० ×	

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में अपने-अपने तक्षण से भाग देने पर—

अधराङ्क २३÷३=७ भागफल, २ शेष गुणक

ऊर्ध्वाङ्क ४६÷५=७ भागफल, शेष ११ लब्धि

सूत्रानुसार ऊर्ध्वाङ्क में ५ का भाग ९ बार ग्रहण न कर ७ बार ही ग्रहण किया क्योंकि अधराङ्क के तक्षण से भाग देने पर भागफल ७ ही है।

लब्धि और गुणक को अपने-अपने तक्षण ५ और ३ में घटाने से ऋणक्षेपीय लब्धि गुणक होते हैं।

५ तक्षण	३ तक्षण
–११ लब्धि	–२ गुणक
–६ लब्धि	१ गुणक

उत्तर २–६,

"अथवा"

$$\frac{\text{भाज्य ५} + \text{क्षेप २३}}{\text{हार ३}}$$

क्षेप २३ में हार ३ का भाग देने पर उक्त सूत्रानुसार—

२३÷३=७ भागफल, २ शेष

२ शेष=२ क्षेप

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

भाज्य ५+क्षेप २
हार ३

```
३) ५ (१
   ३
   ---
   २)३(१
     २
     --
     १
```

वल्ली	
१	२×१=२+२=४ ऊर्ध्वाङ्क
१	२×१=२+०=२ अधराङ्क
क्षेप २×	
०×	

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में अपने-अपने तक्षणों से भाग देने पर—

ऊर्ध्वाङ्क	अधराङ्क
५) ४ (०	३) २ (०
०	०
४ लब्धि	२ गुणक

ऋणक्षेपीय बनाने पर—

५—४=१ लब्धि
३—२=१ गुणक } ऋणक्षेपीय

सूत्रानुसार धनक्षेपीय लब्धि ४ में क्षेपतक्षण फल ७ जोड़ने पर—

४+७=११ वास्तविक लब्धि।

सूत्रानुसार ही ऋणक्षेपीय लब्धि १ में क्षेपतक्षण फल ७ घटाने पर—

१—७= – ६ वास्तविक लब्धि उत्तर।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम् :—

क्षेपाभावोऽथवा क्षेपः शुद्धेद्धरोद्‌धृतः।
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम् ॥९॥

अन्वय।—यत्र क्षेपाभावः अथवा हरोद्धृतः क्षेपः शुद्धयेत् तत्र शून्यं गुणः ज्ञेयः एवं हार-हृतः फलं भवति ॥ ९ ॥

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

जहाँ क्षेपाभाव (अर्थात् क्षेप न हो) हो या हार से क्षेप निःशेष होता हो तो वहाँ गुणक ० (शून्य) होता है। और हार से क्षेप में भाग देकर जो भागफल होता है वह लब्धि होती है।९

उपपत्ति :—अत्रालापविधिना $\frac{\text{भाज्यः} \times \text{गुणः} + 0}{\text{हरः}}$ = लब्धिः। अत्र कुट्टके भाज्यहारयोर्मिथो दृढत्वात् गुणेन हरसजातीयेन भवितव्यमन्यथा सावयव निरवयव पक्षयोस्तुल्यत्वापत्तेः। अतः पूर्वं शून्यसमं गुणं लब्धि च मत्वा तत इष्टाहत स्वस्व-हरेण युक्ते इत्यादि वक्ष्यमाणयुक्त्या हरसजातीयो गुणो भाज्यः सजातीया लब्धिश्च गणितमन्तरेणैव ज्ञातुं योग्ये। एवं यदा सत्यपि क्षेपे हरेण क्षेपो निश्शेषो भवेत् तदापि तथैव हरसजातीयो गुणो भवितुमर्हति। ततोऽत्रापि पूर्वं शून्यसमे गुणे कल्पिते हरभक्तक्षेपतुल्या लब्धि प्रस्फुटैव। ततस्तथैव हरसजातीयं गुणमानं तदीया लब्धिश्चेति ज्ञातुं योग्ये। अत उपपन्नं सर्वम्

उदाहरणम्

येन पञ्चगुणिताः खसंयुताः पञ्चषष्टिसहिताश्च तेऽथवा।
स्युस्त्रयोदशहृता निरग्रकास्तं गुणं गणककीर्तयाशु मे ॥५॥

हे गणक ! ५ को कितने से गुणा करें कि गुणनफल में ० (शून्य) अथवा ६५ जोड़ कर १३ का भाग देने से निःशेष हो जाय। वह गुणक मुझे बताओ।५

न्यासः—भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः ०

ज्ञेयं शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम्। इति क्षेपाभावे गुणाप्ती ०। ०। इष्टाहतेति। अथवा १३। ५ वा २६। १०।

न्यासः—भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः ६५।

क्षेपः शुद्धेद्धरोद्धृतः (० गुणः)। ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम्। इति जाते गुणाप्ती ०। ५। अथवा १३। १० इति।

उदाहरण—

प्रथम प्रश्न—

$\frac{\text{भाज्य } ५ + \text{क्षेप} ०}{\text{हार } १३}$ सूत्रानुसार—

यहाँ क्षेपाभाव (क्षेप=०) होने के कारण—

∴ गुंणक=०।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

हार का भाग देने से—

१३) ० (० लब्धि
 ०
 ×

∴ लब्धि = ० ।

अर्थात् क्षेपाभाव (क्षेप=०) में—

लब्धि=०

गुणक=०

क्रमशः १, २, ३ इत्यादि इष्ट मानकर "इष्टाहतस्वस्वहरेण" सूत्र से—

१ इष्टमान से—लब्धि=५, गुणक=१३

२ ,, ,,—लब्धि=१०, गुणक=२६

३ ,, ,,—लब्धि=१५, गुणक=३९

इसी प्रकार अनन्त लब्धि, गुणक के मान समझने चाहिए।

प्रश्न द्वितीय—

$$\frac{\text{भाज्य ५ + क्षेप ६५}}{\text{हर १३}}$$

"क्षेपः शुद्धेद्धरोद्धृत०" इत्यादि—

हार का भाग क्षेप में देने पर—

१३) ६५ (५ लब्धि
 ६५
 ० शेष

∴ लब्धि = ५ ।

गुणक = ० ।

पुनः क्रमशः १, २, ३, इत्यादि इष्टमानकर "इष्टाहतस्वस्वहरेण" सूत्रानुसार—

१ इष्टमान से—लब्धि = १०, गुणक = १३

२ ,, ,, लब्धि = १५, गुणक = २६

३ ,, ,, लब्धि = २०; गुणक = ३९

इसी प्रकार अनन्त इष्ट मान तक लब्धि, गुणक मान समझना चाहिए।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अथ सर्वत्र कुट्टके गुण लब्ध्योरनेकधादर्शनार्थं करणसूत्रम् :—

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते
ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती ॥

अन्वयः—ते वा गुणलब्धी इष्टाहतस्वस्वहरेणयुक्ते तदा बहुधा गुणाप्ती भवेताम् ।

उपर्युक्त विधि से जो लब्धि और गुणक आये उनमें इष्ट गुणित भाज्य हार को क्रमशः लब्धि गुणक में जोड़ने से अनेक प्रकार के लब्धि गुणक होते हैं। इष्ट के अनुसार।

उपपत्तिः—अत्र भाज्यः × गुणः ± क्षेपः = हरः × लब्धिः इति समानो पक्षौ। ततस्तत्र (भा × ह० × इ०) इति तुल्य योगेन—

भाज्यः × गुणः ± क्षेपः + भा० × ह० इ०
= हर×लब्धिः + भा० ह० × इ०

= भाज्यः (गु० + ह० × इ०) ± क्षे० = ह० (ल० + भा० × इ०)

अथवा भा० गु ± क्षे० = ह० ल०

उपपन्नम्

उदाहरण :—भाज्य १७, हार १५, क्षेप ५

$$\frac{\text{भाज्य } १७ + \text{क्षेप } ५}{\text{हार } १५}$$

```
१५) १७ (१
    १५
    ──
     २)१५(७
       १४
       ──
        १
```

वल्ली	
१	१×३५=३५+५=४० ऊर्ध्वाङ्क
७	७×५=३५+०=३५ अधराङ्क
क्षेप ५	
० ×	

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में भाज्य और हार का भाग देने पर—

```
१७) ४० (२                 १५) ३५ (२
    ३४                        ३०
    ──                        ──
     ६ लब्धि                   ५ गुणक
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

इष्ट १ से भाज्य, हार पृथक-पृथक गुणकर, लब्धि गुणक में क्रमशः जोड़ें—

भाज्य १७	हार १५
×१ इष्ट	×१ इष्ट
१७	१५
+६	+५
२३ लब्धि	२० गुणक

अर्थात्—

१ इष्टमान से—	लब्धि २३,	गुणक २०
२	,,	लब्धि ४०,	गुणक ३५
३	,,	लब्धि ५७,	गुणक ५०

इसी प्रकार आगे भी समझना चाहिए।

अथ स्थिरकुट्टके करणसूत्रम् :—

क्षेपे तु रूपे यदि वा विशुद्धे स्यातां क्रमाद्ये गुणकारलब्धी।
अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्न्यौ स्वहारतष्टे भवतस्तयोस्ते ॥१०

अन्वय :—रूपे क्षेपे तु (धनं) विशुद्धे वा क्रमात् ये गुणकार लब्धी स्यातां ते अभीप्सित क्षेप विशुद्धिनिघ्न्यौ स्वहार तष्टे तयो तेः भवतः ॥१०

यदि क्षेप बड़ी संख्या हो तो क्षेप की जगह धन या ऋण क्षेपानुसार १ क्षेप कल्पना करके उक्त विधि से लब्धि, गुणक का साधन कर उनको (लब्धि, गुणक) इष्ट क्षेप से गुणाकर भाज्य और हार का क्रमशः भाग देने से शेष लब्धि व गुणक होते हैं।१०

उपपत्ति :—अत्र क्षेपं ऋणं धनञ्च परिकल्प्योपपाद्यते—

भाज्यः×गुणः ± १=हारः×लब्धिः

उभयोः पक्षयोः इष्टक्षेपेण गुणिते सति।

भाज्यः×गुणः×इ० क्षेपः±क्षेपः×इ० क्षेपः

पक्षयोर्मध्ये भाज्य×हारः×इष्ट इति विशोधनेन।

भाज्य×गुण×क्षेपः – भाज्यः×हर×इ०±क्षेपः

=हरः × लब्धिः×क्षेपः – भाज्यः हर×इ०

अथवा भाज्य (गु०×क्षे० – ह०× इ०) ±क्षे०

=हर (ल. क्षे. – भा.×इ)

अथवा—भाज्यः×गुण±क्षेपः=हर×ल०

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यथा—

भाज्य १७ + क्षेप ५
हार १५

क्षेप ५ की जगह पर १ मानकर—

भाज्य १७ + क्षेप १
हार १५

उक्त विधि से बल्ली वनाया—

```
१५) १७ (१
    १५
    --
     २) १५ (७
        १४
        --
         १
```

बल्ली	
१	१×७=७+१=८ ऊर्ध्वाङ्क
७	७×१=७+०=७ अधराङ्क
क्षेप १×	
०×	

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में अपने-अपने तक्षण से भाग देने से—

```
१७) ८ (०                      १५) ७ (०
    ०                              ०
   ----                           ----
    ८ लब्धि                        ७ गुणक
```

दोनों को इष्टक्षेप ५ से गुणा करने पर—

```
 ८ लब्धि                      ७ गुणक
 ×५                            ×५
----                          ----
 ४०                            ३५
४०÷भाज्य=शेष लब्धि            ३५÷हार=शेष गुणक
१७) ४० (२                     १५) ३५ (२
    ३४                             ३०
   ----                           ----
    ६ लब्धि                        ५ गुणक
                                     =उत्तर
```

अस्य कुट्टकस्य ग्रहगणिते उपयोगस्तदर्थं किञ्चिदुच्यते—

कल्प्याऽथ शुद्धिर्विकलावशेषं षष्टिश्च भाज्यः कुदिनानि हारः
तज्जं फलं स्युर्विकलागुणस्तु लिप्ताग्रमस्माच्च कला लवाग्रम्।
एवं तदूर्ध्वञ्च तथाऽधिमासावमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः १२

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अन्वय :—अथ षष्टिः भाज्यः, कुदिनानि हारः, विकलावशेषः शुद्धिः कल्प्यः। तज्जं फलं विकला गुणस्तु लिप्ताग्रंस्युः। अस्मात् कला लवाग्रम् एवं तदूर्ध्वं अधिमास अवमाग्रकाभ्यां रविन्द्वोः दिवसाः ।११, १२

इस सूत्र से ग्रह के विकला शेष से अहर्गण और ग्रह का साधन किया जाता है। यहाँ भाज्य ६०, हार कुदिन तथा क्षेप ऋणात्मक विकला शेष समझकर कुट्टक विधि से साधन कर जो लब्धि हो वह विकला और जो गुणक हो वह कलाशेष होगा। पुनः कलात्मक शेष को ऋणक्षेपीय कल्पना कर उक्त कुट्टक विधि से लब्धि कला और गुणक अंशशेष होगा। अग्रिम भाज्य ३०, हार कुदिन और अंशशेष ऋणात्मक क्षेप मानकर कुट्टक विधि लब्धि अंश और गुणक राशिशेष होगा, अब भाज्य १२, हार कुदिन और क्षेप ऋणात्मक राशिशेष मानकर उक्त प्रकार से लब्धि गुणक होंगे। यहाँ लब्धि राशि और गुणक भाग शेष होगा। इसके बाद कल्पभगण भाज्य कुदिन हार और भगणशेष ऋणात्मक क्षेप मानकर उक्त कुट्टक विधि से लब्धि गतभगण और गुणक अहर्गण होगा। इसी प्रकार भाज्य कल्पाधिमास हार सौर दिन तथा क्षेप ऋणात्मक अधिशेष मानकर कुट्टक विधि से लब्धि गत अधिमास और गुणक गत सौर दिन दिन होगा। विगत चान्द्रदिन जानने के लिए कल्पावमदिन को भाज्य, चान्द्र दिन हार एवं ऋणक्षेप अवमशेष को मानकर कुट्टक विधि से लब्धि व गुणक जानने चाहिए। यहाँ लब्धि गत अवम दिन, गुणक गत चान्द्र दिन होगा। अधिशेष व अवमशेष का ज्ञान गत रविदिन व गत चान्द्र दिन जानने के लिए परमावश्यक है ।११, १२

उपपत्ति :—अहर्गण द्वारा ग्रहानयने ऽनुपातः—कल्पकुदिनैः कल्पग्रह भगणाः अहर्गणैः किमिति—

$$\frac{\text{क. ग्र. भ.} \times \text{अहर्गणः}}{\text{कल्पः कु.}} = \text{ग भा} + \frac{\text{भ. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{ग. म.} = \frac{\text{क. ग्र. भ} \times \text{अह.} - \text{म. शे.}}{\text{कल्प कु.}}$$

पुनरनुपातः कः कु. १२ राशयस्तदा भगणशेषैः किमिति जातम्

$$\frac{१२ \times \text{भा. शे.}}{\text{क. कु.}} = \text{ग. रा} + \frac{\text{स. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{ग. रा.} = \frac{१२ \times \text{म. शे.} - \text{रा. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

अंशज्ञानाय—

$$\frac{\text{रा. शे.} \times ३०}{\text{क. कु.}} = \text{ग. अं.} + \frac{\text{अ. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

$$\text{ग. अं.} = \frac{\text{रा. शे.} \times 30 - \text{अं. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{एवमेव} \frac{\text{अं.शे.} \times 60}{\text{क. कु.}} = \text{कला} + \frac{\text{कला. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{यतो हि कला} = \frac{\text{अ.शे.} \times 60 - \text{कला शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{तथा च} \quad \frac{60 \times \text{क. शे.}}{\text{क. कु.}} = \text{विकला} + \frac{\text{वि. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

$$\text{बिकला} = \frac{60 \text{ क. शे.} \times \text{वि. शे.}}{\text{क. कु.}}$$

अत उपपन्नं सर्वम्

ग्रहस्य विकलाशेषाद् ग्रहाहर्गणयोरानयनम् । तद्यथा अत्र षष्टिर्भाज्यः, कुदिनानि हारः विकलाशेषः शुद्धिरिति प्रकल्प्यः साध्ये गुणाप्ती । तत्र लब्धिः प्रमिता विकला स्युः । गुणक मितः कलावशेषः ।

एवं कला शेषः शुद्धिस्तत्र षष्टिर्भाज्यः । कुदिनानि हारः । लब्धि कलागुणो भागशेषः ।

भाग शेषः शुद्धिः त्रिंशद्भाज्यः । कुदिनानि हारः । फलं भागाः । गुणो राशि शेषः ।

एवं राशिशेषः शुद्धिः द्वादश भाज्यः । कुदिनानि हारः । फलं गत राशयः । गुणो भगण शेषः ।

कल्पभगणो भाज्यः । कुदिनानि हारः । भगण शेषः शुद्धिः । फलं गत भगणः ।

अस्योदाहरणानि प्रश्नाध्याये द्रष्टव्यानि ।

कल्पाधिमासः भाज्यः । रविदिनानि हारः अधिमासः शेषशुद्धिः । फलं गताधिमासा गुणो गतादिदिवसाः ।

एवं युगावमानि भाज्यः । चान्द्र दिवसाः हारः

अवमशेषं शुद्धिः । फलं गतावमानि + गुणो गतचान्द्रदिवसाः इति

उदाहरणः—

भाज्य ६०. कुदिन १९ हार, क्षेप—११ कुट्टक विधि से बल्ली बनाया—

```
१९) ६० (३
    ५७
    ३) १९ (६
        १८
        १
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

बल्ली
६ | ६६×३=१९८+११=२०९ ऊर्ध्वांङ्क
३ | ११×६=६६+०=६६ अधराङ्क
क्षेप ११
०

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में भाज्य हार का क्रमशः भाग देने पर—

६०)२०९(३
१८०
२९ लब्धि

१९)६६(३
५७
९ गुणक

क्षेप ऋणात्मक होने के कारण—अपने-अपने तक्षणों में लब्धि गुणक को घटाने पर—

६० − २९ = ३१ लब्धि विकला।

१९ − ९ = १० गुणक कला शेष।

पुनः—गुणक कला शेष को ऋणात्मक क्षेप मानकर—

भाज्य = ६०, हार = १९, क्षेप − १०;

१९) ६० (३
५७
३) १९ (६
१८
१

बल्ली
३ | ६०×३=१८०+१०=१९० ऊर्ध्वाङ्क
६ | ६×१०=६०+०=६० अधराङ्क
क्षेप १०
०

ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में भाज्य हार का क्रमशः भाग देने पर—

६०)१९०(३
१८०
१० लब्धि

१९)६०(३
५७
३ गुणक

क्षेप ऋणात्मक होने के कारण—

६० भाज्य
− १० लब्धि
५० वास्तविक लब्धि कला,

१९ हार
− ३ गुणक
१६ वास्तव गुणक अंश शेष

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अब अंश शेष को क्षेप मानकर—

भाज्य ३०, हार १९, क्षेप – १६,

```
१९)३०(१
   १९
   ११)१९(१
      ११
       ८)११(१
          ८
          ३)८(२
            ६
            २)३(१
              २
              १
```

बल्ली	
१	१×११२=११२+६४=१७६ ऊर्ध्वाङ्क
१	१×६४=६४+४८=११२ अधराङ्क
१	१×४८=४८+१६=६४×
२	२×१६=३२+१६=४८×
१	१×१६=१६+० =१६×
क्षेप १६×	
०×	

ऊर्ध्व, अध अंकों में अपने तक्षणों से भाग देने पर—

```
३०)१७६(५          १९)११२(५
   १५०                 ९५
   २६ लब्धि            १७ गुणक
```

विषम बल्ली होने के कारण २६, १७ को अपने-अपने तक्षणों में घटाने पर—

```
  ३० भाज्य           १९ हार
– २६ लब्धि          –१७ गुणक
  ४ लब्धि वास्तव ।    २ गुणक वास्तविक
```

ऋण क्षेपीय होने के कारण—

```
  ३० भाज्य           १९ हार
 —४ लब्धि           —२ गुणक
  २६ लब्धि अंश ।     १७ गुणक राशि शेष ।
```

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri South Center

१७ गुणक राशि शेष को ऋण क्षेप मानने पर—

भाज्य १२, हार १९, क्षेप—१७

वल्ली बनाने पर—

```
१९)१२(०
    ०
   १२)१९(१
      १२
       ७)१२(१
          ७
          ५)७(१
            ५
            २)५(२
              ४
              —
              १
```

वल्ली

०	०×१३६=०+८५=८५ ऊर्ध्वाङ्क
१	१×८५=८५+५१=१३६ अधराङ्क
१	१×५१=५१+३४=८५×
१	१×३४=३४+१७=५१×
२	२×१७=३४+ ०=३४×
शेष १७×	
०×	

तक्षणों से भाग देने पर—

```
१२)८५(७            १९)१३६(७
   ८४                 १३३
   —                  —
   १ लब्धि             ३ गुणक
```

विषम वल्ली होने के कारण—

१२—१=११ लब्धि ।

१९—३=१६ गुणक ।

ऋणक्षेपीय होने के कारण—

१२—११=१ लब्धि राशि

१९—१६=३ गुणक भगण शेष

इसी प्रकार आगे की क्रिया समझनी चाहिए ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

संश्लिष्टकुट्टके करणसूत्रम्--

एको हरश्चेद्गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम् ।
अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद्यः संश्लिष्टसंज्ञः स्फुटकुट्टकोऽसौ ।।१३।।

अन्वयः—चेद् एको हरः गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं भाज्यं परिकल्प्य अग्रैक्यं अग्रं प्रकल्प्य उक्तवत् यः कुट्टकः कृतः असौ स्फुट कुट्टकः संश्लिष्ट (कुट्टकः) संज्ञः स्यात् ।। १३ ।।

जहाँ एक ही राशि के गुणक (व शेष) भिन्न-भिन्न हो और हार एक ही हो तो वहाँ गुणकों के योग को गुणक और शेषों के योग को ऋणक्षेप मानकर उक्त कुट्टक विधि से लब्धि गुणक लेकर जो गुणक होगा उसी को वास्तविक गुणक समझना तथा जो लब्धि होगी वह यहाँ वास्तविक लब्धि नहीं होगी इसलिए उसे छोड़ देना।

उपपत्तिः—कल्प्यते या==साध्यगुणप्रमाणम्

यदि $\frac{\text{या} \times \text{गु} - \text{शे}}{\text{हा}} = \text{ल:}$

तथा च $\frac{\text{या} \times \text{गु}' - \text{शे}'}{\text{हा}} = \text{ल}'$

$\frac{\text{या} \times \text{गु} - \text{शे} + \text{या} \times \text{गु}' - \text{शे}'}{\text{हा}} = \text{ल} + \text{ल}' = \text{का}$

अथवा $\frac{\text{या} (\text{गु} + \text{गु}') - (\text{शे} + \text{शे}')}{\text{हा}} = \text{का}$

अतः $\frac{\text{या} \times \text{भा} \times -\text{क्षे}}{\text{हा}} = \text{का}$

उपपन्न सर्वम्

उदाहरणम्

कः पञ्चनिघ्नो विहृतस्त्रिषष्टया
सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः ।
दशाहतः स्याद्विहृतस्त्रिषष्टया
चतुर्दशाग्रो वद राशिमेनम् ।।६।।

इति लीलावत्यां कुट्टकव्यवहारः ।

जिस राशि को ५ से गुणाकर ६३ का भाग देने पर ७ शेष, तथा उसी राशि को १० से गुणाकर ६३ का भाग देने पर १४ शेष बचता है तो बताओ वह राशि क्या है ?६

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

न्यासः—अत्रगुणैक्यं भाज्यः। अग्रैक्यं शुद्धिः। भाज्यः १५। हारः ६३। क्षेपः २१।

पूर्ववज्जातो गुणः ७। फलम् २ एतौ स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ वियोगजौ लब्धिगुणौ ३।१४।

उदाहरण—यहाँ गुणक ५ व १० का योग १५ हुआ
इसलिए भाज्य=१५,
७ शेष व १४ शेष का योग २१ हुआ
इसलिए क्षेप=२१
हार=६३,

$$\therefore \frac{\text{भाज्य १५ – क्षेप २१}}{\text{हार ६३}}$$

३ का अपवर्तन देकर दृढ़ करने पर—

$$\frac{\text{भाज्य ५ – क्षेप ७}}{\text{हार २१}}$$

वल्ली बनाने पर—

```
२१) ५ (०
     ०
    ---
    ५)२१(४
      २०
      --
       १
```

वल्ली	
०	०×२८=०+७=७ ऊर्ध्वाङ्क
४	४×७=२८+०=२८ अधराङ्क
क्षेप ७	
०	

ऊर्ध्वाङ्क अधराङ्क को अपने-अपने तक्षण से भाग देने पर

```
५) ७ (१            २१) २८ (१
   ५                   २१
  ---                 ----
  २ लब्धि              ७ गुणक
```

ऋणक्षेपीय होने पर—
५–२= ३ लब्धि
२१–७=१४ गुणक

उत्तर=१४ अभीष्ट संख्या।

लीलावती के कुट्टकव्यवहार का हिन्दी भाषानुवाद समाप्त।

□

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

"अथ अङ्कपाशः"

अथ गणितपाशे निर्दि्दष्टाङ्कैः संख्याविभेदे करणसूत्रं वृत्तम् :—

स्थानान्तमेकादिचयाङ्कघातः
संख्याविभेदा नियतैः स्युरङ्कैः।
भक्तोऽङ्कमित्याङ्कसमास-
निघ्नः स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः स्यात् ॥१

अन्वय :—स्थानान्तं एकादिचयाङ्कघातः नियतैः अङ्कैः संख्या विभेदाः स्युः स अङ्क समास निघ्नः अङ्कमित्या भक्तः स्थानेषु युक्तः तदा मिति संयुति स्यात्।

संख्या नियत हो तो उस संख्या में जितने अङ्क हो उतने ही एकादि पर्यन्त अङ्कों का घात करने से संख्या भेद होता है। संख्या भेद को अङ्कों के योग से गुणाकर अङ्कों की संख्या से भाग देकर लब्धि स्थानाङ्क तुल्य स्थानों में उत्तरोत्तर एक के नीचे एक संख्या लिखकर योग करने पर स्थान भेदों का योग होता है।

उपपत्ति :—कल्प्यतेऽत्र अ, अव, अ व स, अ व स द, चत्वारः संख्या वर्तन्ते। अत्र 'अ' एकस्थानीया संख्या अतोऽत्र भेदमेकमेव यतो हि १×१=१। अ व इति द्विस्थानीया संख्या अतोऽत्र भेदद्वयम् यथा—अ व, व अ। (१×२=२)। एवमेव त्रिस्थानीया अ व स संख्या अतोऽत्र अङ्कानां स्थान परिवर्तनेन षड् भेदा भवितुमर्हन्ति यथा—

(१) अ व स	(३) व स अ	(५) स अ व
(२) अ स ब	(४) व अ स	(६) स व अ

अतः १×२×३=६

एवमेव अ व स द चतुस्थानीया संख्या चेत्तदा आदिमध्यावसानेषु निवेशनेन चतुर्णामंकानां प्रत्येकतो षड्भेदाः अतः सम्भूय चतुर्विशति भेदा स्युः अतः १×२×३×४ =२४ "स्थानान्तं मेकादि चयांङ्क घातः संख्याविभेदा इति साधुः।

अथ भेदानां योग विचारे तु प्रत्येक स्थाने अङ्कयोगः स्थानमिति भक्तभेद गुणितोऽस्ति अंकानां मिथः स्थानपरिवर्तनेन तथा स्थापनात्। अतः सुष्ठूक्तं भक्तोङ्क मितिसंयुति स्यादिति।

उपपन्नम्

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

"अत्रोद्देशकः"

द्विकाष्टकाभ्यां त्रिनवाष्टकैर्वा
निरन्तरं द्वयादिनवावसानैः ।
संख्याविभेदः कति सम्भवन्ति
तत्संख्यकैक्यानि पृथग्वदाशु ॥१॥

२, ८ । ३, ९, ८ तथा २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ इन दो, तीन एवं आठ अङ्कों की (अर्थात् २८, ३९८, २३४५६७८९) की संख्याओं के क्रमशः कितने भेद होंगे ? तथा इन भेदों का पृथक्-पृथक् योग कितना होगा ? शीघ्र बताओ । १

न्यासः--२, ८, अत्र स्थाने, २, स्थानान्तमेकादि चयाङ्कौ १, २, घातः २, एवं जातौ संख्या भेदौ २ । अथ स एव घातः २, अङ्क समासेन १०, निघ्नः २०, स्थानाङ्क-मित्याऽनया २ । भक्तः १० स्थानद्वये युक्ते जाता मिति संयुतिः ११० ।

द्वितीयोदाहरणे--३, ९, ८ अत्रैकादि चयाङ्काः १, २, ३ घातः ६ । एतावन्तः संख्याभेदाः । घातः अङ्कसमासनिघ्न स्थानाङ्क मित्या भक्तः ४० स्थानत्रये युक्ते जातं संख्यैक्यम् ४४४० ।

तृतीयोदाहरणे न्यासः--२, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ एवमत्रं संख्या भेदाः चत्वारिंशत् सहस्राणि शतत्रयं विंशतिश्च ४०३२० । संख्यैक्यं च चतुर्विंशतिनिखर्वाणि त्रिषष्टि पद्मानि नवनवतिकोटचो नवनवति लक्षाणि पञ्चसप्तति सहस्राणि शतत्रयं षष्टिश्च २४६३९९९९७५३६० । इति ।

उदाहरण १ :--

२, ८ अङ्क है । संख्या=२८

दो स्थान तक एकादि अङ्कों का घात=

१×२=२ संख्या भेद

२ और ८ इन दो अङ्कों से दो ही संख्यायें बन सकती हैं जो निम्नवत् हैं ।

प्रथम भेद=२८

द्वितीय भेद=८२

अब संख्या भेद को अङ्कों के योग से गुणा करने पर--

अङ्कों का योग=२+८=१०

संख्या भेद=२

१०×२=२०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

२० में स्थान संख्या से भाग देने पर—

स्थान संख्या=२

$\frac{२०}{२}$=१०

१० को दो स्थानों में उत्तरोत्तर क्रम से रखने पर—

निम्नवत्

१०
१०
११० संख्याओं का योग हुआ।

उदाहरण २ :—

३, ९, ८ इन तीन अङ्कों के कितने भेद होंगे ? संख्या=३९८

∴ अङ्क=३

∴ एकादि अङ्कों का घात=१×२×३=६ संख्याभेद अर्थात् उक्त तीनों अङ्कों से ६ संख्यायें बनेगी।

पहली संख्या (प्रथम भेद)	=	३९८
दूसरी संख्या (द्वितीय भेद)	=	९८३
तीसरी संख्या (तृतीय भेद)	=	८३९
चौथी संख्या (चतुर्थ भेद)	=	३८९
पाँचवी संख्या (पंचम भेद)	=	९३८
छठी संख्या (षष्ठ भेद)	=	८९३

संख्या भेद को अङ्को के योग से गुणा करने पर—

अङ्कों का योग=३+९+८=२०

संख्या भेद=६

अङ्क योग×संख्या भेद=२०×६=१२०

१२० में अङ्क संख्या से भाग देने पर—

१२०÷३=४० लब्धि

४० को ३ स्थानों पर उत्तरोत्तर क्रम से रखने पर—

निम्नवत्—

४०
४०
+४०
४४४०

उक्त छः संख्याओं का योग हुआ। उत्तर=४४४०

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण ३ :—

२, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ इन आठअङ्को के कितने भेद होंगे ?

अङ्क=८ संख्या=२३४५६७८९

∴ एकादि अङ्कों का घात=१×२×३×४×५×६×७×८

=४०३२० । संख्या भेद

यहाँ उक्त आठ अङ्कों से बनने वाली संख्यायें ४०३२० है ।

अङ्कों का योग=२+३+४+५+६+७+८+९=४४

संख्या भेद=४०३२०

संख्या भेद को अङ्कों के योग से गुणने पर—

४०३२०×४४=१७७४०८०

१७७४०८० में अङ्क मिति ८ से भाग देने पर

```
८) १७७४०८० (२२१७६० लब्धि
   १६
   ---
    १७
    १६
    ---
     १४
      ८
     ---
      ६०
      ५६
      ---
       ४८
       ४८
       ---
       ×०
```

लब्धि २२१७६० को आठ स्थानों में उत्तरोत्तर क्रम से रखने पर—

```
          २२१७६०
         २२१७६०
        २२१७६०
       २२१७६०
      २२१७६०
     २२१७६०
    २२१७६०
  +२२१७६०
-----------------
   २४६३९९९९७५३६०
```

उत्तर=४०३२० संख्या भेदों का योग हुआ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उदाहरण

पाशांकुशाहिडमरूककपालशूलैः
खट्वाङ्गशक्तिशरचापयुतैर्भवन्ति ।
अन्योऽन्यहस्तकलितैः कति मूर्तिभेदाः
शम्भोर्हरेरिव गदारिसरोजशङ्खैः ॥२॥

शिवजी के दशों हाथों में (१) पाश (२) अंकुश (३) सर्प (४) डमरू (५) कपाल (६) त्रिशूल (७) खड्वाङ्ग (८) शक्ति (९) शर (१०) धनुष हैं इन अस्त्रों को दशों हाथों में धारण करने से श्री शंकर भगवान के रूप के कितने भेद होंगे ?

इसी प्रकार विष्णु भगवान के चारो हाथों में (१) गदा (२) चक्र (३) कमल (४) शंख हैं इनको भी परस्पर चारों हाथों में बदल-बदल कर रखने पर विष्णु भगवान के कितने मूर्ति भेद होंगे ? २

न्यासः—स्थानानि १० । जाता मूर्ति भेदाः ३६२८८०० । एवं हरेश्च २४ ।

प्रश्नः—१. यहाँ अस्त्र संख्या १० है ।

इसलिए एकादि दश अंकों का घात करने से—

१×२×३×४×५×६×७×८×९×१०=३६२८८०० महादेव के मूर्ति भेद ।

प्रश्नः—२. यहाँ अस्त्र संख्या ४ है ।

इसलिए एकादि ४ अंकों का घात करने पर—

१ × २ × ३ × ४=२४ विष्णु के मूर्ति भेद

विशेषे करणसूत्रं वृत्तम्

यावत्स्थानेषु तुल्याङ्कास्तद्भेदैस्तु पृथक्कृतैः ।
प्राग्भेदा विहृता भेदास्तत्संख्यैक्यश्च पूर्ववत् ॥२॥

अन्वय:—यावत् स्थानेषु तुल्यांकाः स्युः पृथक् कृतैः तद्भेदैः प्राग्भेदाः विहृताः तदा भेदा भवन्ति । तत्संख्यैक्यश्च पूर्ववत् ज्ञेयम् । २

संख्या के समान अंकों के पृथक् भेद लेकर पूर्व साधित भेद संख्या में भाग देने पर वास्तविक भेद संख्या होगी । संख्याओं का योग उक्त विधि से ही लाना चाहिये ।

उपपत्तिः—संख्यायाम् तुल्यांके सति विशेषः—द्विस्थानीयायां संख्यायां यदि समानांको स्तस्तदा—एक एव भेदः यथा संख्या=अ अ=१ भेदः

एवमेव यदि त्रिस्थानीयायां संख्यायाञ्च समानांकास्तदाऽपि एकएव भेदः =अ अ अ=१ भेदः

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

यदि एक भिन्नोऽङ्क अपरौ समानांकौ तदा भेदत्रयम् । यथा अ अ व इति संख्या अतः भेदाः (१) अ व अ, (२) व अ अ, अ अ व ।

अतः सुस्पष्टमेतद् यत् यावद् स्थानेषु तुल्यांकाः सन्ति । तत्स्थान भेद भक्ता एव भेदाः वास्तव भेदाः स्युरिति सुष्ठु उक्तं यावत् स्थानेषु तुल्यांका सन्ति] संख्यैक्य-साधन वासना पूर्वोक्तैवेति ।

अत्रोद्देशकः

द्विद्व्येकभूपरिमितैः कति संख्यका स्यु-
स्तासां युतिश्चगणकाशु मम प्रचक्ष्व ।
अम्भोधिकुम्भिसरभूतशरैस्तथाङ्कै-
श्चेदङ्कपाशविधियुक्तिविशारदोऽसि ॥२॥

हे गणक ! चार स्थान की संख्या बनाने वाले २, २, १, १ ये चार अंक हैं तो बताओ इन अंकों से कितनी संख्यायें बन सकती हैं और उनका योग क्या होगा ? तथा पाँच स्थान की संख्या बनाने वाले ४, ८, ५, ५, ५ ये पाँच अंक हैं । इन अंकों से कितनी संख्यायें बन सकती हैं ? तथा उन संख्याओं का योग क्या होगा ? यदि तुम अंक पाश गणित में चतुर हो तो मुझे शीघ्र बताओ ॥२॥

न्यास--२।२।१।१ अत्र प्राग्वत् संख्या भेदाः २४ । भक्ता जाता संख्या भेदा ६। पूर्ववत् संख्यैक्यं च ९९९९ । द्वितीयस्य न्यासः ४, ८, ५, ५, ५ । अत्रापि पूर्ववद् भेदाः १२० । स्थानत्रये संख्या भेदा ६ । भक्ता जाता भेदाः २० । संख्यैक्यं च ११, ९९, ९८८ इति ।

पाठान्तरे न्यासः—(प्रथम)—२।२।१।१। अत्र प्राग्वद् भेदाः २४ । यावत् स्थानेषु तुल्यांका इति । अथैवं प्रथमं तावत्स्थानद्वये तुल्यौ । तत्राप्येवं भेदो २ । भेदाभ्यां प्राग्भेदाः २४ भक्ता जाता भेदाः ६ तद्यथा २२११ । २१२१ । २११२ । १२१२ । १२२१ । ११२२ पूर्ववत् संख्यैक्यञ्च ९९९९ ।

(द्वितीय न्यासः)—४।८।५।५।५ अत्रादि पूर्वबद् भेदाः १२० । स्थाना-त्रयोत्थभेदै (६) भक्ता जाता २० । तद्यथा—

४८५५५।८४५५५।५४८५५।५८४५५
५५४८५।५५८४५।५५५४८।५५५८४
४५८५५।४५५८५।४५५५८।८५४५५
८५५४५।८५५५४।५४५८५।५८५४५
५५४५८।५५८५४।५४५५८।५८५५४

अथ संख्यैक्यञ्च ११९९९८८ ।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

प्रथम प्रश्न : यहां २, २, १, १ ये चार अंक हैं।

अतः

समस्त भेद=१×२×३×४=२४

यहाँ दो स्थानों में तुल्य २, २ और दो स्थानों में तुल्य १, १ है—

अतः पूर्वविधि से दो स्थानों के अंक भेद=१×२=२

" " " =१×२=२

भेद योग=२+२=४

समस्त भेद २४ में भेद ४ से भाग देने पर—

२४ ÷ ४=६ वास्तविक भेद संख्या।

सूत्र = $\frac{\text{अङ्कभेद} \times \text{अङ्कयोग}}{\text{अङ्क स्थान संख्या}}$ =लब्धि

अङ्कभेद=६, अङ्कयोग=२+२+१×१=६,

अङ्कस्थान संख्या=४

उत्थापन देने से—

$\frac{६ \times ६}{४} = \frac{३६}{४} = ९$ लब्धि

लब्धि ९ को स्थानान्तरित क्रम से करके जोड़ने पर—

```
   ९
  ९
 ९
+९
------
९९९९
```

९९९९ संख्याओं का योग हुआ।

उत्तर=संख्या योग=९९९९।

द्वितीय प्रश्न—

यहाँ ४, ८, ५, ५, ये पाँच अंक हैं।

अतः

समस्त भेद=१×२×३×४×५=१२०

उक्त अङ्कों में एक अङ्क ही तीन बार है।

तीन स्थान के भेद=१×२×३=६

समस्त भेद १२० में भेद ६ से भाग देने पर—

१२० ÷ ६=२० वास्तव भेद

$\frac{\text{अंक भेद} \times \text{अंक योग}}{\text{अंक स्थान संख्या}}$ =लब्धि

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

अंक भेद=२०

अंक योग=४+८+५+५+५=२७

अंक स्थान=५

उत्थापन देने पर—

$$\frac{२०\times२७}{५}=१०८$$

१०८ को ५ स्थानों में स्थानान्तरित कर जोड़ने से—

```
        १०८
       १०८
      १०८
     १०८
    १०८
  ----------
    ११९९९८८ संख्यैक्यमान=उत्तर
```

अनियताङ्कैस्तुल्यैश्च विभेदे करणसूत्रं वृत्तार्धम्

स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्कघातोऽसमाङ्कैश्च मितिप्रभेदाः॥३॥

अन्वयः—असमाङ्कैः स्थानानां एकापचितान्मिताङ्कघातः मितिप्रभेदाः स्युः।

स्थानान्त पर्यन्त अन्त के अंक में से एक-एक कम करके रखे हुए अंकों का घात करने पर अनियत और अतुल्य अंकों की संख्या के भेद होते हैं। ३

उपपत्ति—अत्र सूत्रानुसारं नियतस्थाने एकादि चयाङ्क घात तुल्य भेदाः स्युः। परमत्र नवभिरङ्कैर्नवभेदा भवन्ति। अतः इष्टं स्थानमितांकानां यावन्तो भेदास्तद् गुणिताः पूर्वं भेदाः सर्वं भेदाः स्युरिति। तावत्सुप्रसिद्धमेव ते च भेदा एकाद्येकोत्तरा इत्यादिना—

$$\frac{९\times८\times७\times६\times५\cdots\cdots\text{स्थानान्तम्}}{१\times२\times\times४\times५\cdots\cdots\text{स्थानान्तम्}}=\text{एतावन्तो}$$

भवितुमर्हन्ति। एते नियतस्थानज भेदेन गुणिताः सर्वभेदाः भवितुमर्हन्ति।

$$\text{सर्वभेदाः}=\frac{९\times८\times७\times६\times५\ldots\ldots\text{अन्त्यांकः}\times१\times२\times\times५\ \ldots\text{अन्त्यांक}}{१\times२\times\times४\times५\ \text{अन्त्यांक}}$$

$$=९\times८\times७\times६\times५\cdots\cdots\text{स्थानान्त्यम्}$$

उपपन्नम्।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

"उदाहरण"

स्थानषट्कस्थितैरङ्कैरन्योन्यं खेन वर्जितैः ॥
कति सख्याविभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥३॥

६ स्थान में स्थित अंकों के शून्य को छोड़कर कितने भेद होंगे यदि तुम जानते हो तो बताओ। ३

न्यास—अत्रादिमोऽङ्कः ९ अयं यावत्स्थानमेकापचितो न्यस्तः ९, ८, ७, ६, ५, ४ अत्र घाते जाता संख्या भेदाः ६०४८० इति ।

∴ अन्तिम अंक संख्या = ९

संख्या स्थान = ६ अन्तिम अङ्क ९ में एक-एक घटाकर ६ स्थान पर्यन्त अंकों के घात—

९×८×७×६×५×४ = ६०४८०

संख्या के भेद हुए ।

अन्यत्करणसूत्रवृत्तद्वयम्

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्तम् ॥३॥
रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः संख्याविभेदा नियतेऽङ्कयोगे ।
नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्यम् ॥४॥
संक्षिप्तमुक्तं पृथुताभयेन नान्तोऽस्ति यस्माद्गणितार्णवस्य ।

अन्वयः—अङ्कयोगे नियते अंङ्कैक्यं निरेकं निरेकस्थानान्तं एकापचितं । इदं रूपादिभिः विभक्तं तन्निहतेः समाः संख्या विभेदाः स्युः । कथितं तु अंङ्कयोगे नवान्वितस्थानक संख्यकायाः ऊने वेद्यम् । पृथुता भयेन सक्षिप्तं उक्तम्, यस्माद् गणितार्णवस्य अन्तो न अस्ति । ३, ४

उपपत्तिः—एक स्थानीयसंख्यायां योगाभावः । स्थानद्वये द्विमितांकयोगे ११, एक एव भेदः । त्रिमितांकयोगे च १२, २१, इति द्वौ भेदौ । चतुर्मिते च ३१, १३, २२ इति त्रयः । पञ्चमिते च ४१, १४, २, २ इति । चत्वारो भेदा एवमग्रेऽपि । अतो रूपोन योग समा भेदा सिध्यन्तीति । प्रस्फुटमेव । एवं स्थानत्रये त्रिमितांकयोगे एको भेदश्चतुर्मिते च त्रयः पञ्चमिते षडित्येवमग्रेऽपि । अतोऽत्र स्थानत्रये द्विहीनयोगस्य संकलितसमाभेदा भवन्तीतिं सुगममेव । द्विहीनयोगस्य सङ्कलितरूपम् ।

$$= \frac{(\text{यो} - १)\ (\text{यो} - २)}{२} = \frac{\text{यो} - १}{१} \times \frac{\text{यो} - २}{२}$$ भेदमानम् एवमेव स्थान

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

चतुष्टयेऽपि त्र्यूनयोगस्य संकलितैक्यतुल्यं भेदमानं भवति। साद्वियुतेन पदेने-त्यादिना—

$$\frac{(\text{यो} - \ )(\text{यो} - २)(\text{यो} - १)}{२\times३} = \text{भेदमानम्}$$

$$= \frac{\text{यो} - }{} \times \frac{\text{यो} - २}{२} \times \frac{\text{यो} - १}{१} \text{एवमग्रेऽपि।}$$

अतः निरेकङ्कैक्यमिदमित्यादिः साधुः। परमेवं नवान्वितं स्थानसंख्यातो हीने अंकयोगे घटते नान्यथा। तथाहि पूर्वदर्शित स्थानद्वय भेद विचारे एकादशमितांक योगविचारे एकादशमितांकयोगे अष्टभेदाः द्वादशमिते च सप्त एवमपचयेन अष्टा-दशमितांकयोगे च ९९। इत्येक एव भेदः। इत्येवं। विसंगतिः अतः नवान्वितस्थानक संख्यकाया इत्याद्युपपन्नम्।

उदाहरण

पञ्चस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्योगस्त्रयोदश।
कति भेदा भवेत्संख्या यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥४॥

यदि अंकपाश जानते हो तो बताओ—५ स्थान वाली संख्या के अंकों का योग १३ है तो इनके कितने भेद होगें? ४

न्यास—अंकैक्यम्=१; एतन्निरेकम् १२, निरेकस्थानान्तम् एकापचितम् रूपादिभिश्च भक्तं जतम् $\frac{१२}{१}$, $\frac{११}{२}$, $\frac{१०}{३}$, $\frac{९}{४}$ एतेषां घातसमस्तत्संख्याभेदाः ४९५ इति।

उदाहरण—

अंक योग = १

अंक स्थान=५

अंक योग में सूत्र के अनुसार एक घटाने से—

१३ − १ = १२

अब ४ स्थान तक १२ को एक न्यून क्रम से रखकर एकादि का भाग देने पर—

$\frac{१२}{१}$, $\frac{११}{२}$, $\frac{१०}{३}$, $\frac{९}{४}$।

इनका आपस में गुणा करने पर—

$$\frac{१२}{१} \times \frac{११}{२} \times \frac{१०}{३} \times \frac{९}{४}$$

$= \times ५ \times ११ \times = ४९५$

संख्या भेद हुए।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

उपसंहार—

न गुणो न हरो न कृतिर्न घनः
पृष्टस्तथापि दुष्टानाम् ।
गर्वितगणकबटूनां स्यात्
पातोऽवश्यमङ्कपाशेऽस्मिन् ।।१।।

अर्थ—इस अंक पाश नामक गणित में गुणक, भाग, वर्ग, घन आदि कुछ नहीं है फिर भी उन दुष्टों एवं अहंकारी गणक पुत्रों के लिए प्रश्न पूछे गये हैं। उनका अवश्य ही इस अंकपाश में पतन होगा। अर्थात् इसमें उनका अहंकार नष्ट होगा।१

येषां सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी
शुद्धाऽखिलव्यवहृतिः खलु कण्ठसक्ता ।
लीलावतीह सरसोक्तिमुदाहरन्ती
तेषां सदैव सुखसम्पदुपैति वृद्धिम् ।।

इति भास्कराचार्यविरचिता लीलावती समाप्ता ।

गणितपक्षीय अर्थ—जिन छात्रों को भाग, गुणक, वर्ग, श्रेढ़ी, मिश्र आदि व्यवहारों से युक्त सरस लीलावती नामक पाटी गणित का अभ्यास है उनके सुख सम्पत्ति की वृद्धि होती रहती है।

साहित्यपक्षीय अर्थ—जिन युवकों को सत्कुलोत्पन्ना (अच्छे वंश में उत्पन्न) सुशीला गुणवती, कोमलाङ्गी, सुभाषिणी कण्ठसक्ता (हृदयलग्ना) लीलावती (हास्यविलास आदि पतिहृदयानुकूला क्रियाओं को जानने वाली) तथा सरस उक्तियों का प्रयोग करने वाली पत्नी मिलती है उनकी सुख सम्पत्ति सदैव बढ़ती रहती है।

इति श्रीभास्कराचार्यविरचित सिद्धान्तशिरोमणि का लीलावतीसंज्ञक
पाटीगणित अध्याय सम्पूर्ण ।।

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

परिशिष्ट–१

"सूत्राणां सूची"

क्रमांक	पृष्ठांक
१–अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला	८९
२–अथ स्वांशाधिकोने	४८
३–अनणुषुदशमांशो	२६४
४–अनियताङ्कैरतुल्यैश्च	१३१
५–अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोग	१६०
६–अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ	२४
७–अस्ति त्रैराशिकं पाटी	६३
८–आदिगुणविहीनेन	१३१
९–आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे	२१
१०–आवाधयोना चतुरस्रमूमिः	१९१
११–अंशाहतिश्छेद वधेन भक्ता	३१
१२–इच्छावृद्धौ फले ह्रासो	७५
१३–इष्टकृतिरष्टगुणिता	६१
१४–इष्टयोराहतिर्द्विघ्नी	१४५
१५–इष्टवर्गेण सैकेन	१४४
१६–इष्टस्य वर्गवर्गो	६३
१७–इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्त	३०४
१८–इष्टाश्रुतितुल्यचतुर्भुजस्य	१७७
१९–इष्टिकाचितिदृषच्चिति	२६३
२०–इष्टेन निघ्नाद्द्विगुणाच्च	१४२
२१–इष्टो बाहुर्यः स्यात्	१३४
२२–इष्टो भुजस्तत् कृतिः	१३९
२३–इष्टो भुजोऽस्माद्	१३९
२४–इष्टोऽत्र कर्णः प्रथमम्	१०६
२५–उच्छ्रयेण गुणितं चितेरपि	२५८
२६–उद्देशकालापवादिष्टराशिः	५२
२७–एकदशशतसहस्रायुत	६
२८–एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युः	११०

क्रमांक	पृष्ठांक
२९–एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता	११०
३०–एको हरश्चेद्गुणकौ विभिन्नौ	३१३
३१–एवं तदैवात्र यदा समस्ता	२८५
३२–एवं तदूर्ध्वंञ्च	३०६
३३–कर्णस्थ वर्गाद्द्विगुणाद्विशोध्यो	१५६
३४–कर्णाश्रित भुजघातैक्यम्	१९६
३५–कर्णाश्रितं स्वल्पभुजैक्य गुर्वी	१८५
३६–कल्प्याऽथ शतद्वयविकला	३०६
३७–कार्यक्रमादुत्क्रमतोऽथ	७
३८–क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणा	२९६
३९–क्षेत्रेमही मनुमिता त्रिभुजे	१६६
४०–क्षेपाभावोऽथवा यत्र	३०१
४१–क्षेपे तु रूपे यदि वा विशुद्धे	४४
४२–खखखाभ्रार्क सम्भवते	२२७
४३–खण्डाभ्यां वा हतो राशि	१९
४४–खातेऽथ तिग्मकरतुल्य	२५६
४५–गच्छहृते गणिते वदनम्	१२२
४६–गच्छहृतं घनमादि विहीनम्	१२४
४७–गणयित्वा विस्तारं	२५१
४८–गुणघ्नमूलोन युतस्य राशे	६४
४९–गुणलब्ध्यो समं ग्राह्यं	२९८
५०–गुण्यस्त्वधोऽधः	९
५१–गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यात्	९
५२–चतुर्गुणा बाहुकृतिस्दीयम्	१७७
५३–चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजावलम्ब	१८४
५४–चतुर्भुजस्यानियतौ हि	१७६
५५–चापोननिघ्नपरिधिः	२३२
५६–छाययो कर्णयोरन्तरे ये	२७२

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्रमांक	पृष्ठांक
५७–छायाग्रयोरन्तरसंगुणाभा	२८०
५८–छायाहृते तु नरदीप	२७७
५९–छिद्घातभक्तेन लवोनहार	५५
६०–छिद्यते तु यदि तिर्यगुक्तवत्	२६३
६१–छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णम्	२७
६२–छेदं गुणं गुणं छेदम्	४८
६३–जलधिश्चान्त्यं मध्यं	७
६४–जीवानां वयसो मौल्ये	७६
६५–ज्याव्यासयोरन्तर	२२४
६६–तत्कृत्योर्योगपदम्	१३४
६७–तत्सन्धिर्द्विष्ठः परलम्ब	२०५
६८–तथैव भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि	८५
६९–तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र-	२
७०–त्यक्त्वाऽन्त्याद्विषमात्कृतिम्	१६
७१–त्रिद्वयङ्काग्निनभश्चन्द्रैः	२२७
७२–त्रिभुजे भुजयोर्योगः	१६३
७३–दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषम्	२
७४–द्रोणस्तु खार्याः खलु	३
७५–द्वयङ्केन्दु संख्यैर्घटकैश्च	४
७६–द्विधाभवेद्रूप	९
७७–द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तम्	११७
७८–द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतंयत्	१५४
७९–द्विवेदत्रिभागैक	२६७
८०–नरघ्नदानो नितरत्नशेषैः	१००
८१–नवान्वितस्थानकसंख्यकाया	३२२
८२–निरेकमङ्कैक्यमिदम्	३२२
८३–पञ्चसप्तनवराशिकादिके	७८
८४–पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत्	९५
८५–परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः	२८४
८६–पाटीसूत्रोपमं बीजम्	६३
८७–पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैः	३
८८–पिण्डयोगदलमग्रमूलयोः	२६१

क्रमांक	पृष्ठांक
८९–प्रमाणकालेन हतं प्रमाणम्	८६
९०–प्रमाणमिच्छा च समानजाती	७१
९१–प्रक्षेपकैर्मिश्रहता विभक्ता	९२
९२–प्रीतीं भक्तजनस्य यो जनयते	१
९३–बाणेषु नखबाणैश्च	२२७
९४–बाह्वोः बधः कोटि	२०१
९५–भजेच्छिदोंशैरथ तैर्विमिश्रैः	९४
९६–भवति कुट्टकविधेर्युति-	२८९
९७–भाज्यो हारः क्षेपकश्च-	२०४
९८–भाज्याद्धरः शुध्यति यद्	१२
९९–भुजाद्वर्गितात् कोटिकर्णान्त-राप्तम्	१५१
१००–भूशंकुघातः प्रभया विभक्तः	२८०
१०१–मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ	२८५
१०२–मुखजतलजद्युतिजक्षेत्र-	२५२
१०३–मूषावहनभेदादौ	११०
१०४–यदा लवैश्चोनयुतः स राशिः	६४
१०५–यदि समभुवि वेणुः	१४९
१०६–यल्लम्बलम्बाश्रितबाहुवर्ग	१८५
१०७–यवोदरैरंगुलमष्टसंख्यैः	२
१०८–यावत् स्थानेषु तुल्यांक	२८८
१०९–यावत्थानेषु तुल्याङ्का	३१८
११०–योगे खंक्षेपसमम्	४५
१११–योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ	५८
११२–योगोऽन्तरं तुल्यहरांश-कानाम्	२९
११३–राश्योरन्तरवर्गेण	१३८
११४–रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टम्	६१
११५–लम्बतदाश्रितवाह्वोः	२०४
११६–लम्बहृतो निजसन्धिः	२०८
११७–लम्बो भूघ्नो निजनिज	२०६

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्रमांक	पृष्ठांक
११८–लवा लवघ्नाश्च	२५
११९–लीलागलल्लुलल्लोल	६
१२०–वराटकानां दशकद्वयं यत्	१
१२१-वर्गान्तरं भवेदेवं	१३८
१२२–वर्गान्तरं रशिवियोग	६०
१२३–वर्गे कृतिः घनविधौ तु	३४
१२४-वर्गेण महतेष्टेन	१३७
१२५–विशंकुदीपोच्छ्रयसंगुणा	२७९
१२६– विषमे गच्छे व्येके गुणकः	१२७
१२७–वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणित व्यासपादः फलं तत्	२१८
१२८–वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गो	१४७
१२९–व्यासस्यवर्गे भनवाघ्नि	२२३
१३०–व्यासाच्छरोनात्	२२४
१३१–व्यासाब्धिघातयुत	२४२
१३२–व्यासे भनन्दाग्नि	२१६
१३३–व्येकपदघ्नचयो मुखयुक्	१२०
१३४–शंकुः प्रदीपतल शंकुः	२७६
१३५–शून्ये गुणके जाते खं	४५
१३६–श्रेढ़ीफलादुत्तर	१२५
१३७–समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः	१८
१३८–समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ	१३
१३९–समपरसन्धि भूघ्नौ	२०८
१४०–समवृत्तानां संख्या	१३१

क्रमांक	पृष्ठांक
१४१–समश्रुतौ तुल्य चतुःभुंजे च	१७७
१४२–समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य	१९१
१४३–समानामर्धंतुल्यानाम्	१३२
१४४–सर्वदोर्युतिदलं चतु स्थितम्	१६८
१४५–साध्येनोनोऽनल्पवर्णो	१०८
१४६–सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ	१०३
१४७–सूचीलम्बघ्नभुजो	२०८
१४८–सैकपदघ्नपदार्धमथैका	११४
१४९–स्तम्भस्य वर्गोऽहि	१४९
१५०–स्त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः	१९०
१५१–स्थानान्तरत्वेन युता	१९
१५२–स्थानान्तमेकपचिता	३२१
१५३–स्थानान्तरनेकविचयाङ्क-घातः	३१४
१५४–स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन	२
१५५–स्वयोगभक्ते पृथक् स्थिते ते	८६
१५६–स्वर्णैक्यनिघ्नाद्युतिजात-वर्णात्	१०५
१५७–स्वर्णैक्यनिघ्नो युति	१०७
१५८–स्वल्पा तदितरभुज	१६२
१५९–स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तर	१६३
१६०–स्वोर्घ्वेहतेऽन्त्येन युते	२८५
१६१–हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्ध्यपिण्डैः	३
१६२–हरतष्टे घनक्षेपे	२९८

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

परिशिष्ट-२

उदाहरणानां सूची

क्रमांक	पृष्ठांक
१-अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः	२८
२-अतुल्यलम्बकं क्षेत्रं	१९२
३-अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोट्यः	२०१
४-अमलकमलराशेः	५४
५-अये बाले लीलावति	८
६-अलिकुलदलमूलम्	६९
७-अस्ति त्रैराशिकं पाटी	६३
८-अस्ति स्तम्भतले विलं	१५०
९-अष्टादशांगुलं दैर्घ्यम्	२५९
१०-अष्टादशांशेन वृत्तेः	२३४
११-आर्दिदिकं सखे ? वृद्धिः	१३०
१२-आदि सप्त चयः पञ्च	१२२
१३-आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयम्	१२१
१४-एकद्वित्र्यादिकम्	११२
१५-एकादीनां नवान्तानां	११६
१६-एकविंशतियुतं शतद्वयं	२८८
१७-कर्णस्य वर्गाद् दलिताद्	१५९
१८-कर्पूरस्य वरस्य निष्कयुगले	९८
१९-कुंकुमस्य सदलम्	७२
२०-कोटिश्चतुष्टयं	१३५
२१-कः पञ्चनिघ्नो	३१२
२२-क्षेत्रस्य पञ्चकृतितुल्य	१७९
२३-क्षेत्रस्य यस्य वदनम्	१८१
२४-क्षेत्रेमही मनुमिता	१६६
२५-क्षेत्रे यत्र शतत्रयं क्षितिमिति	२०४
२६-खं पञ्चयुग्भवति	४६
२७-खातेऽथ तिग्मकर	२५६
२८-चक्रक्रौञ्चाकुलितसलिले	१५२
२९-चतुरस्रे द्विषड्द्वयर्का	१६३
३०-तत्खण्डे कथयाधरे श्रवणयो	२०४
३१-ते शोधनेन यदि विंशति-	१०५
३३-तेषामेव च वर्गैक्यम्	११९
३४-दशवर्णसुवर्णं चेत्	७७
३५-दशविस्तृतिवृत्तान्तायंत्र	२२५
३६-दशसप्तदशप्रभौ भुजौ	१६७
३७-दश सप्ताधिकाः कर्णः	१५७
३८-दशेन्द्रवर्णा	१०८
३९-दशेशवर्णा वसुनेत्र भाषा	१०६
४०-दोः कोटचोरन्तरं शैलाः	१५९
४१-द्रम्मेण लभ्यत इह	८५
४२-द्रम्मद्वयेन साष्टांशा	७४
४३-द्रम्मत्रयं यः प्रथमेऽह्नि	१२६
४४-द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य सुमते	२६
४५-द्विकाष्टकाभ्यां त्रिनवाष्ट-	३१५
४६-द्विद्वयेक भूपरिमितैः	३१९
४७-द्विपञ्चाशनमितञ्येक	१९२
४८-द्वे द्वे चैक भूपरिमित	
४९-नन्दचन्द्रैर्मितं छायो	२७३
५०-नवघनं त्रिघनस्य घनं	२०
५१-पञ्चकेन शतेनाब्देः	८७
५२-पञ्चघ्नः स्वत्रिभागोनो	५३
५३-पञ्चदशदशकरोच्छ्रय	१६१

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्रमांक	पृष्ठांक
५४—पञ्चाधिक शतं श्रेढ़ीफल	१२३
५५—पञ्चाशदेकसहितागण-	९२
५६—पञ्चाशदेकसहिता वन्दनं	१८३
५७—पञ्चांशपादत्रिलवार्धषष्ठा	२९
५८—पञ्चाशीतिमिते कर्णे	१४३
५९—पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बम्	५७
६०—पञ्चस्थानानस्थितैरंकैः	३२३
६१—पट्टा ये प्रथमोदितप्रमितयो	८४
६२—परिधिर्भित्तिलग्नस्य राशेः	२६७
६३—पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणम्	६८
६४—पाशांकुशाहिडमरुक	३१८
६५—पिण्डे येऽर्कमिताङ्गुला	८३
६६—पूर्वं वराटकयुगं येन	१२८
६७—प्रकृष्टकर्पूरपलत्रिषष्टचा	७३
६८—प्रदीपशङ्क्वन्तरभूस्त्रिहस्ता	२७८
६९—प्रथममग्रमदह्ना योजने	१२४
७०—प्रस्तारे मित्र ! गायत्रा स्युः	१११
७१—प्राप्नोति चेत् षोडशवत्सरा	७६
७२—बाले बालकुरङ्गलोलनयने	१०
७३—बाले मरालकुलमूलदलानि	६५
७४—भुज वक्रतया दैर्घ्यं	२५१
७५—भुजवर्गयुतिभूमिवर्गो	१९७
७६—भुजे द्वादशके यौ यो	१४०
७७—भूमिश्चतुर्दशमिता	१७४
७८—माणिक्याष्टकमिन्द्रनील-	१०१
७९—मासे शतस्या यदि पञ्च	७९
८०—मुखे दशद्वादशहस्ततुल्ये	२५५
८१—मूलं चतुर्णां च तथा नवानां	१६
८२—मूले नखांगुल	२६२
८३—यत् पञ्चकत्रिकचतुष्क	९०
८४—यत्किञ्चिद् गुणभागहार-	२८४

क्रमांक	पृष्ठांक
८५—यद् गुणागुणकषष्टिरन्विता	२९७
८६—यद व्यासस्तुरगैर्मितः	२२०
८७—यदि समभुवि वेणुः	१४८
८८—यद्विस्तृतिर्दन्तमिताङ्गुलानि	२६३
८९—यद्विस्तृतिः पञ्चकराष्टहस्तम्	२५९
९०—ययोर्योगः शतं सैकम्	५९
९१—यस्त्रिघ्नस्त्रिभिरन्वितः	४९
९२—यस्य खातस्य	२५१
९३—यातं हंसकुलस्य मूलदशकम्	६६
९४—ये निर्झरा दिनदिनार्धं	९४
९५—येन संगुणिताः	
९६—येन पञ्च गुणिताः पञ्च	२९९
९७—यैर्यैस्त्र्यस्रं भवेज्जात्यम्	१४६
९८—यो राशिरष्टादशभिः	७०
९९—राश्योर्ययोः कृतिवियोग	६२
१००—राश्योर्ययोर्वियोगोऽष्टौ	६०
१०१—रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो	२४
१०२—लम्बयोः कर्णयोर्नैक	१७७
१०३—वाह्वोवधः कोटिवधेन	२०१
१०४—विश्वार्करुद्रदशवर्णसुवर्ण	१०४
१०५—विष्कम्भमानं किल सप्त यत्र	२१७
१०६—विस्तारे त्रिकराः	८२
१०७—विहिता इह ये गुणास्ततो	२४३
१०८—वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रतयुगे	१५५
१०९—शतं हतं येन सयुतं	
११०—शंकुप्रदीपान्तर	२७६
१११—शंकोर्भानितार्थ	२८२
११२—शतं हतं येन युतं	२९१
११३—सखे नवानां च चतुर्दशानाम्	१५
११४—सत्र्यंशमासेन शतस्य चेत्	८१
११५—सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च	३३

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

क्रमांक	पृष्ठांक
११६–सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नम्	३२
११७–सप्ताढकेन मानेन राशौ	७७
११८–समभुवि किल राशि	२६५
११९–समानामर्ध तुल्यानां	१३२
१२०–सहस्रद्वितयव्यासं यद्वृत्तम्	२२८
१२१–साङ्घ्रित्रयमितो बाहुर्यत्र	१३७
१२२–साङ्घ्रिः द्वयं त्रयं व्यङ्घ्रि	२७
१२३–सार्धं तण्डुलमानकत्रयमहो	९६
१२४–सार्धत्रयाणां कथयासु वर्गं	३४
१२५–स्थानाषट्कस्थितैरंकै	३२२
१२६–स्वपदैर्नवभियुक्तम्	६५
१२७–स्वार्धं प्रादात् प्रयागे	५६
१२८–हाटकगुटिके षोडशदशवर्णे	१०९

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri-South Center

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. TN.

Digitization by eGangotri South Center

नवीनतम प्रकाशन

जातकालंकारः । 'तत्त्वप्रकाशिका' संस्कृत-हिन्दी व्याख्या सहित ।
व्याख्याकार—पं० लषणलाल झा । १०—००

शीघ्रबोधः । सान्वय 'सुगमा' हिन्दी व्याख्या सहित ।
व्याख्याकार—पं० रामजन्म मिश्र १२—००

मुहूर्तचिन्तामणिः । सविमर्श 'चन्द्रिका' संस्कृत-हिन्दी व्याख्या सहित ।
व्याख्याकार—डा० रामचन्द्र पाण्डेय ४०—००

भाभ्रमरेखानिरूपणम् । म० म० पं० सुधाकर द्विवेदी कृत ।
व्याख्याकार—आचार्य उमाशङ्कर शुक्ल ७—००

बृहद्अवकहडाचक्रम् । (ज्योतिषप्रवेशिका) हिन्दी भाषानुवाद सहित ।
व्याख्याकार—पं० रामचन्द्र पाण्डेय ८—००

भावफलाध्यायः । 'कुन्तला' 'ज्योति' संस्कृत-हिन्दी व्याख्या सहित ।
अनुवादक—डा० रामचन्द्र पाठक ८—००

भुवनदीपकः । 'दीप्ति' संस्कृत-हिन्दी टीका सहित ।
व्याख्याकार—डा०कमलेश्वर उपाध्याय २०—००

विवाहवृन्दावनम् । केशवार्कदैवज्ञविरचित । सकलागमाचार्यवर्य केशव सांवत्सरात्मज श्रीगणेशदैवज्ञकृत 'विवाहदीपिकाख्या' व्याख्या सविशेष 'ज्योति' हिन्दी टीका सहित । टीकाकार—डा० रामचन्द्र पाठक ५०—००

करणकुतूहलम् । भास्कराचार्य विरचित । सुमतिहर्षकृत 'गणककुमद-कौमुदी' सुधाकर द्विवेदी प्रणीत 'वासनाविभूषण' संस्कृत टीका-द्वयविभूषित 'शिवमती' हिन्दी-भाषा अनुवाद सहित । हिन्दी टीकाकार—डा० सत्येन्द्र मिश्र ५०—००

वास्तुरत्नाकरः अहिबलचक्रसहितः । विन्ध्येश्वरी प्रसाद द्विवेदी कृत हिन्दी टीका सहित ५०—००

भावप्रकाशः । जीवनाथ झा प्रणीत । पुष्पलाल झा कृत सरल सुबोध हिन्दी टीका सहित २०—००

जैमिनीसूत्रम् । 'विमला' संस्कृत-हिन्दी टीका । पं० अच्युतानन्द झा २०—००

व्यावहारिक-ज्यौतिषतत्त्वम् । 'तत्त्वप्रभा' हिन्दी व्याख्या सहित ।
व्याख्याकार—पं० लषणलाल झा ३५—००

वर्षयोगावली । 'वालक्रीडा' हिन्दी टीका सहित ।
व्याख्याकार—आचार्य मधुसूदन शास्त्री १५—००

ग्रहगति का क्रमिक विकास । श्रीचन्द्र पाण्डेय १००—००

बीजगणितम् । सविमर्श सोदाहरण संस्कृत 'वासना' 'सुधा' हिन्दी व्याख्योपेत । व्याख्याकार—पं० देवचन्द्र झा ७५—००

लघुजातकम् । 'तत्त्वप्रभा' संस्कृत-हिन्दी व्याख्या सहित ।
व्याख्याकार—पं०लषणलाल झा २५—००

मानसागरी । 'मनोरमा' हिन्दी व्याख्या तथा विवेचनात्मक परिशिष्ट सहित । व्याख्याकार—डा० रामचन्द्र पाण्डेय ६०—००

प्राप्तिस्थानम्-कृष्णदास अकादमी पो०बा० ११९८ वाराणसी-२२१००१

CC-0. In Public Domain. Cuddalore Collection. NM